

## ЭВОЛЮЦИЯ ОРБИТЫ МЕРКУРИЯ ЗА НЕСКОЛЬКО МЛН. ЛЕТ И ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Смольский И.И., 2003

625000, Тюмень, а/я 1230, ИКЗ СО РАН,

E-mail: Smulski@IKZ.RU

### 1. Введение

На предыдущей конференции [1] мы представляли расчет эволюции орбиты Меркурия за 20 тыс. Интерес к этой проблеме вызван имеющимися в литературе разногласиями относительно величины прецессии перигелия Меркурия и ее причины. В первой половине 20-го века было принято, что согласно расчетам взаимодействий тел Солнечной системы по закону тяготения Ньютона прецессия составляет 530" в столетие, а во второй – 5557" [2]. Эти результаты, как сообщалось в литературе, на 43" отличаются от наблюдаемых. При расчете взаимодействия Меркурия с Солнцем по закону тяготения, в котором воздействие распространяется со скоростью света, в 1898 г. Пауль Гербер [3], а затем в 1915 г. А. Эйнштейн [4] получили смещение 41" в столетие. На этом основании в физике была введена коррекция закона тяготения.

В наших работах [1], [5] показано, что при конечной скорости тяготения, равной скорости света, перигелий Меркурия при его взаимодействии с Солнцем поворачивается на 0.23" в столетие, т.е. в 200 раз меньше, чем у предыдущих авторов. Поэтому корректировка закона тяготения конечной скоростью его распространения не имеет смысла. Остается вопрос соответствия расчетов по закону тяготения Ньютона и данных наблюдения. В предыдущем докладе [1] мы показали, что рассчитанные параметры для Солнца, Земли и, частично для Меркурия, совпадают с наблюдаемыми. В настоящем докладе рассматриваются расчеты с точностью повышенной на 5 и более порядков, а также более углубленное сопоставление их с наблюдениями.

### 2. Уравнение движения и метод решения.

Рассматривается [1, 5 – 9] гравитационное воздействие 9 планет, Солнца и Луны. Согласно всемирному закону всемирного тяготения тело с номером  $k$  притягивает тело с номером  $i$  силой

$$\vec{F}_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \quad (1)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;

$r_{ik}$  – радиус-вектор от тела массой  $m_i$  до тела массой  $m_k$ .

Если тел  $n$ , то на  $i$ -е тело остальные будут воздействовать силой

$$\vec{F}_i = -G m_i \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}. \quad (2)$$

Под воздействием этой силы, в соответствии со вторым законом механики  $\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$ ,  $i$ -ое тело будет двигаться относительно инерциальной системы отсчета с ускорением

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \quad (3)$$

где  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор тела  $m_i$  относительно центра масс Солнечной системы.

Соотношение (3) представляет систему  $3n$  нелинейных дифференциальных уравнений, где  $n = 11$ . Для ее решения мы задаем  $3n$  значений координат и  $3n$  значений компонент скорости в определенную дату, например, 30 декабря 1949 г. [10 – 11]. Задача решается в барицентрической экваториальной системе координат  $Oxyz$  (см. рис.1).

Для решения мы разработали программу Galactica, которая постоянно совершенствуется. Мы не используем стандартных методов интегрирования, так как они не обеспечивают необходимую точность. Значение функции в следующий момент времени  $t = t_0 + \Delta t$  определяется с помощью ряда Тейлора, который, например, для координаты  $x$  имеет вид:

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^K \frac{1}{k!} x_0^{(k)} (\Delta t)^k \quad (4)$$

Значение скорости  $x'$  определяется по аналогичной формуле, а ускорение  $x''$  – по формуле (3). Более высокие производные  $x_0^{(k)}$  определены аналитически в результате дифференцирования уравнений (3). Сейчас используется расчетная схема шестого порядка точности, т.е. при  $K=6$ . Используются числа с двойной точностью, при которой они выражаются

17 десятичными знаками. Решение за большие сроки выполняется на суперкомпьютерах RM-600 и MBC-1000 в Новосибирском ВЦ СО РАН. Через каждые 10 тыс. лет данные о положении тел записываются в файл. Для анализа параметров орбиты по этим данным просчитывается один оборот планеты вокруг Солнца, и по результатам расчетов определяются два параметра плоскости орбиты: угол наклона  $i$  и положение восходящего узла  $\varphi_\Omega$  (см. рис.1) и восемь параметров орбиты в том числе: эксцентриситет  $e$  и угол положения перигелия  $\varphi_p$ .

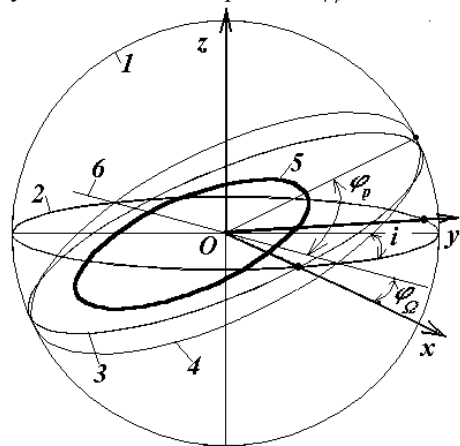


Рис. 1. Система координат: 1 – небесная сфера; 2 - плоскость экватора Земли на 1950 г.; 3 - плоскость орбиты Земли на 1950 г.; 4 - плоскость орбиты планеты; 5 - орбита планеты; 6 - линия пересечения плоскости орбиты с плоскостью экватора. В т.О расположен центр масс Солнечной системы.

В процессе исследований результаты решений сопоставлялись с данными наблюдений разного уровня и обнаруженные несоответствия устранялись повышением точности счета. Сопоставления проводились для Земли, Солнца и других планет. Все известные особенности движения тел подтверждаются результатами расчетов. Различные проверки показали, что методика численного решения, алгоритм и реализованная программа обеспечивают необходимую точность счета с большим запасом. Основные результаты получены при шаге счета  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$  года и двойной длиной числа. Проверочные и уточняющие расчеты выполня-

лись с меньшими шагами, а также с расширенной длиной числа, при которой оно выражается 34-я десятичными знаками.

### 3. Контроль достоверности решений

В процессе решения, сопоставлении с наблюдениями, анализа структуры погрешностей были установлены различные методы контроля точности решений, из которых перечислим следующие.

**3.1. Контроль момента количества движения системы M**, проекция которого, например, на ось  $z$  имеет вид:

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_i (v_{yi} x_i - v_{xi} y_i) = \text{const}. \quad (5)$$

Так как величина момента для изолированной системы не должна изменяться, то изменение  $M$  свидетельствует о погрешности расчетов. Сейчас относительное изменение момента за 10 тыс. лет составляет  $0.6 \cdot 10^{-12}$ . В результате расчета при разных точностях счета установлено, какие могут быть погрешности в движении тел при вышеупомянутом изменении момента. Например, при шаге счета  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$  года относительная погрешность положения изменяется от  $0.7 \cdot 10^{-10}$  для Плутона до  $0.8 \cdot 10^{-3}$  для Луны. Если изменение параметров орбиты за этот период значительно превышает погрешности, то такие результаты могут являться достоверными.

**3.2. Контроль количества движения Солнечной системы P**, проекция которого, например, на ось  $x$  имеет вид:

$$P_x = \sum_{i=1}^n m_i v_{xi} = 0. \quad (6)$$

Величина  $P$  должна быть равна нулю. Поэтому отличие  $P$  от нуля свидетельствует о накоплении погрешностей округления. В начальный момент из-за округления при переходе к двоичным кодам величина  $P$  отличается от нуля и равна  $5 \cdot 10^{-18}$ . После 10 тыс. лет счета  $P = 5 \cdot 10^{-15}$ , после 2.56 млн. лет –  $P = 2 \cdot 10^{-14}$ . Здесь и в дальнейшем приведены безразмерные величины.

**3.3. Расчет при разных точностях счета.** Если при повышении точности счета результаты повторяются, то их можно считать достоверными.

**3.4. Расчет движения тел в прошлое и будущее.** Наличие излома в изменении параметра в начальный момент времени свидетельствует о погрешности результатов.

**3.5. Расчет в отдаленную эпоху и возвращение в исходную.** Позволяет выявить все погрешности вычислений, их величину и структуру погрешностей. Было установлено, что основная погрешность заключается в смещении тела по орбите (от  $1.5^\circ$  для Меркурия до  $4,5^\circ \cdot 10^{-9}$  для Плутона при счете на 10 тыс. лет) без существенного ее изменения. Наибольшее смещение наблюдается у Луны, и оно достигает  $55^\circ$  относительно Земли. При шаге счета  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$  года смещение Луны по ее орбите равняется  $2'$ .

**3.6. Обнаружение стабильных или нестабильных в среднем параметров и контроль их.** Например, большая полуось орбиты, период обращения небесных тел, ось прецессии их орбит остаются неизменными. Поэтому появление устойчивого изменения таких параметров может свидетельствовать о погрешности расчетов.

**3.7. Просчет тестовых задач, имеющих точное аналитическое решение.** Такой задачей является осесимметричное взаимодействие  $n$ -тел, находящихся в одной плоскости [6]. Этот метод позволяет также выявить все вычислительные погрешности, но только в отношении к тестовой задаче. Было установлено, что погрешность увеличивается с увеличением эксцентриситета орбит. При эксцентриситете, равном эксцентриситету Меркурия, в задаче 12 тел смещение их по орбите за 10 тыс. лет равняется  $0.16''$

### 3.8. Сопоставление с данными наблюдений.

**3.8.1. Сопоставление координат и скоростей тел на интервале несколько десятков лет.** Например, рассчитывалось положение на 7.01.94 г по начальным данным на 30.12.49 г. Средняя погрешность по телам за 44 года составила 0.16%. В дальнейшем точность расчетов была увеличена на 5 порядков, но погрешность положения не изменилась.

Такое сопоставление позволяет выявить погрешность начальных данных, исходных данных (например, масс тел), а при высокой точности счета и погрешность данных наблюдений.

**3.8.2. Сопоставления изменения параметров орбит планет с вековыми возмущениями.** В настоящее время выполнено для орбит большинства планет и получено совпадение.

**3.8.3. Сопоставление расчетной траектории Солнца с траекторией, определенной по эфемеридам планет за 60 лет.** Получено совпадение расчетных результатов с данными наблюдений [4].

**3.9. Сопоставление с вычислительными результатами других авторов.** Выполнено сопоставление с результатами приближенных аналитических решений и получено согласие с ними.

### 4. Эволюция орбиты Меркурия за 3.76 млн. лет.

На рис. 2 представлено изменение эксцентриситета  $e$ , долготы восходящего узла  $\varphi_\Omega$ , угла наклона плоскости орбиты  $i$ , и положения перигелия  $\varphi_p$  за 3.76 млн. лет. Время  $T$  представлено в юлианских столетиях по 365.25 дней в году. Эксцентриситет испытывает короткопериодические колебания малой амплитуды  $\Delta e = 0.006$  с периодом  $T_{e1} \approx 60$  тыс. лет. Эти колебания происходят на фоне значительных изменений эксцентриситета, при которых имеются колебания с периодом  $T_{e2} \approx 430$  тыс. лет и  $T_{e3} \approx 1.3$  млн. лет. Как видно из графика, с периодом 1.3 млн. лет эксцентриситет изменяется вокруг среднего значения  $e = 0.169$  в пределах крайних его значений  $e_{min} = 0.096$  и  $e_{max} = 0.24$ . В настоящую эпоху эксцентриситет находится вблизи максимального значения.

Долгота восходящего узла  $\varphi_\Omega$  отсчитывается в плоскости экватора 1950 г. от точки весеннего равноденствия на ту же эпоху. Как видим из графика, она меняется с периодом  $T_\Omega = 236$  тыс. лет вокруг среднего значения  $\varphi_{\Omega m} = 0.068$  радиан. На основной период накладываются колебания с большей длительностью.

Угол наклона плоскости орбиты  $i$  к плоскости экватора 1950 г. испытывает колебания с таким же периодом  $T_i = 236$  тыс. лет вокруг среднего значения  $i_m = 0.411$  радиан. Колебания угла  $i$  происходят в пределах от  $0.253$  до  $0.548$  радиан, что составляет  $17^\circ$ . В настоящую эпоху угол наклона орбиты Меркурия находится вблизи максимума.

Угол положения перигелия  $\varphi_p$  отсчитывает в плоскости орбиты от ее восходящего узла. Так как восходящий узел колеблется вокруг среднего значения, то его колебания в пределах одного периода  $T_\Omega$  накладываются на изменение перигелия. Однако за периоды большие  $T_\Omega$  это влияние исчезает и как видно из графика, угол  $\varphi_p$  монотонно увеличивается со временем. Перигелий со средней за 3.76 млн. лет угловой скоростью  $\omega_p = 522''$  в столетие перемещается в направлении обращения Меркурия вокруг Солнца, совершая один оборот за 248.3 тыс. лет.

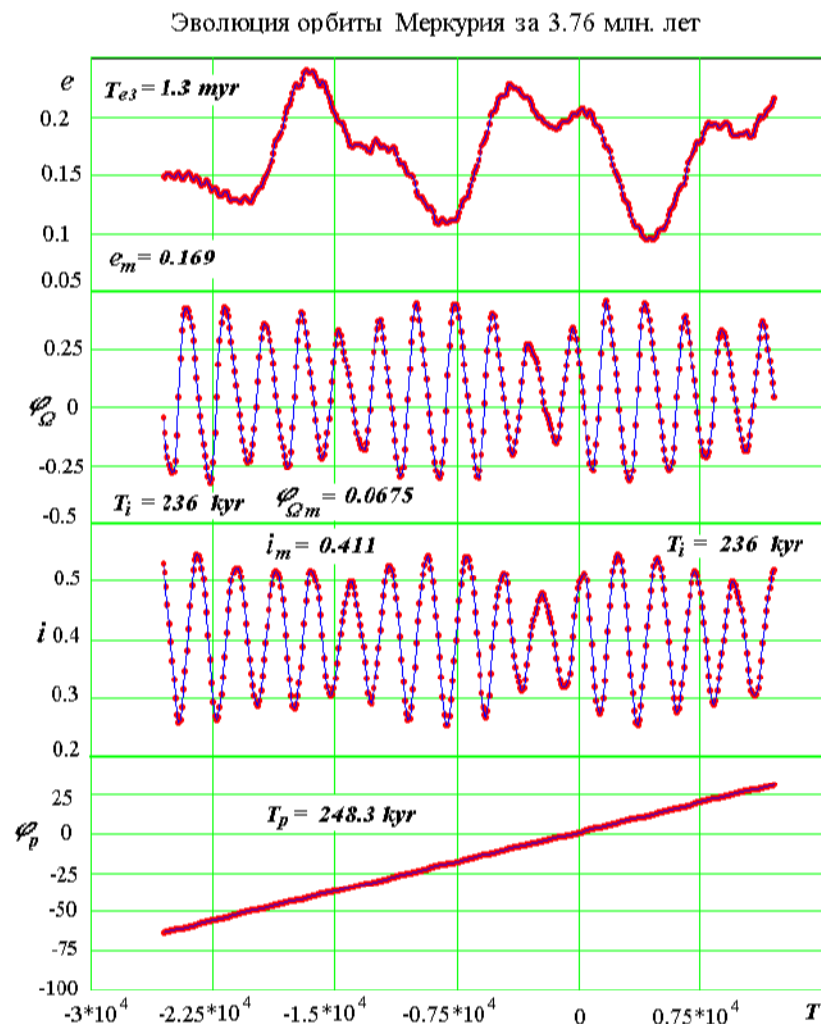


Рис. 2. Эволюция орбиты Меркурия за 3.7 млн. лет по результатам численного решения уравнений (3):  $e$  - эксцентриситет;  $\varphi_{\Omega}$  - угловое расстояние восходящего узла орбиты в плоскости экватора 1950 г. от точки равноденствия;  $i$  - угол наклона плоскости орбиты к плоскости экватора 1950 г.;  $\varphi_p$  - угловое расстояние по орбите от восходящего узла до перигелия;  $T$  - время в столетиях от 1950 г.;  $T_e, T_{\Omega}, T_i$  - наимень-

шие периоды в тыс. лет колебаний эксцентриситета, восходящего узла и наклона орбиты;  $T_p$  - длительность в тыс. лет одного оборота перигелия.

## 5. Вековые возмущения орбиты в неподвижной экваториальной системе координат.

Под вековыми возмущениями подразумеваются скорости изменения параметров орбиты, которые отнесены к столетию, т.е. к одному веку. Колебания, которые испытывают параметры орбиты за 3.76 млн. лет, мы уже рассмотрели. Вековые возмущения как производные параметров будут испытывать такие же колебания. Теперь рассмотрим изменения параметров орбиты Меркурия в современную эпоху, т.е. на небольшом временном интервале.

Так как угол перигелия  $\varphi_p$  отсчитывается от подвижного узла, то пересчитаем его от неподвижной точки на орбите. С этой целью через восходящий узел Земли  $\gamma_0$  на неподвижном экваторе (см. рис. 3) проведем большой круг перпендикулярно орбите Меркурия. Обозначим точку их пересечения буквой  $G$ . При колебаниях орбиты Меркурия  $GDAB$  точка  $G$  будет иметь небольшое смещение, которым пренебрежем и будем отсчитывать от нее угловое положение перигелия  $\varphi_{p0}$ . Пренебрежем также движением плоскости эклиптики  $\gamma_0 A$ , т.е. считаем ее точку пересечения с плоскостью экватора 1950 г. неподвижной. Величина  $\varphi_{p0}$  состоит из двух дуг

$$\varphi_{p0} = GD + DB = GD + \varphi_p. \quad (7)$$

Найдем дугу  $GD$  из прямоугольного треугольника  $\gamma_0 GD$ , в котором дуга  $\gamma_0 D = \varphi_{\Omega}$ , угол  $\angle G = \pi/2$ , а угол  $\angle D = i$ . Согласно теореме синусов сферической тригонометрии, см. например [10]:

$$\sin \gamma_0 G = \sin \gamma_0 D \cdot \sin i \quad (8)$$

Используя формулу (1.10.13) из [10] запишем:

$$\cos GD = \cos \gamma_0 D / \cos \gamma_0 G. \quad (9)$$

После подстановки дуги  $\gamma_0 G$  из (8) в (9) и полученной дуги  $GD$  в (7) угловое положение перигелия от неподвижной точки  $G$  будет:

$$\varphi_{p0} = \varphi_p + \arccos \left( \frac{\cos \varphi_{\Omega}}{\sqrt{1 - (\sin \varphi_{\Omega} \cdot \sin i)^2}} \right). \quad (10)$$

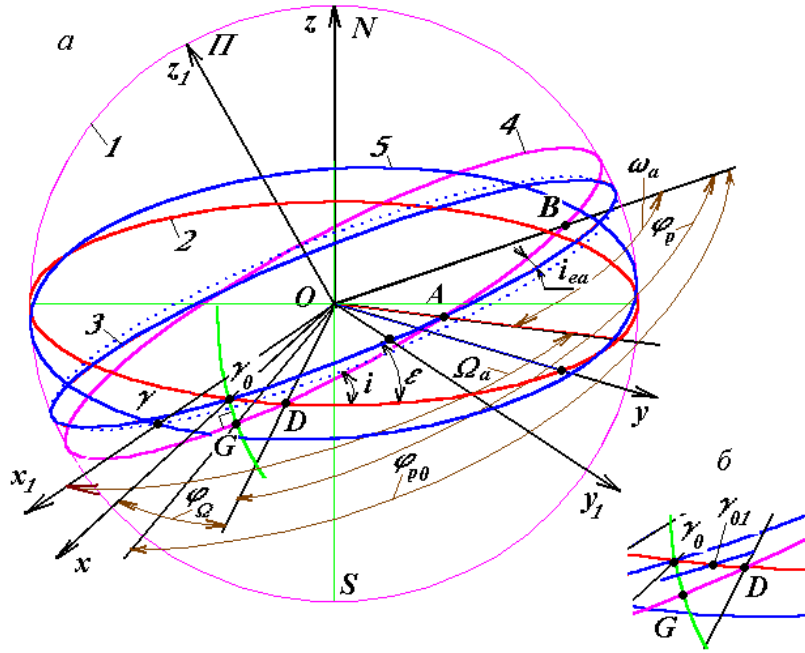


Рис. 3. Параметры орбиты Меркурия в неподвижной экваториальной  $x, y, z$  и подвижной эклиптической системах координат  $x_1, y_1, z_1$ . 1 – небесная сфера; 2 – плоскость экватора Земли на 1950 г.; 3 – плоскость орбиты Земли (плоскость эклиптики); 4 – плоскость орбиты Меркурия; 5 – плоскость экватора Земли в будущую эпоху  $T$ ;  $N$  – северный полюс мира;  $\Pi$  – северный полюс эклиптики;  $\gamma_0$  – точка весеннего равноденствия 1950 г.;  $\gamma$  – точка весеннего равноденствия в эпоху  $T$ ;  $\gamma_0 G$  – дуга большого круга, перпендикулярного орбите Меркурия;  $B$  – проекция перигелия Меркурия на небесной сфере;  $A$  – восходящий узел орбиты Меркурия на эклиптике;  $D$  – восходящий узел орбиты Меркурия на неподвижном экваторе 1950 г.

Были выполнены расчеты движения тел Солнечной системы за период от -10 тыс. лет до 10 тыс. лет с различной точностью, четыре из которых представлены на рис. 4. Решение 1 было получено первым [1] и в дальнейшем после совершенствования алгоритма расчета, точность счета возросла на 5 порядков. В таблице 1 представлены показатели точности решений:  $\Delta t$  – шаг счета,  $\delta M_z$  – относительное изменение момента за 10 тыс. лет и  $\delta \varphi_{Me}$  – смещение Меркурия по орбите при счете на 10 тыс. лет и возврате в исходное состояние. Как видно из таблицы, наименьшее изменение момента  $\delta M_z$  достигнуто в решении 4. Эти результаты получены при решении уравнений (3) с шагом счета  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$  года и расширенной длиной числа, при которой оно выражается 34 десятичными знаками. Однако наименьшее смещение по орбите  $\delta \varphi_{Me}$  за 20 тыс. лет счета получено в решении 3 при уменьшенной в 5 раз длине шага.

Таблица 1. Рассчитанные вековые возмущения орбиты Меркурия при разных условиях счета  $\delta M_z$ .

№ варианта	1	2	3	4	5	6
№ решения	1	2	3	4	4	4
Шаг счета $\Delta t$ , год	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$ расшир.	$1 \cdot 10^{-4}$ расшир.	$1 \cdot 10^{-4}$ расшир.
$\delta M_z$	$5.23 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-13}$	$3.6 \cdot 10^{-13}$	$1.47 \cdot 10^{-14}$	$1.47 \cdot 10^{-14}$	$1.47 \cdot 10^{-14}$
$\delta \varphi_{Me}$ , рад.	–	0.026	$3.7 \cdot 10^{-7}$	$8.1 \cdot 10^{-4}$	$8.1 \cdot 10^{-4}$	$8.1 \cdot 10^{-4}$
Интервал осреднения, $\Delta T$ , тыс. лет	-2, 2	-2, 2	-2, 2	-2, 2	-1, 0	-1, 1
$e'$ , 1/ст.	4.07056	4.11623	4.11856	4.11623	4.37012	4.31774
$i'$ , "/ст.	17.2803	16.9706	16.9732	16.9732	17.2650	16.93018
$\varphi_{\Omega}'$ , "/ст.	-118.184	-118.211	-118.208	-118.209	-117.880	-118.206
$\varphi_{p0}'$ , "/ст.	-2631.82	512.684	536.774	512.684	539.628	541.719

Как видно из графиков на рис. 4, решение 1 с малой точностью отличается от решений 2 – 4 с большей точностью. При этом отличие для эксцентриситета  $e$  и перигелия  $\varphi_{p0}$  носят качественный характер. Последовательное увеличение точности решений 2 – 4 не приводит к качественным изменениям и, как видно из графиков они практически совпадают. Из графиков видно, что за период от -10 тыс. лет до 10 тыс. лет, па-

параметры орбиты Меркурия  $e$ ,  $i$ ,  $\varphi_{\Omega}$  и  $\varphi_{p\theta}$  испытывают монотонные изменения.

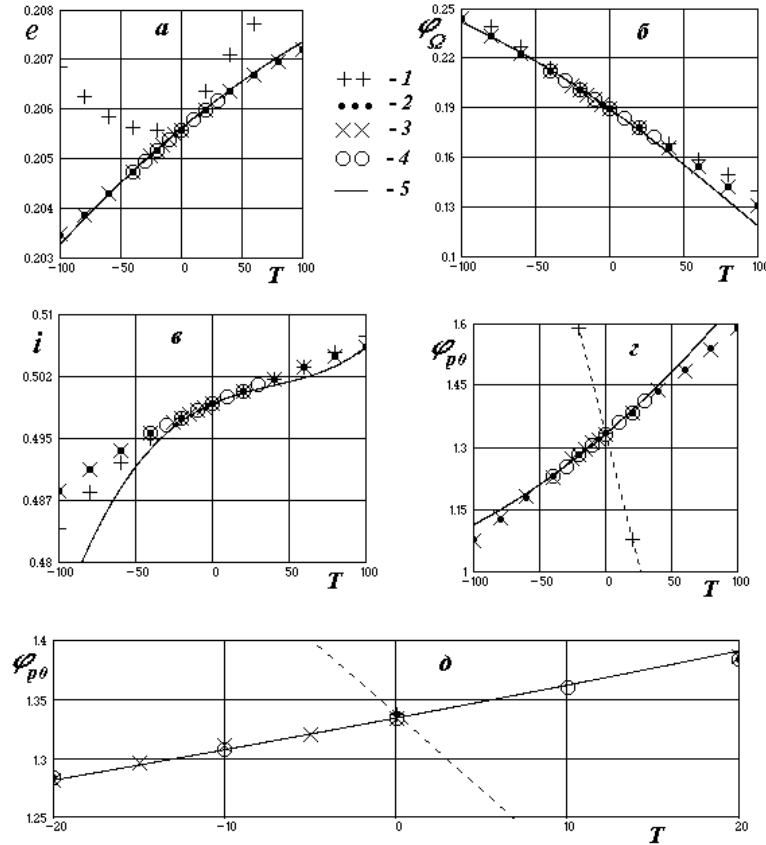


Рис. 4. Сопоставление рассчитанной (1 – 4) эволюция орбиты Меркурия за 20 тыс. лет с наблюдаемой (5):  $e$  – эксцентриситет;  $\varphi_{p\theta}$  – в радианах угловое положение перигелия в плоскости орбиты от неподвижной точки  $G$  на ней;  $i$  – в радианах наклон орбиты к плоскости экватора 1950 г.;  $\varphi_{\Omega}$  – в радианах угловое положение восходящего узла орбиты от оси  $x$  на эпоху 1950 г.;  $T$  – время в столетиях от 30.12.49 г.

Вековые возмущения параметров в современную эпоху, т.е. при  $T = 0$ , можно вычислить как средние скорости изменения этих параметров за

некоторый период  $\Delta T$ . Однако, как видно из приведенного в более крупном масштабе рис. 4д, при малых периодах ( $\Delta T \approx 5$ ) наблюдается разброс результатов. Он обусловлен небольшими короткопериодическими изменениями параметров. При больших периодах ( $\Delta T \approx 40$ ) проявляется нелинейный характер зависимостей параметров от времени. Так как при разных шагах интегрирования параметры орбиты немного отличаются, то в таблице 1 приведены средние скорости в столетие изменения параметров  $e'$ ,  $i'$ ,  $\varphi_{\Omega}'$ ,  $\varphi_{p\theta}'$  в современную эпоху при разных условиях счета и разных шагах интегрирования.

Первые четыре варианта выполнены при одном интервале осреднения  $\Delta T$ . Видно, что при высокой точности счета (2 – 4) результаты по  $e'$ ,  $i'$ ,  $\varphi_{\Omega}'$ , совпадают до четвертого знака. Три последние варианта выполнены при разных интервалах осреднения и наибольшей точности счета по моменту  $\delta M_z$ . Они показывают, что интервал осреднения дает отличия в несколько процентов (изменению векового возмущения эксцентриситета  $e'$  на 4.6%, а векового возмущения перигелия на 5.5%). Последний вариант под №6, выполненный с наивысшей точностью и с симметричным относительно настоящей эпохи интервалом осреднения, представляет вековые возмущения орбиты Меркурия, которые получены в результате решения уравнений (3).

Итак в современную эпоху (на интервале от -1 тыс. лет до 1 тыс. лет) восходящий узел орбиты Меркурия движется в плоскости экватора 1950 г. навстречу орбитальному движению со скоростью  $\varphi_{\Omega}' = -118.206''/\text{ст.}$ , а перигелий Меркурия в плоскости орбиты поворачивается от фиксированной точки на ней со скоростью  $\varphi_{p\theta}' = 541.719''/\text{ст.}$  в направлении обращения его вокруг Солнца.

## 6. Эволюция орбиты Меркурия в неподвижных координатах по данным наблюдения

В известных нам работах по прецессии перигелия Меркурия наблюдаемая ее величина в неподвижных координатах не приводится. В связи с этим рассмотрим эволюцию орбиты Меркурия по данным наблюдения. В опубликованных С. Ньюкомбом в 1895-1898 гг. работах приведены законы изменения параметров орбиты Меркурия в подвижной системе координат, которые он получил на основе анализа и аппроксимации данных наблюдений [10, 11]:

$$e_a = 0.20561421 + 0.00002046T_0 - 3.0 \cdot 10^{-8} T_0^2, \quad (11)$$

$$\pi_a = 75^\circ 53' 58''.91 + 5599''.76 T_0 + 0''.626 T_0^2, \quad (12)$$

$$\Omega_a = 47^\circ 08' 45''.00 + 4266''.75 T_0 + 0''.066 T_0^2, \quad (13)$$

$$i_{ea} = 7^\circ 00' 10''.37 + 6''.699 T_0 - 0''.066 T_0^2 \quad (14)$$

где  $T_0$  – время, отсчитываемое в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток от фундаментальной эпохи 1900, январь 12<sup>ч</sup> ЕТ;

$e_a$  – эксцентриситет;

$\Omega_a$  и  $\pi_a$  – долготы восходящего узла орбиты и ее перигелия (см. рис.3);

$i_{ea}$  – наклон орбиты Меркурия к плоскости мгновенной орбиты Земли или, по-другому, к мгновенной плоскости эклиптики. Индексом  $a$  мы обозначаем аппроксимационный характер получения этих параметров.

Долгота  $\Omega_a$  (см. рис. 3) также отсчитывается в плоскости мгновенной орбиты Земли от ее мгновенного восходящего узла  $\gamma$ , т.е. от линии пересечения мгновенной плоскости орбиты Земли с мгновенной плоскостью экватора. Долгота перигелия  $\pi_a = \Omega_a + \omega_a$ , где  $\omega_a$  – угловое расстояние в плоскости орбиты Меркурия от его восходящего узла на плоскости эклиптики до его перигелия. Угол наклона между мгновенными плоскостями экватора и эклиптики  $\varepsilon$  изменяется следующим образом [10]:

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 08''.26 - 46''.845 T_0 - 0''.0059 T_0^2 + 0''.00181 T_0^3. \quad (15)$$

В результате прецессии земной оси восходящий узел  $\gamma$  перемещается против движения Земли, в первом приближении по подвижной эклиптике, с угловой скоростью отнесенной к одному году [10]

$$p_a = 50''.25641 + 0''.02223 T_0. \quad (16)$$

Расчет эволюции Солнечной системы мы проводим в неподвижной экваториальной системе координат, ось  $x$  которой направлена на точку весеннего равноденствия  $\gamma_0$  на эпоху 1950 г. Этой эпохе соответствует величина времени  $T_{0l} = 0.5$ , отсчитываемого от фундаментальной эпохи 1900 в юлианских столетиях. В любой другой момент времени  $T$  смещение точки весеннего равноденствия будет определяться дугой  $\gamma\gamma_0$  (см. рис. 3), полученной в результате интегрирования (16) при  $T_0 = T_{0l} + T$ , в следующем виде:

$$\gamma\gamma_0 = 5025''.641(T + T_{0l}) + (222''.3(T + T_{0l})^2)/2, \quad (17)$$

где  $T$  – время в юлианских столетиях от 30.12.49 г.

Так как долготы восходящего узла  $\Omega_a$  и перигелия  $\pi_a$  Меркурия отсчитываются от подвижной т.  $\gamma$  (см. рис. 3), то на их величины накладывается прецессия  $\gamma\gamma_0$  восходящего узла Земли. Аналогично, и на изменение угла наклона плоскости орбиты Меркурия  $i_{ea}$  накладывается изменение угла наклона плоскости орбиты Земли  $\varepsilon$ . Поэтому рассчитаем вековые возмущения орбиты Меркурия относительно неподвижной плоскости экватора 1950 г. (см. рис. 3) в виде: углового положения восходящего узла  $\varphi_{\Omega}^a$ , отсчитываемого в плоскости экватора 1950 г. от восходящего

узла Земли  $\gamma_0$ ;  $\varphi_{p0}^a$  – углового положения перигелия, отсчитываемого в плоскости орбиты Меркурия от неподвижной точки  $G$ ; угла наклона  $i^a$  плоскости орбиты к неподвижной плоскости экватора.

Из рис. 3 видно, что в неподвижных координатах угловое положение восходящего узла орбиты Меркурия определяется дугой  $\gamma_0 D$ :

$$\varphi_{\Omega}^a = \gamma_0 D, \quad (18)$$

а положение перигелия в плоскости его орбиты – дугами  $GA$  и  $AB$ :

$$\varphi_{p0}^a = GA + AB. \quad (19)$$

Для нахождения этих дуг рассмотрим сферический треугольник  $\Delta\gamma_0 DA$ . В нем известны два угла:  $\gamma_0 = \varepsilon$ ,  $A = i_{ea}$ , а также сторона  $\gamma_0 A = \Omega_a - \gamma\gamma_0$ , лежащая против неизвестного угла  $D$ . Этот угол можно определить согласно зависимостям сферической тригонометрии, например, используя формулу (1.1.010) из [10] получим:

$$\cos D = -\cos \varepsilon \cos i_{ea} + \sin \varepsilon \sin i_{ea} \cos(\Omega_a - \gamma\gamma_0). \quad (20)$$

Так как угол наклона орбиты к плоскости неподвижного экватора  $i^a = \pi - D$ , то из (20) получаем его значение в виде:

$$i^a = \pi - \arccos(-\cos \varepsilon \cos i_{ea} + \sin \varepsilon \sin i_{ea} \cos(\Omega_a - \gamma\gamma_0)). \quad (21)$$

Далее из  $\Delta\gamma_0 DA$  по теореме синусов, например, формула (1.1.007) в [10], находим положение восходящего узла:

$$\varphi_{\Omega}^a = \gamma_0 D = \arcsin(\sin(\Omega_a - \gamma\gamma_0) \sin i_{ea} / \sin i^a). \quad (22)$$

На рис. 3 линией  $\gamma\gamma_0 A$  представлена подвижная эклиптика, т.е. орбита Земли. По результатам наших решений уравнений (3) орбита Земли, как и орбиты других планет, испытывает колебания угла наклона по отношению к неподвижному экватору со средним периодом 68.4 тыс. лет вокруг среднего значения  $i_{mE} = 0.402$  радиан. Восходящий узел Земли колеблется с таким же периодом вокруг среднего положения  $\varphi_{\Omega m} = 0.068$  радиан, а в современную эпоху средняя за  $-400 - +400$  лет скорость его перемещения  $\varphi_{\Omega E}' = 11.6''/\text{ст}$ , т.е. восходящий узел перемещается в направлении движения Земли. Однако, в современной астрономии данные о движении восходящего узла эклиптики не приводятся, в связи с чем на рис. 3а принято, что подвижная эклиптика  $\gamma\gamma_0 A$  поворачивается только в точке  $\gamma_0$ . Поэтому, в действительности  $\varphi_{\Omega}^a$  отсчитывается от узла подвижной эклиптики с неподвижным экватором, т.е. от точки  $\gamma_{0l}$  (см. рис. 3б), а не от неподвижной точки  $\gamma_0$ . В связи с этим в вековое возмущение  $\varphi_{\Omega}^a$  включено вековое возмущение узла Земли  $\varphi_{\Omega E}'$ . Как видно из рис. 4б, восходящий узел Меркурия движется против движения Меркурия. Поэтому из его абсолютной величины векового возмущения  $\varphi_{\Omega}^a$  необходимо вы-

честь абсолютную величину  $\varphi_{\Omega E}'$ . Либо с учетом знаков скорректированное аппроксимационное возмущение восходящего узла Меркурия будет:

$$\varphi_{\Omega C}^{a'} = \varphi_{\Omega}^{a'} + \varphi_{\Omega E}' \quad (23)$$

Положение перигелия на орбите от неподвижной точки  $G$  (см. рис. 3) определяется суммой двух дуг  $GA$  и  $AB = \omega_a$

$$\varphi_{p0}^a = AB + GA = \omega_a + GA = \pi_a - \Omega_a + GA \quad (24)$$

Из прямоугольного треугольника  $\Delta \gamma_o GA$  определим дугу  $GA$ . В треугольнике известна дуга  $\gamma_o A = \Omega_a - \gamma_o$  и угол  $A = i_{ea}$ . Ситуация в этом прямоугольном треугольнике идентична ситуации в треугольнике  $\Delta \gamma_o GD$ , из которого мы определим дугу  $GD$  по формуле (9). Поэтому аналогично этой формуле определится и дуга  $GA$ :

$$\cos GA = \cos \gamma_o A / \cos \gamma_o G \quad (25)$$

Подставляя  $GA$  из (25) в (24) получим угловое положение перигелия на орбите Меркурия от неподвижной точки  $G$  по аппроксимационным данным:

$$\varphi_{p0}^a = \pi_a - \Omega_a + \arccos \left( \frac{\cos(\Omega_a - \gamma_o)}{\sqrt{1 - \sin^2(\Omega_a - \gamma_o) \cdot \sin^2 i_{ea}}} \right) \quad (26)$$

## 7. Сопоставление рассчитанных вековых возмущений орбиты Меркурия с данными наблюдений и анализ результатов

Параметры орбиты Меркурия  $e_a$ ,  $i^a$ ,  $\varphi_{\Omega}^a$  и  $\varphi_p^a$  в неподвижной плоскости экватора, полученные по данным наблюдений, сопоставим с такими же величинами  $e$ ,  $i$ ,  $\varphi_{\Omega}$  и  $\varphi_p$ , вычисленными в результате численного решения задачи взаимодействия тел Солнечной системы. На рис. 4 аппроксимационные параметры  $e_a$ ,  $i^a$ ,  $\varphi_{\Omega}^a$  и  $\varphi_p^a$  изображены сплошными линиями. Как видно из графиков, аппроксимационные параметры хорошо согласуются с расчетными  $e$ ,  $i$ ,  $\varphi_{\Omega}$  и  $\varphi_p$ , в пределах нескольких тысяч лет. Как известно, аппроксимационные зависимости основаны на базе наблюдений порядка две тысячи лет. Поэтому их достоверность ограничена этим периодом.

Так как все зависимости для параметров  $e_a$ ,  $i^a$ ,  $\varphi_{\Omega}^a$ ,  $\varphi_p^a$  и  $e$ ,  $i$ ,  $\varphi_{\Omega}$ ,  $\varphi_p$ , нелинейные во времени, то для получения количественных критериев сопоставим средние скорости их изменения на интервале от -5 до 5 столетий для аппроксимационных зависимостей и на интервале от -10 до 10 столетий для результатов решения уравнений движения (3) (вариант 6 в

таблице 1). В таблице 2 приведены значения параметров и их средних скоростей, а также отличие аппроксимационных значений от расчетных в процентах. Угловые величины измеряются в радианах, а их скорости в столетиях. Вековое возмущение восходящего узла, определенное согласно (22), равно  $\varphi_{\Omega}^{a'} = -129.900''$ . В таблице 2 представлено скорректированное по формуле (23) аппроксимационное возмущение восходящего узла Меркурия  $\varphi_{\Omega C}^{a'}$ .

**Таблица 2.** Сопоставление наблюдаемых (аппрокс.) и расчетных параметров и вековых возмущений орбиты Меркурия

Параметры орбиты	Значения в 1950 г.		$\delta$ , %	Вековые возмущения		$\delta$ , %
	Аппрокс.	Расчетные		Аппрокс.	Расчетные	
$e$	0.205624	0.205591	$1.62 \cdot 10^{-2}$	4.21399	4.31774	-2.40
$i$ , рад.	0.4992050	0.4992041	$1.72 \cdot 10^{-4}$	17.0166"	16.93018"	0.481
$\varphi_{\Omega}$ , рад	0.189639	0.189635	$1.90 \cdot 10^{-3}$	-118.300"	-118.206"	0.08
$\varphi_{p0}$ , рад	1.33454	1.33412	$3.18 \cdot 10^{-2}$	562.555"	541.719"	3.85

Как видно из таблицы 2, рассчитанные параметры отличаются от наблюдаемых не более чем на 0.032%. Вековые возмущения отличаются сильнее. Меньше одного процента составляет отличие для вековых возмущений угла наклона плоскости орбиты и восходящего узла. Вековые возмущения эксцентриситета и перигелия отличаются на несколько процентов.

А теперь вернемся к сообщению [2], что по закону тяготения Ньютона прецессия составляет – 5557" и эта величина на 43" отличаются от наблюдаемой. То есть наблюдаемое смещение перигелия Меркурия составляет 5600" в столетие. Нетрудно убедиться, что эта величина следует из аппроксимационной зависимости (12), если ее продифференцировать по времени. Однако в значение 5600" входят три величины (см. рис. 3): смещение плоскости экватора Земли  $\gamma_o$ , движение восходящего узла Меркурия  $\Omega_a$  и движение его перигелия  $\omega_a$ .

Смещение перигелия Меркурия по его орбите от некоторой неподвижной точки, согласно зависимостям (11) – (14) С. Ньюкомба, равно 562.555" в столетие. В середине 19 века У. Леверье в результате приближенного решения взаимодействий в Солнечной системе по закону Ньютона нашел величину прецессии 530" в столетие, которая близка к наблюдаемой. В результате точного решения уравнений этих взаимодейст-



вий численным методом мы получили смещение перигелия 541.719" в столетие. Отличие его от наблюдаемого результата составляет 21", что меньше половины от величины 43", которую дает общая теория относительности.

Величина невязки между данными наблюдений и результатами расчетов, как видно из таблицы 2, имеет такой же порядок, как невязка для эксцентриситета. Они объясняются многими причинами. Большая доля этих отличий обусловлена тремя факторами: 1) приведением данных наблюдений к неподвижным координатам; 2) наличием малых колебаний параметров с коротким периодом; 3) погрешностями обработки при аппроксимации пространственной орбиты эллипсом. Кроме того, невязка для перигелия обусловлена погрешностью смещения нулевой точки  $G$ . При переменной орбите на ней невозможно зафиксировать неподвижную точку. Точно можно лишь зафиксировать относительно неподвижных координат время завершения полного оборота перигелия Меркурия. Такая средняя за 3.76 млн. лет угловая скорость движения перигелия Меркурия определена нами и равна  $\omega_p = 522''$  в столетие.

Мы проанализировали погрешности расчетов эволюции орбиты Меркурия по закону тяготения Ньютона. Однако существует также погрешность обработки данных наблюдения, которая становится существенной при малых расхождениях с расчетом. Ряд методических факторов, связанных с нестационарностью орбиты, мы отметили выше. Поэтому на данном этапе вполне обоснованы нижеследующие выводы.

## 8. Выводы

**Выполненные расчеты и анализ свидетельствуют, что все наблюдаемые явления описываются законом тяготения Ньютона. Расчетные результаты и наблюдаемые качественно не отличаются. Количественные отличия малы и находятся в пределах упрощений, используемых при решении уравнений (3) и аппроксимации наблюдений.**

## ЛИТЕРАТУРА

1. Смутьский И.И. Эволюция орбиты Меркурия в течение 20 тыс. лет (нет оснований для ОТО)// В сб. Актуальные проблемы естествознания начала века. Материалы международной конференции 21-25 августа 2000 г, Санкт-Петербург, Россия. - СПб.: Анатолия, 2001. – С. 384-394.

2. Кауфман У. Космические рубежи теории относительности.- М.: Мир.- 1981.- 352 с.
3. Gerber P. Die raumliche und reitliche Aubreitung der Gravitation // Z. Math. Phys.- 1898.- Vol. 43.- P. 93-104.
4. Эйнштейн А. Объяснение движения перигелия Меркурия в общей теории относительности / А Эйнштейн. Собр. науч. трудов: В 4 т.- М.: Наука.- 1965.- Т. 1.- С. 439-447.
5. Смутьский И.И. Теория взаимодействия Новосибирск: Из-во Новосибирского ун-та, ННЦ ОИГТМ СО РАН. 1999. - 294 с.
6. Мельников В.П., Смутьский И.И., Кротов О.И., Смутьский Л.И. Орбиты Земли и Солнца и возможные воздействия на криосферу Земли (постановка проблемы и первые результаты)// Криосфера Земли. - 2000, т. IV, №3, с. 3-13.
7. Мельников В.П., Смутьский И.И. Астрономические факторы воздействия на криосферу Земли и проблемы их исследования. ритмичность природных процессов. - Материалы Международной конференции “Экстремальные криосферные явления: фундаментальные и прикладные аспекты.” 2002 г., г. Пущино. – С. 55.
8. Смутьский И.И. Эволюция орбит Земли и Марса в течение 20 тыс. лет и возможное влияние ее на криосферы планет// В сб. Материалы Второй конференции геокриологов России. МГУ им. М.В. Ломоносова, 6-8 июня 2001 г. Том 3. Региональная и историческая геокриология. - Москва: МГУ. – 2001.– С. 224-229.
9. Смутьский И.И. Эволюция тел Солнечной системы за сотни тысяч лет и проблемы ее расчета.// Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Екатеринбург: УрО РАН.-2001.- 633с. (с.535-536)
10. Справочное руководство по небесной механике и астероидике. – Под рук. Г.Н. Дубошина. Изд. 2-е, доп. и перераб. – “Наука.”-1976.-862 с.
11. Астрономический ежегодник СССР на 1949 г. – М.-Л.– 1947 г.