

Smulsky J.J. Circumsolar orbits of the apparatus at passive flight and gravitation maneuver at Venus.//The International conference "The Fourth Okunev's readings". The symposium "Poincare and problems of the nonlinear mechanics", June, 22-25, 2004, Saint Petersburg: Materials of reports. Vol. II. Ballistics / Baltic State Technical Univercit. – Saint Petersburg, 2005. Pp. 124-134.

Смульский И.И. Околосолнечные орбиты аппарата при пассивном полете и гравиманевре у Венеры.//Международная конференция "Четвертые Окуневские чтения". Симпозиум "Пуанкаре и проблемы нелинейной механики", 22-25 июня 2004 г., Санкт-Петербург: Материалы докладов. Т. II. Баллистика / Балт. гос. техн. ун-т.-СПб., 2005. С.124-134.

ОКОЛОСОЛНЕЧНЫЕ ОРБИТЫ АППАРАТА ПРИ ПАССИВНОМ ПОЛЕТЕ И ГРАВИМАНЕВРЕ У ВЕНЕРЫ.

Исправленная 21.12.05.г.

И.И. СМУЛЬСКИЙ

Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, Малыгина ул. д. 86
т. (3452) 27-35-18, факс (3452) 25-11-53, E-mail: JSmulsky@mail.ru

1. Введение

Для исследования Солнца, мониторинга его воздействия на Землю рассматриваются разные варианты орбит аппаратов. С целью удешевления их запуска используют тяготение соседних с Землей планет. Например, в работе [1] рассматриваются достижение аппаратом расстояния 0.18 а. е. от Солнца за 5.8 года с помощью пяти гравиманевров у Венеры и Земли. В других вариантах [2] с многократными гравиманеврами аппарат приближается на расстояние 0.137 а. е. от Солнца за 1.7 года и на расстояние 0.14 а. е. за 2.5 года. В этих вариантах используются маршевые двигатели, необходимые для коррекции траектории.

Зададимся вопросом, можно ли вывести аппарат в окрестность Солнца, в котором не было б маршевых двигателей, а необходимая коррекция траектории осуществлялась бы с помощью тяготения планет? В этом случае требуемую начальную скорость полета аппарату можно задать стартовыми двигателями у Земли. Далее весь полет будет происходить в пассивном режиме. Так как маршевые двигатели для коррекции траектории не потребуются, то стартовый вес всей системы уменьшится, и стоимость запуска существенно снизится.

Для реализации такого варианта полета необходимо иметь надежный метод расчета траектории полета. Только в случае, если реализованная траектория будет совпадать с заблаговременно рассчитанной, можно будет отказаться от маршевых двигателей коррекции траектории. Такой метод расчета движений тел, находящихся под воздействием сил тяготения, нами разработан для исследования эволюции Солнечной системы. Кроме того, для выбора начальных условий и анализа результатов потребуется ряд зависимостей. Ниже они рассмотрены.

2. Зависимость приближения к Солнцу от скорости старта

Запускаемый с Земли аппарат имеет ее орбитальную скорость v_E . Для того чтобы его траектория была направлена к Солнцу, нужно уменьшать эту скорость, т.е. запускать аппарат против орбитального вращения Земли. При скорости аппарата относительно Земли $v_{roc} = -v_E$, он пойдет по радиусу к Солнцу. При меньших по модулю скоростях аппарата его траектория будет эллиптиче-

ской и в перигелии он достигнет наименьшего расстояния R_{pr} до Солнца. Найдем это расстояние в зависимости от начальной скорости аппарата v_{roc} на основании решения задачи взаимодействия двух тел [3, 4]. Уравнение траектории в безразмерном виде в полярной системе координат (см. рис. 1), в начале которой расположено тело массой M , запишется в виде:

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt{(\bar{v}_{r0}^0)^2 + (\alpha_1^0 + 1) \cos(\varphi - \varphi_0) - \alpha_1^0}}, \quad (1)$$

где $\bar{r} = r/r_0$ – безразмерный радиус положения аппарата относительно тела M .

$\alpha_1^0 = \mu_1/(r_0 v_{i0}^2)$ – параметр траектории по отношению к начальной точке r_0 траектории.

$\mu_1 = -G(M+m)$ – параметр взаимодействия;

G – гравитационная постоянная;

r_0, φ_0 – полярные координаты начальной точки;

v_{i0}, v_{r0} – трансверсальная и радиальная скорость в ней;

$\bar{v}_{r0}^0 = v_{r0}/v_{i0}$ – безразмерная радиальная скорость.

Если в качестве начальной точки выбрана точка перицентра $r_0 = R_p$, то, $v_{r0} = 0$; $\bar{v}_{r0}^0 = 0$; и $\varphi_0 = 0$. Уравнение (1) при этом упрощается

$$\bar{r} = \frac{1}{(\alpha_1 + 1) \cos \varphi - \alpha_1}. \quad (2)$$

Здесь параметр траектории α_1^0 обозначен как $\alpha_1 = \mu_1/(R_p v_p^2)$, где v_p – скорость аппарата в перигелии.

Отметим, что в этом случае радиус апоцентра R_a , скорость в нем v_a и период обращения T , в случае замкнутой орбиты, определяются следующими выражениями:

$$\bar{R}_a = R_a/R_p = -1/(2\alpha_1 + 1), \quad \bar{v}_a = v_a/v_p = 1/\bar{R}_a, \quad \bar{T} = \frac{T v_p}{R_p} = -\frac{2\alpha_1 \pi}{(-2\alpha_1 - 1)^{3/2}}. \quad (3)$$

Кроме того, запишем выражения для радиальной \bar{v}_r и трансверсальной \bar{v}_t скоростей:

$$\bar{v}_r = v_r/v_p = \sqrt{(\alpha_1 + 1)^2 - (\alpha_1 + 1/\bar{r})^2}; \quad \bar{v}_t = v_t/v_p = 1/\bar{r}; \quad (4)$$

а также эксцентриситета e орбиты и зависимости между параметрами траектории:

$$e_t = -(1 + 1/\alpha_1), \quad \alpha_1 = \alpha_1^0 R_p/r_0 \quad (5)$$

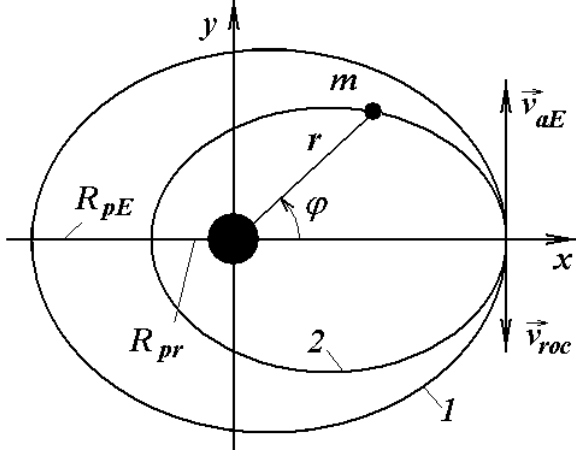
Уравнение (2) при $\alpha_1 = -1$ представляет окружность; при $-1 < \alpha_1 < -0.5$ – эллипс; при $\alpha_1 = -0.5$ – параболу; при $-0.5 < \alpha_1 < 0$ – гиперболу; при $\alpha_1 = 0$ – прямую.

Пусть в афелии Земли (см. рис. 1) запускается аппарат с массой m и скоростью относительно Земли v_{roc} . Тогда скорость аппарата в его афелии $v_{ar} = v_{aE} + v_{roc}$ и радиус его афелия $R_{ar} = R_{aE}$, где параметры с индексом «E» принадлежат Земле, а «roc» и «r» – относятся к ракете, т.е. к аппарату. Согласно (2) запишем параметры траектории Земли и аппарата

$$\alpha_{1E} = \frac{\mu_1}{R_{pE} v_{pE}^2}; \quad \alpha_{1r} = \frac{\mu_1}{R_{pr} v_{pr}^2}, \quad (6)$$

где параметр взаимодействия $\mu_1 \approx GM$ принимаем одним и тем же для этих двух тел, т.к. их массы по сравнению с массой Солнца M малы.

Исключая μ_1 из (5) получаем



$$\alpha_{1r} = \alpha_{1E} \frac{R_{pE} v_{pE}^2}{R_{pr} v_{pr}^2} \quad (7)$$

Рис. 1. Схема запуска аппарата в плоскости орбиты Земли против ее орбитальной скорости v_{aE} .

Выразив параметры перигелия через параметры афелия с помощью (3) после подстановки их в (7) получим уравнение для α_{1r} , в результате решения которого найдем параметр траектории аппарата

$$\alpha_{1r} = \frac{\alpha_{1E}}{(1 + v_{roc} / v_{aE})^2 (2\alpha_{1E} + 1) - 2\alpha_{1E}} \quad (8)$$

С учетом того, что $R_{ar} = R_{aE}$ относительный радиус перигелия аппарата в соответствии с (3) запишется (R_{pra} – дополнительный индекс «а» определяет аналитический способ вычисления):

$$R_{pra} / R_{aE} = - \frac{(1 + v_{roc} / v_{aE})^2 (2\alpha_{1E} + 1)}{(1 + v_{roc} / v_{aE})^2 (2\alpha_{1E} + 1) - 2\alpha_{1E}} \quad (9)$$

Расчет по формуле (9) при $\alpha_{1E} = -0.9942421$ дает следующие значения в астрономических единицах (а.е.) наименьшего приближения аппарата к Солнцу R_{pra} при его начальной скорости запуска v_{roc} :

v_{roc} , км/с	-10	-15	-20	-25	-30
R_{pra} , а.е.	0.280125	0.140905	0.058634	0.014472	$1.313 \cdot 10^{-5}$

3. Оптимальный старт для приближения к Солнцу

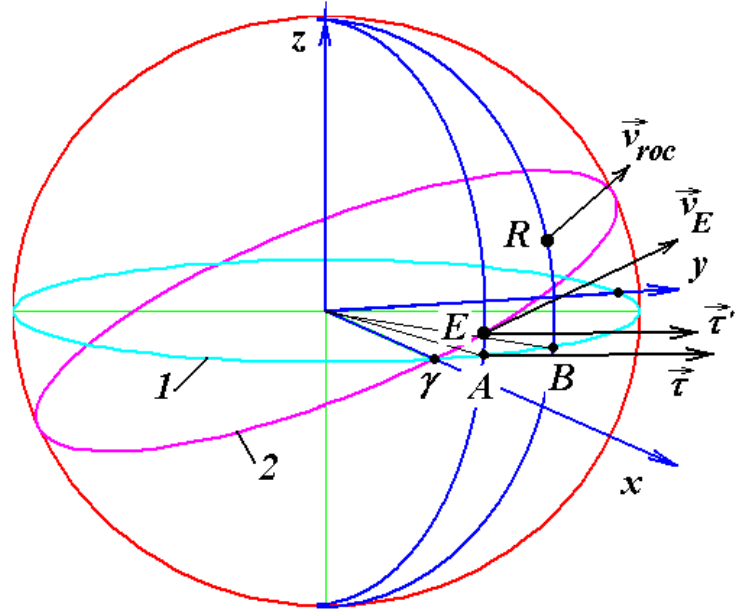
При воздействии всех планет Солнца и Луны движение аппарата будет отличаться от рассмотренного по воздействию двух тел. Значительные влияния внесет воздействие Земли в начальный период полета. Это приведет к большим значениям R_{pr} по сравнению с выше рассчитанными R_{pra} . Затем сильное воздействие могут оказать планеты, если траектория будет проходить близко от них.

Для численного интегрирования уравнений движения аппарата совместно с перечисленными 11 телами Солнечной системы используется программа Galactica, разработанная нами для исследования эволюции Солнечной системы. Метод решения и доказательства его достоверности представлены в работах [3, 5, 6]. Программа позволяет с высокой степенью точности решать задачи о взаимодействиях тел в Солнечной системе. Например, при решении задачи о движении тел Солнечной системы за период 100 млн. лет с шагом $dt = 10^{-4}$ года,

относительная погрешность момента количества движения Солнечной системы составила $8 \cdot 10^{-11}$.

Рассматривается движение аппараты массой $m = 1000$ кг, радиусом $R_r = 5$ м с начальной высоты $h = 300$ м от поверхности Земли, находящегося в экваториальной плоскости. Положение и скорость аппарата, как и всех других тел, задаются в барицентрической экваториальной системе координат.

Рис.2. Угловые параметры Земли (E) и аппарата (R) в барицентрической экваториальной системе координат: 1- плоскость небесного экватора; 2- плоскость орбиты Земли (эклиптики); A и B – проекции Земли и аппарата на круг экватора; $\vec{\tau}$ – касательная к экватору в т. A ; $\alpha_E = \gamma A$, $\alpha_r = \gamma B$ – прямые восхождения Земли и аппарата; $\delta_E = EA$ и $\delta_r = RB$ – склонения Земли и аппарат; θ_E - угол наклона вектора скорости \vec{v}_E Земли к плоскости экватора (к вектору $\vec{\tau}'$).



При задании скорости аппарата будем привязывать ее к скорости Земли. Согласно рис. 2 угловые параметры положения Земли через ее декартовые координаты x_E, y_E, z_E запишутся:

$$\alpha_E = \arcsin \frac{y_E}{\sqrt{x_E^2 + y_E^2}}; \quad \delta_E = \arcsin \frac{z_E}{\sqrt{x_E^2 + y_E^2 + z_E^2}} \quad (10)$$

а угловые параметры ее вектора скорости будут:

$$\theta_E = \arcsin \frac{v_{zE}}{\sqrt{v_{xE}^2 + v_{yE}^2 + v_{zE}^2}}; \quad \alpha_{vE} = \arcsin \frac{v_{yE}}{\sqrt{v_{xE}^2 + v_{yE}^2}} \quad (11)$$

где α_{vE} – угол в плоскости экватора между проекцией скорости Земли на эту плоскость и осью x .

При запуске аппарата можно варьировать ее четырьмя угловыми параметрами $\alpha_r, \delta_r, \theta_r$ и α_{vr} . Мы будем варьировать ее двумя углами α'_r и θ_r , расположенными во взаимно перпендикулярных плоскостях, вблизи угловых параметров Земли:

$$\alpha'_r = \alpha_E + \alpha_0, \quad \theta_r = \theta_E + \theta_0 \quad (12)$$

при неизменных $\delta_r = \delta_E$ и $\alpha_{vr} = \alpha_{vE}$. Отметим, что угол α'_r не является прямым восхождением аппарата, т.е. отличаются от угла α_r на рис. 3.

В этом случае α_0 является опережением прямого восхождения аппарата в начальной точке относительно прямого восхождения Земли; θ_0 – превышение вектора скорости аппарата над вектором скорости Земли по отношению к плоскости экватора.

Спроектируем положения аппарата и Земли (см. рис. 3) на плоскость экватора. Чтобы не вводить лишний параметр, направляем скорость v_{rxy} перпендикулярно ER. Тогда проекции положения аппарата запишем так:

$$x_r = x_E + (R_E + h) \cos \alpha'_r; \quad y_r = y_E + (R_E + h) \sin \alpha'_r; \quad z_r = z_E. \quad (13)$$

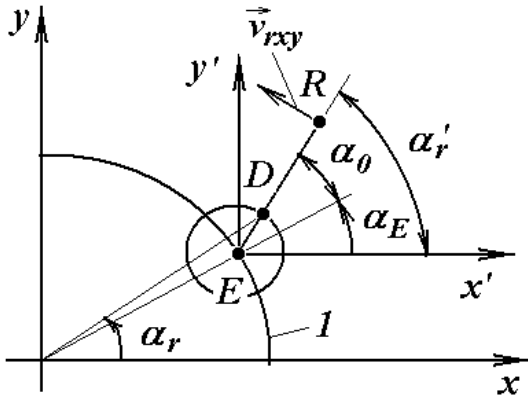


Рис.3. Проекция положения Земли (E) и аппарата (R) на плоскость барицентрического экватора: $x'Ey'$ – геоцентрическая экваториальная система координат; 1 – проекция орбиты Земли на экваториальную плоскость; $R_E = ED$ – экваториальный радиус Земли; $h = DR$ – начальная высота аппарата.

Согласно рис. 2 проекции скорости аппарата можем записать $v_{rz} = v_{roc} \sin \theta_r$; $v_{rxy} = v_{roc} \cos \theta_r$. Тогда,

согласно рис. 3, проекции скорости аппарата в барицентрической экваториальной системе координат можно записать:

$$v_{rz} = v_{Ex} - v_{roc} \sin \alpha'_r \cos \theta_r \quad v_{ry} = v_{Ey} + v_{roc} \cos \alpha'_r \cos \theta_r \quad v_{rz} = v_{Ez} + v_{roc} \sin \theta_r. \quad (14)$$

Полученные начальные данные (13) – (14) аппарата, необходимые для интегрирования уравнений движения, определяются тремя параметрами: датой запуска T , опережением прямого восхождения α_0 начальной точки и превышением наклона θ_0 вектора скорости к плоскости экватора.

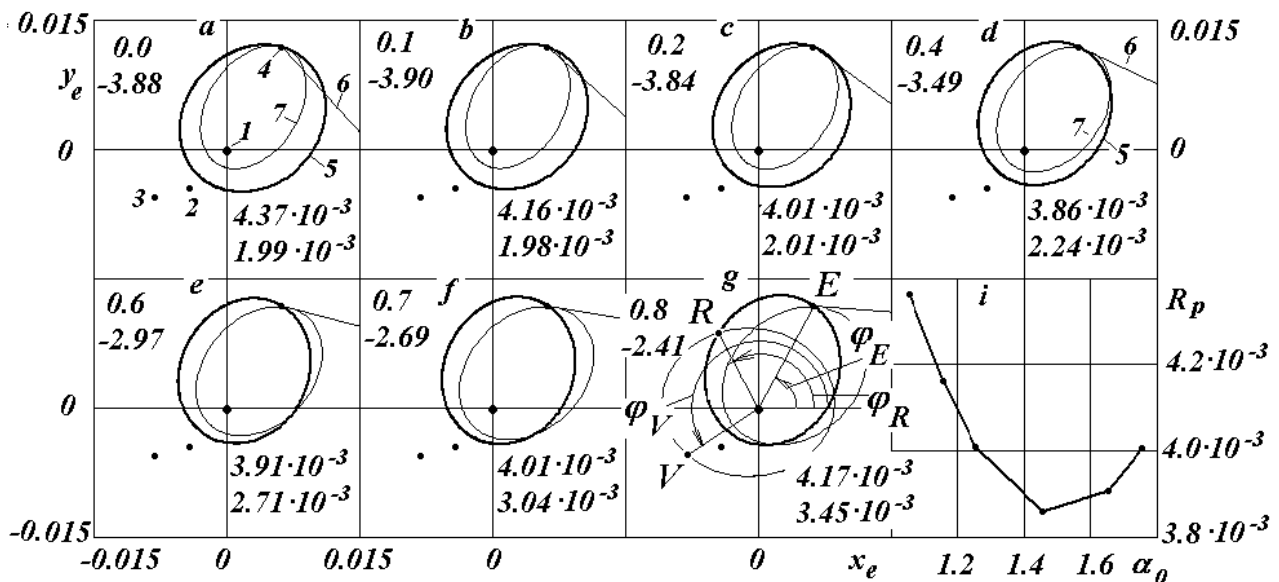


Рис. 4. Траектории движения аппарата при запуске 22.11.01 г. со скоростью относительно центра Земли $v_{roc} = -15$ км/с при разных начальных углах опережения α_0 . Все траектории спроектированы на плоскость эклиптики. Тела в момент старта: 1 – Солнце; 2 – Меркурий; 3 – Венера; 4 – Земля; 5 – действительная орбита аппарата, полученная интегрированием совместных с телами Солнечной системы уравнений движения; 6 – гиперболическая орбита относительно Земли ($\alpha_1 = -0.266$); 7 – орбита аппарата при воздействии на него только Солнца. Цифрами, сверху вниз, даны параметры: α_0 , α_1^0 , R_p , и R_{pa} .

На рис. 4 представлены результаты интегрирования совместных уравнений движения аппарата, планет, Луны и Солнца при вариации опережения α_0 . Запуск аппарата происходит 21.11.01 г (JD=2452236.4). На рис.4а представлена траектория 5 аппарата, полученная в результате численного интегрирования. Для сравнения также приведены две аналитические траектории 6 и 7. Гиперболическая траектория 6 рассчитана для взаимодействия двух тел: Земли и аппарата по формуле (2). При этом параметры в перигелии равны: $R_p = R_E + h$ и $v_p = v_{roc}$, начальный угол $\varphi_0 = \alpha'_r$ и параметр взаимодействия $\mu_1 = -G(m_r + m_E)$.

Так как аппарат близко расположен к Земле, то шаг интегрирования на этом участке требуется наименьший. В этом случае использовался шаг интегрирования $\Delta T = 10^{-5}$ года. Вблизи Земли траектория движения аппарата совпала с траекторией 5, приведенной к той же системе координат. Это совпадение служило критерием достижения необходимой точности интегрирования.

Орбита 7 рассчитывалась также с помощью выражения (1), но для взаимодействия аппарата с Солнцем. Параметры положения аппарата в начальный момент относительно Солнца определялись так:

$$x_{rs} = x_r - x_s; \quad y_{rs} = y_r - y_s; \quad z_{rs} = z_r - z_s; \quad r_{rs0} = \sqrt{x_{rs}^2 + y_{rs}^2 + z_{rs}^2}. \quad (15)$$

Аналогично определены относительные компоненты скорости: $v_{rsx}; v_{rsy}; v_{rsz}$ и v_{rs0} . Затем определялся угол между радиусом r_{rs0} и скоростью v_{rs0} :

$$\cos \beta = \frac{\vec{r}_{rs0} \vec{v}_{rs0}}{r_{rs0} v_{rs0}}. \quad (16)$$

По известному углу β рассчитывалась трансверсальная и радиальная проекции скорости аппарата:

$$v_{rs0r} = v_{rs0} \cos \beta; \quad v_{rs0t} = v_{rs0} \sin \beta; \quad \bar{v}_{r0}^0 = v_{rs0r} / v_{rs0t}. \quad (17)$$

Затем определялся параметр траектории $\alpha_1^0 = \mu_1 / (r_{rs0} v_{rs0t}^2)$, где $\mu_1 = -G(M_S + m_r)$,

и начальный угол $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1 + \alpha_1^0}{\sqrt{(\bar{v}_{r0}^0)^2 + (1 + \alpha_1^0)^2}} + \alpha_E$.

С помощью параметров и α_1^0 , \bar{v}_{r0}^0 и φ_0 по формуле (1) рассчитывалась траектория 7 на рис.4а. Значения параметров траекторий α_1 и α_1^0 , начального угла положения φ_0 и радиусы перигелиев траекторий R_p – для траектории 5 и R_{pa} – для траектории 7 представлены на графиках. Все геометрические размеры отнесены к характерному размеру Солнечной системы $A_m = 1.09796077030958 \cdot 10^{13}$ м.

Из рис. 4а видно, что при той же начальной скорости аппарата $v_{roc} = -15$ км/с, траектория 7 почти в два раза ближе подходит к Солнцу, по сравнению с действительной траекторией: $R_{pa} = 1.987 \cdot 10^{-3}$ при $R_p = 4.365 \cdot 10^{-3}$. Мы назвали траекторию 5, полученную в результате интегрирования уравнений, действитель-

ной, потому что многочисленные проверки показали: рассчитанные движения планет, Солнца и Луны совпадают с наблюдаемыми [5, 6].

Причина более далекого прохождения аппарата от Солнца по сравнению с решением 7 задачи двух тел обусловлена двумя обстоятельствами. С одной стороны кинетическая энергия аппарата расходуется на преодоление тяготения Земли. Поэтому не вся скорость $v_{roc} = -15$ км/с используется для уменьшения орбитальной скорости аппарата относительно Солнца. С другой стороны, при взаимодействии с Землей происходит искривление траектории аппарата, и вектор его скорости неэффективно вычитается от движения Земли. Поэтому на рис. 4 рассмотрены траектории аппарата при вариации угла положения α_0 . Как видно из рис. 4d, наиболее близко аппарат подходит к Солнцу при $\alpha_{opt} = 0.4$. В этом случае (см. рис. 4d) аппарат по траектории 5 подходит к Солнцу на наименьшее расстояние $R_p = 2.243 \cdot 10^{-3}$. При этом видно, что гиперболическая траектория 6 в этом случае направлена по касательной к траектории 5, т.е. в этом случае вектор относительной скорости аппарата v_{roc} эффективно вычитается из вектора v_E орбитального движения Земли.

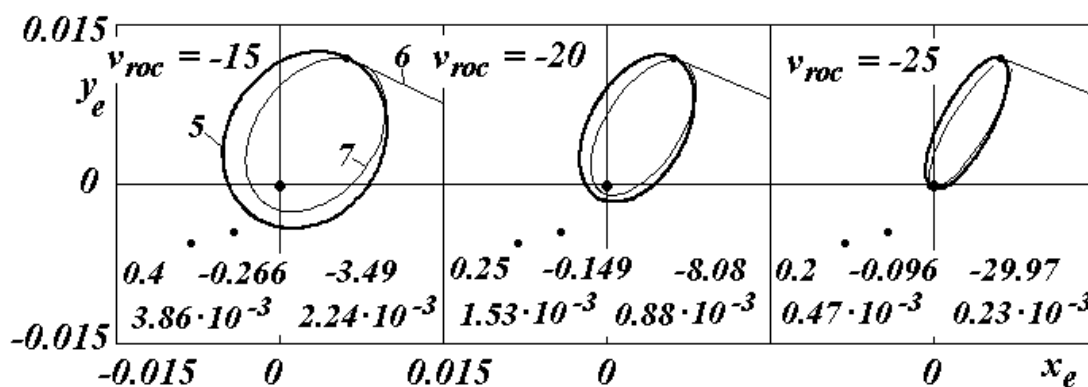


Рис. 5. Оптимальные по углу опережения α_{opt} траектории при разных начальных скоростях v_{roc} . Цифрами, слева направо и сверху вниз, даны параметры: α_{opt} , α_1 , α_1^0 , R_p , и R_{pa} . Остальные обозначения см. рис. 4.

Были выполнены исследования влияния угла α_0 и при других скоростях и установлены оптимальные углы положения α_{opt} . На рис. 5 приведены орбиты аппарата для оптимальных случаев при разных скоростях запуска. С увеличением скорости v_{roc} аппарат ближе подходит к Солнцу. При этом траектория 7 по задаче двух тел подходит к Солнцу почти в два раза ближе. Отметим также, что при оптимальных углах α_{opt} запуска гиперболические траектории 6 становятся касательными к траектории 5 и при других скоростях аппарата v_{roc} . Поэтому использование этого свойства может облегчить задачу нахождения оптимальной траектории.

4. Оптимальный гравиманевр для приближения к Солнцу

Для использования притяжения небесных тел с целью коррекции траектории аппарата рассмотрим предельные углы φ_b , которые может сообщить не-

бесное тело. Для аппарата имеющей на бесконечности $r \rightarrow \infty$ скорость v_∞ , угловое положение φ_a асимптоты гиперболической траектории, отсчитываемое от перигелия, и выражения для скорости определим из выражений (2) и (4), соответственно:

$$\varphi_a = \arccos[\alpha_l/(\alpha_l + 1)]; \quad v_\infty = v_p \sqrt{2\alpha_l + 1}. \quad (18)$$

Тогда угол отклонения вектора скорости аппарата при прохождении его у тела запишется

$$\varphi_b = 2\varphi_a - \pi = 2\arccos[\alpha_{l\infty}/(\alpha_{l\infty} + 1)] - \pi, \quad (19)$$

где $\alpha_{l\infty}$ – обозначен параметр траектории α_l , который зависит от v_∞ .

Параметр траектории α_l , согласно (2) зависит от скорости в перицентрии v_p и радиуса перицентрия R_p . Будем рассматривать прохождение аппарата на наименьшем расстоянии от центра тела и равном его радиусу R_b , т. е. $R_p = R_b$. А скорость в перигелии v_p выразим через скорость на бесконечности v_∞ согласно (18). Тогда параметр траектории будет $\alpha_{l\infty} = \mu_1(2\alpha_{l\infty} + 1)/(R_b v_\infty^2)$. После преобразования получаем параметр траектории, по которой будет двигаться аппарат, имеющий скорость на бесконечности v_∞ :

$$\alpha_{l\infty} = \mu_1 / (R_b v_\infty^2 - 2\mu_1). \quad (20)$$

Табл. 1. Углы отклонения аппарата φ_b вблизи планет (1-9), Луны (10) и Солнца (11) при разных скоростях аппарата на бесконечности v_∞ .

No. тел	Углы отклонения φ_b в радианах при скорости v_∞ в км/с				
	10	15	20	25	30
1	0.16687	0.0777	0.04445	0.02868	0.02
2	0.71367	0.38768	0.23721	0.15836	0.11264
3	0.78958	0.43828	0.2711	0.18207	0.12996
4	0.22441	0.10618	0.06113	0.03955	0.02763
5	2.48497	2.18311	1.90843	1.66402	1.45019
6	2.08196	1.65622	1.31571	1.05125	0.84827
7	1.53235	1.05012	0.73903	0.53784	0.40437
8	1.65055	1.16899	0.84303	0.62425	0.47512
9	0.79887	0.44461	0.27539	0.18509	0.13218
10	0.05489	0.02477	0.01401	0.00899	0.00625
11	3.07682	3.04447	3.01214	2.97986	2.94763

При известном параметре траектории $\alpha_{l\infty}$ можно, согласно (19) определить углы отклонения аппарата. Как видно из табл. 1, наибольший угол отклонения φ_b аппарата дает Солнце и наименьший Луна. С увеличением скорости угол отклонения растет. Чтобы аппарат мог оторваться от Земли и уйти в бесконечность, его скорость должна превышать вторую космическую $v_{2c} = (2\mu_1/R_b)^{0.5} = 11.18$ км/с. Поэтому при полете к Солнцу, из трех тел: Луны, Венеры и Меркурия, - осязательное отклонение, согласно табл. 1, может дать только Венера. Поэтому ниже рассмотрим траекторию полета аппарата к Солнцу с использованием гравиманевра у Венеры.

Определим момент старта аппарата, чтобы по достижению орбиты Венеры аппарат встретился с ней. Воспользуемся результатами запуска аппарата 22.11.01 г. (см. рис. 4d). Определим угловые положения Земли φ_E и Венеры φ_V в

момент старта T_0 и аппарата φ_r в момент $T_0 + t_r$ пересечения орбиты Венеры, где t_r – время движения аппарата на участке ER. Углы рассчитываются по координатам тел в плоскости эклиптики $x_e S y_e$ с началом координат в центре Солнца, например для Земли: $\varphi_E = \arctg(y_{Ee}/x_{Ee})$. За время движения аппарата его положение относительно Земли смещается на величину $\varphi_{rE} = \varphi_r - \varphi_E$. Если в момент старта T_0 Венера опережала Землю на угол $\varphi_{VE} = \varphi_V - \varphi_E$, то для нового момента старта T_1 Венера, чтобы аппарат встретился с ней, должна отставать на угол $\Delta\varphi_{VE}$. Тогда время нового старта нужно сдвинуть на время коррекции

$$t_c = (\varphi_{VE} + \Delta\varphi_{VE})/(\omega_V - \omega_E), \quad (21)$$

где $\omega_V - \omega_E$ – разность средних угловых орбитальных скоростей Венеры и Земли;

$$\Delta\varphi_{VE} = (\omega_V - \omega_E) t_r.$$

Формула (21) является приближенной, т. к. в каждой точке траекторий тел и при разных параметрах запуска аппарата характеристики движения отличаются. Численные эксперименты показали, что в ряде случаев достигается лучший результат при угле отставания Венеры $\Delta\varphi_{VE} = \varphi_{rE}$.

С учетом (21) новое время старта получено $T_1 = T_0 - t_c = 0.5105$ в столетиях от 30.12.1949 г., что соответствует 20.01.2001 г. (JD = 2451929,07). Так как период обращения Венеры по отношению к Земле равен $2\pi/(\omega_V - \omega_E) = 1.599$ года, то для встречи с Венерой с этой периодичностью можно повторять такие пуски аппарата.

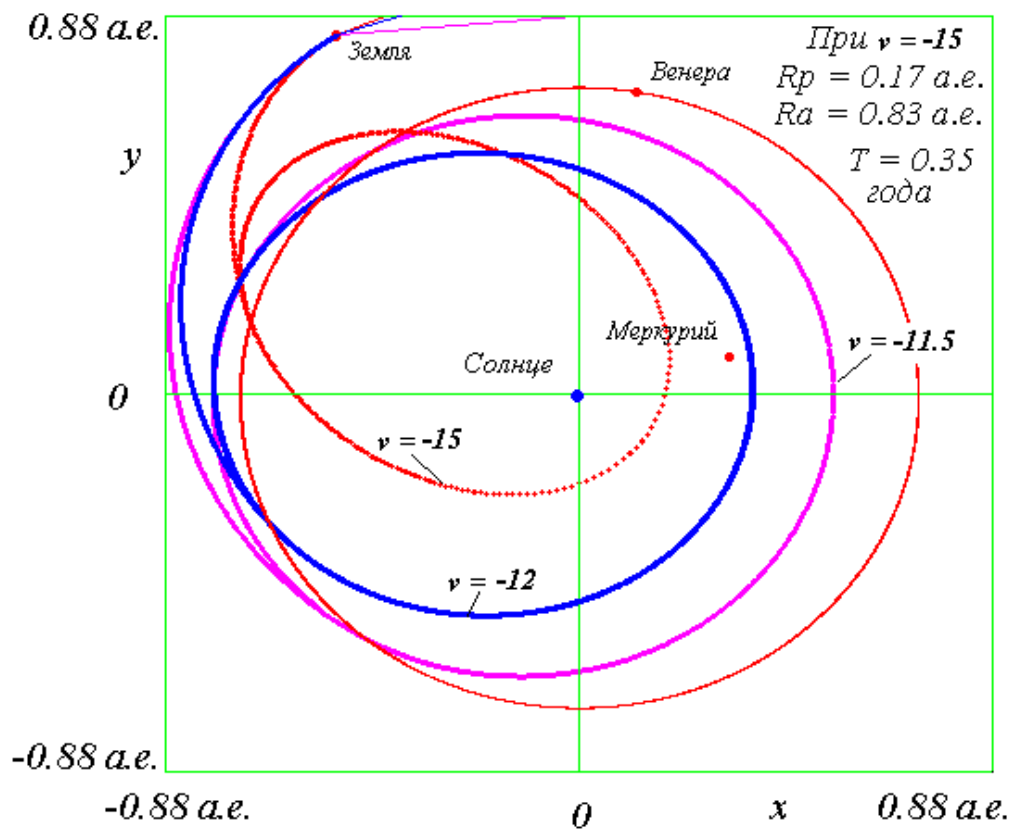


Рис. 6. Траектории и орбиты аппарата при старте 20.01.2001 г. с разными начальными скоростями v_{roc} . Полет пассивный. После воздействия Венеры аппарат выходит на стабильную орбиту.

Для приближения к Венере при заданной скорости аппарата v_{roc} можно варьировать тремя параметрами:

временем старта T_1 , углом опережения α_0 и углом превышения θ_0 . Были выполнены расчеты приближения к Венере на наименьшее расстояние R_{rV} при нескольких начальных скоростях v_{roc} и в один и тот же момент времени старта T_1 . При каждой

скорости, методом последовательных приближений, с использованием аппроксимационных зависимостей рассчитывались начальные углы старта α_0 и θ_0 . Значение конечных значений углов и параметры полученных траекторий представлены в табл. 2.

Табл. 2. Параметры решений с использованием гравиманевра у Венеры: R_{rV} – наименьшее расстояние между аппаратом и Венерой; R_{bV} – радиус Венеры; t_{min} – время полета до Солнца; T_{orb} – период околосолнечной орбиты.

v_{roc} , км/с	α_0	θ_0	α_1	α_1^0	R_{rV}/R_{bV}	R_{pr} , а.е.	R_{pra} , а.е.	t_{min} , год	T_{orb} , год
-11.5	0.46	-0.2199	-0.4518	-2.143	6.86	0.545	0.296	0.427	0.545
-12	0.51382	-0.3296	-0.4149	-2.098	3.14	0.369	0.303	0.36	0.44
-15	0.18736827	-0.1583	-0.2655	-3.538	22.4	0.172	0.162	0.25	0.35

На рис. 6 изображены траектории аппарата при трех стартовых скоростях. Как видно из графиков, после взаимодействия с Венерой размер орбиты аппарата уменьшается, и афелий орбиты аппарата не достигает орбиты Земли. Таким образом, часть кинетической энергии аппарата отбирается Венерой. С увеличением стартовой скорости, начиная с $v_{roc} = -11.5$ км/с, радиус перигелия уменьшается и при $v_{roc} = -15$ км/с аппарат приближается к Солнцу на расстояние $R_p = 0.17$ а.е. После старта он достигает этого положения за 0.25 года. А период его обращения равен 0.35 года.

Из сопоставления с запуском аппарата без воздействия Венеры видно (см. рис. 4d), что воздействие Венеры позволило уменьшить перигелий орбиты с 0.283 а.е. до 0.17 а.е. Величина $R_p = 0.17$ а.е. близка к расстоянию 0.164 а.е., которое достиг бы аппарат, если бы не требовалось преодолевать тяготение Земли. Поэтому в данном случае воздействие Венеры на аппарат почти полностью компенсировало торможение его Землей.

Итак, гравиманевр у Венеры привел к уменьшению перигелия в $0.17 / 0.283 = 1.7$ раза. Тогда с помощью зависимости (8) можем оценить, что без гравиманевра у Венеры можно достичь $R_p = 0.17$ а.е. при скорости старта $v_{roc} = -18$ км/с. Таким образом, использование гравиманевра у Венеры в этом случае позволит уменьшить стартовый вес и затраты, которые потребуются для сообщения аппарату дополнительной скорости $\Delta v_{roc} = -18 - (-15) = -3$ км/с. При меньших скоростях старта гравиманевр у Венеры будет эффективнее. Из табл. 2 видно, что в рассмотренных случаях аппарат проходит у Венеры на расстоянии нескольких ее радиусов. Поэтому эффект гравиманевра можно еще повысить за счет более близкого прохождения у Венеры.

На представленные на рис. 6 орбиты могут быть выведены аппараты без маршевых двигателей коррекции. Начальная скорость $|v_{roc}|$ аппарата может немалого превышать вторую космическую скорость $v_{2c} = 11.18$ км/с. Время достижения перигелия значительно меньше, чем в других схемах полета [1, 2]. Малый период околосолнечной орбиты позволит проводить практически непрерывные исследования Солнца.

Литература

1. Малышев В.В., Усачев В.Е., Тычинский Ю.Д. Анализ возможностей достижения ближайших окрестностей Солнца с помощью гравиманевров у планет земной группы.// Системный анализ и управление космическими комплексами. Сборник трудов 6-й Международной конференции. Евпатория 2-8 июня 2001г. Тезисы докладов. - М.: МАИ.-2001.–99 с. С. 11-12.
2. Усачев В.Е. Наилучшие варианты дешевых космических комплексов для прямых исследований окрестностей Солнца.// Системный анализ и управление космическими комплексами. Сборник трудов 6-й Международной конференции. Евпатория 2-8 июня 2001г. Тезисы докладов. - М.: МАИ.-2001.–99 с. - С. 31.
3. Смульский И.И. Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1999 г. - 294 с.
4. Смульский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел// Математическое моделирование. - 2003, т. 15, № 5, с. 27-36.
5. Мельников В.П., Смульский И.И., Кротов О.И., Смульский Л.И. Орбиты Земли и Солнца и возможные воздействия на криосферу Земли (постановка проблемы и первые результаты)// Криосфера Земли. - 2000, т. IV, №3, с. 3-13.
6. Мельников В. П., Смульский И.И. Астрономические факторы воздействия на криосферу Земли и проблемы их исследования//Криосфера Земли, 2004, т.VIII, № 1, с. 3–14.