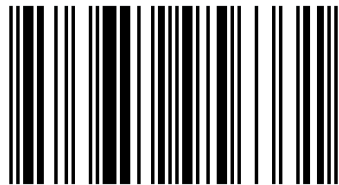




В книге обоснованы результаты новой Астрономической теории изменения климата. При решении проблемы получено, что угол наклона оси Земли колеблется от 14.8° до 32.1° , при современном его значении – 23.4° . За последние 50 тыс. лет имеется 4 экстремума инсоляции 46.4, 31.3, 15.9 и 4.2 тыс. лет назад. Для Западной Сибири они согласуются с Ермаковским и Сартанским ледниковыми периодами и Каргинским межледниковьем между ними, а также с оптимумом Голоцена. Введены 14 инсоляционных периодов на интервале 200 тыс. лет. На основании инсоляции реконструирован палеоклимат Западной Сибири. Рассмотрена теория и эволюция феноменов Солнца. Показана эволюция наклона и палеоклимата за 1 млн. лет и пранализировано изменение инсоляции за 20 млн. лет назад. Разработанные методы представлены в виде программ. Книга представляет интерес для широкого круга специалистов в области механики, астрономии и наук о Земле. Она может использоваться студентами и аспирантами при подготовке курсовых работ и диссертаций.



Смольский Иосиф Иосифович, профессор, д. ф.-м. н., главный научный сотрудник Института криосферы Земли, г. Тюмень. С 1967 г. по 1988 г. работал в НИИ и КБ г. Новосибирска. Области исследований: движения в вихрях, ветроэнергетика, гравитационные и электромагнитные взаимодействия, охрана атмосферы, эволюция климата: http://samlib.ru/s/smul'skij_i_i/.



978-3-659-95633-1

Иосиф Смольский

Эволюция оси Земли и палеоклимата

за 200 тысяч лет

Иосиф Смольский

Эволюция оси Земли и палеоклимата

Иосиф Смульский

**Эволюция оси Земли и
палеоклимата**

за 200 тысяч лет

LAP LAMBERT Academic Publishing RU

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

OmniScriptum GmbH & Co. KG

Bahnhofstraße 28, 66111 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@omniscryptum.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-95633-1

Copyright © Иосиф Смульский

Copyright © 2016 OmniScriptum GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.	4
-----------------------	---

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ НОВОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА 11

1.1. Введение.....	–
1.2. Геометрия движения Солнца на небосводе.....	14
1.3. Инсоляция Земли.....	17
1.4. Эволюция орбитального движения.....	21
1.5. Эволюция вращательного движения Земли.....	26
1.6. Эволюция инсоляции.....	31
1.7. Проверка достоверности решения задачи о вращении Земли...37	
1.8. Заключение.....	44

Глава 2

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ИНСОЛЯЦИИ ЗЕМЛИ.....45

2.1. Введение.....	–
2.2. Основные результаты задачи двух тел.....	47
2.3. Геометрические характеристики инсоляции.....	50
2.4. Поток солнечного тепла.....	52
2.5. Суточная инсоляция.....	54
2.6. Изменение долготы Солнца по дням года.....	56
2.7. Изменение суточной инсоляции по дням года.....	58
2.8. Инсоляция за год.....	60
2.9. Инсоляция за калорическое полугодие.....	62
2.10. Инсоляция в эквивалентных широтах.....	64
2.11. Проверка достоверности алгоритма.....	67
2.12. Динамика инсоляции в современную эпоху.....	69
2.13. Заключение.....	76

Глава 3

ИЗМЕНЕНИЕ ПАЛЕОКЛИМАТА ЗАПАДНОЙ СИБИРИ В ПОЗДНЕМ ПЛЕЙСТОЦЕНЕ.....77

3.1. Введение.....	78
3.2. Эволюция угла наклона и инсоляции на широте 65° северного полушария.....	79
3.3. Изменение инсоляции по широте.....	81
3.4. Эволюция инсоляции на других широтах.....	85

3.5. Инсоляция и последние оледенения в Западной Сибири.....	88
3.5.1. Самое значительное последнее оледенение.....	–
3.5.2. Последний ледниковый максимум.....	91
3.5.3. Теплый период между оледенениями.....	93
3.6. Оптимум инсоляции в голоцене.....	94
3.7. Инсоляционные периоды изменения климата.....	97
3.8. Корреляция инсоляционных периодов с существующими классификациями палеоклимата.....	99

Глава 4

РЕКОНСТРУКЦИИ ПАЛЕОКЛИМАТА ПО ИЗМЕНЕНИЮ

ИНСОЛЯЦИИ.....	102
4.1. Введение.....	103
4.2. Изменение инсоляции по широте в разные эпохи.....	105
4.3. Изменение инсоляции по времени на разных широтах.....	107
4.4. Инсоляция и последние оледенения в Западной Сибири.....	108
4.5. Критерии реконструкции палеоклимата.....	112
4.6. Предпоследний ледниковый максимум или Ермаковское оледенение.....	113
4.7. Каргинское межледниковье.....	119
4.8. Последний ледниковый максимум.....	122
4.9. Оптимум инсоляции в Голоцене.....	125
4.10. Заключение.....	125

Глава 5

ЭВОЛЮЦИЯ ЯВЛЕНИЙ СОЛНЦА.....

5.1. Введение.....	–
5.2. Геометрические характеристики движения Солнца по небосводу.....	131
5.2.1. Движение Солнца в течение года.....	–
5.2.2. Суточное движение Солнца.....	136
5.3. Длительность солнечных суток.....	137
5.4. Долгота светового дня.....	141
5.4.1. Долгота светового дня в течение года.....	–
5.4.2. Полярные дни и ночи: моменты наступления и длительность.....	145
5.4.3. Долготы светового дня в моменты солнцестояний.....	148
5.5. Азимуты Солнца.....	150

5.5.1. Азимуты движения Солнца в течение суток.....	–
5.5.2. Проекция дневного пути Солнца на пл-сти горизонта.....	154
5.5.3. Азимуты восходов и заходов Солнца.....	156
5.5.4. Экстремальные азимуты восходов и заходов Солнца в дни солнцестояний	158
5.6. Солнечная тень гномона.....	160
5.6.1. Относительная длина тени гномона.....	–
5.6.2. Изменение длины тени в течение дня.....	161
5.6.3. Измерение длины тени гномона.....	163
5.6.4. Полуденная длина тени гномона в течение года.....	165
5.6.5. Экстремальные длины солнечной тени гномона в дни солнцестояний.....	166
5.7. Основные феномены Солнца.....	167
5.8. Восстановление параметров наблюдателя и движения Земли по древним феноменам Солнца.....	170
5.9. Использование результатов в аэрокосмических исследованиях рельефа.....	174
5.10. Заключение.....	177
Глава 6	
ДАЛЬНЕЙШАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ОСИ ЗЕМЛИ И ПАЛЕОКЛИМАТА.....	178
6.1. Введение.....	–
6.2. Результаты решения задачи о вращении Земли за 1 м.л.н.....	180
6.3. Подвижная плоскость орбиты относительно подвижной плоскости экватора.....	181
6.4. Изменение инсоляции Земли за прошедший миллион лет.....	183
6.5. Эволюция инсоляции Земли за прошедшие 20 миллионов лет.....	185
6.6. Заключение.....	189
Список литературы.....	190
Приложения.....	201
Таблица 1П. Длительность полярного дня и полярной ночи.....	–
Таблица 2П. Долгота светового дня в моменты солнцестояний...	202
Таблица 3П. Азимуты восходов в моменты солнцестояний	203
Таблица 4П. Длина тени гномона в полдни солнцестояний.....	204
Программа для расчета феноменов Солнца.....	206

ВВЕДЕНИЕ

Под гравитационным воздействием Солнца Земля обращается вокруг него по эллиптической орбите. Воздействие остальных планет приводит к эволюции орбиты: она изменяет свою форму, вращается в своей плоскости и ее ось, перпендикулярная к плоскости орбиты, вращается и колеблется относительно неподвижного пространства. Все эти движения мы изучили в результате интегрирования дифференциальных уравнений орбитального движения за 100 млн. лет.

За счет суточного вращения Земля, говорят: под воздействием центробежных сил, растягивается в экваториальной плоскости. Поэтому любое тело, например, Луна или Солнце, создаёт момент сил воздействия на Землю. В результате ось вращения Земли вращается (говорят: прецессирует) и колеблется относительно неподвижного пространства. Эти движения мы изучили за 20 млн. лет в результате интегрирования дифференциальных уравнений вращательного движения.

Орбитальные и вращательные движения Земли обусловлены разными причинами и независимы друг от друга. Например, каждое из них может проходить при отсутствии другого. Этот момент недооценивался в прежних решениях рассматриваемых проблем.

Итак, орбита Земли и ее ось вращения изменяются в пространстве независимо друг от друга. Однако все процессы на Земле зависят от их относительного положения, т.е. плоскости орбиты относительно оси вращения Земли, или относительно плоскости экватора. В первой четверти 20^{го} века Милутин Миланкович (1939) представил теорию инсоляции. В ней определяется количество солнечного тепла по дням года, месяцам, сезонам и полугодиям на разных широтах Земли. Это количество тепла, или инсоляция зависит от трех параметров: эксцентриситета e орбиты Земли, угла φ_{pp} положения ее перигелия и угла наклона ε между подвижными плоскостями орбиты Земли и экватора. Угол перигелия орбиты, ближайшая ее точка к Солнцу, также отсчитывается от подвижной точки γ , лежащей на линии пересечения подвижных плоскостей орбиты и экватора.

В той же работе М. Миланкович (1939) представил Астрономическую теорию ледниковых периодов, в которой были рассчитаны изменения летних и зимних инсоляций за 600 тыс. прошедших лет. В этих вычислениях эволюцию орбитального и вращательного движения он использовал ту, которая на тот период была получена в небесной механике.

Начиная с И. Ньютона, основное внимание ученых было уделено задаче орбитального движения. Она решалась приближенными аналитическими методами в рамках теории возмущенного движения. В ней воздействия других тел, кроме Солнца, выражались как возмущения движения Земли под основным воздействием Солнца. Этим методом удалось получить эволюцию параметров орбиты Земли, которую можно использовать на интервале до 1 млн. лет.

Задача о вращательном движении Земли значительно сложнее задачи орбитального движения. Получить приближенными аналитическими методами ее решение с такой же точностью, как и орбитальной задачи, не получилось. Приближенные решения задачи о вращении Земли смогли дать только среднее вращение (или среднюю прецессию) оси вращения Земли, что позволило получить усредненное движение перигелия Земли, отсчитываемое от т. γ , т.е. величину φ_{py} без колебаний прецессии во вращательном движении.

Последующие после М. Миланковича группы исследователей при рассмотрении этой теории, будем ее называть Астрономической теорией палеоклимата, рассмотренную ситуацию не изменяли. Поэтому их решения принципиально не отличаются от решений М. Миланковича.

При этом, в исходные положения дифференциальных уравнений орбитального и вращательного движений, полученные в 18 - 19 веках, никто не вникал. Влияние вращательного движения на эволюцию инсоляции постепенно ускользало от внимания. Поэтому в последние десятилетия рассматриваемую теорию начали называть Орбитальной теорией палеоклимата (Большаков и Капица, 2011).

К решению всех трех задач: орбитальной, вращательной и инсоляции мы подошли с целью проверить их действительные основания и получить те результаты, которые они реально могут дать.

Поэтому стремились вводить минимальные упрощения и решать задачи численными методами.

Теорию инсоляции мы перевели на другой математический фундамент. Она полностью совпала с теорией инсоляции М. Миланковича. Спустя почти 100 лет можно сказать: М. Миланкович сделал свою работу правильно и хорошо.

Результаты нашей орбитальной задачи, как уже было отмечено, удостоверили справедливость решения предшественниками орбитальной задачи до 1 млн. лет. За большие промежутки времени наши решения дали новые представления об эволюции орбит планет и Солнечной системы в целом.

Решение задачи о вращении Земли привело к новым представлениям об эволюции вращательного движения Земли. Применительно к Астрономической теории палеоклимата главными из них являются большие колебания угла наклона ε . Их амплитуда в 7 - 8 раз больше, чем колебания этого угла в решениях предшественников. Эти решения приводят также к другим периодам колебания инсоляции.

При изучении изменения палеоклимата и при сравнении его с эволюцией инсоляции установлено: новые колебания инсоляции и ее структура совпадают с изменениями палеоклимата. Совпадению такое, что по изменению инсоляции можно осуществлять реконструкцию палеоклимата.

Для изменения климата за большие периоды времени, порядка 10 тыс. лет и более, эволюция вращательного движения оказалась существенной. Поэтому теорию изменения климата называть орбитальной нельзя. По поводу ее названия в работе (Смульский, 3013а) были изложены некоторые соображения, чтобы назвать ее Астрономической теорией климата. В настоящей работе эта теория и ее применение рассматривается последовательно, на основании опубликованных нами работ.

В главе 1 изложены основные положения и результаты новой Астрономической теории изменения климата. Материал представлен в виде понятном широкому кругу читателей. Астрономическая теория изменения климата включает в себя ряд вопросов астрономии, небесной механики, механики, математики и ряда других областей, знание которых в своей совокупности бывает только у редких людей. Поэтому понимание Астрономической теории иногда отсутствует

даже у специалистов, которые ею занимаются (Смульский, 2013а). В связи с этим мы задались целью изложить ее так, чтобы она была понятна человеку со средним образованием.

В этой главе рассмотрена орбитальная задача и ее основные результаты. Показано изменение параметров орбиты на разных интервалах времени: за 7 тыс. лет, 3 млн. лет и 50 млн. лет. Здесь уделено много внимания решению задачи о вращении Земли, разным ее проверкам и доказательствам достоверности полученных решений. В главе 1 представлены также результаты решения всех задач за 200 тыс. лет назад. Они сопоставлены с результатами предшественников. Показано, что новые результаты могут объяснять большие колебания палеоклимата.

Материал этой главы опубликован в работах (Смульский 2014; Smulsky, 2016). Мы рассчитываем, что освоенный читателем материал главы позволит ему понять содержимое остальных глав.

В главе 2 изложена теория инсоляции. Ее математическую основу составляют точные решения задачи двух тел. Они позволяют определить в любой день года угловое положение Солнца при его годовом движении на небесной сфере вокруг Земли. От этого угла зависят расстояние Солнца до поверхности Земли, угол ее освещения на любой широте и в любую часть дня. Разработан алгоритм расчета разных составляющих инсоляции, который реализован в программе `Insl2bd.mcd`. Программа и необходимые для ее работы файлы данных предоставлены в свободный доступ (Смульский, 2013б). Материал этой главы опубликован в работах (Смульский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014).

В главе 3 проанализированы изменения разных составляющих инсоляции за 200 тыс. лет. По литературным источникам был также выполнен анализ изменения палеоклимата в Западной Сибири за 100 тыс. лет. Показано, что изменение палеоклимата согласуется с эволюцией инсоляции. Такие заметные события прошлого как Ермаковский и Сартанский ледниковые периоды, Каргинское потепление между ними и оптимум Голоцена совпадают с экстремумами инсоляции, как по времени, так и по интенсивности.

Здесь введены градации палеоклимата и алгоритм их расчета по инсоляции. За 200 тыс. лет выделено 13 периодов изменения палеоклимата, из которых первые четыре, как уже отмечалось, за 50 тыс. лет согласуются с палеоданными. Остальные более давние периоды могут являться ориентирами для палеоклиматологов при

дешифровке более глубоких отложений. Материал этой главы изложен в работах (Smulsky, 2015; Смутьский 2016б).

Согласованность изменений палеоклимата и инсоляции позволяет использовать последнюю при реконструкции палеоклимата. В главе 4 предпринят такой опыт реконструкции палеоклимата в Западной Сибири за последние 50 тыс. лет. По инсоляции I в эквивалентных широтах введены критерии реконструкции палеоклимата, применение которых приводит к следующей картине. 53 тысячи лет назад в результате похолодания на Баренцево-Карском шельфе начинает образовываться ледниковый щит. Через 400 лет он перекрывает сток рек Оби и Енисея в Ледовитый океан, и в долинах этих рек начинают образовываться Мансийское и Енисейское озера. Со временем граница ледникового щита перемещается на юг и 46.4 тыс. лет назад достигает Сибирских Увалов. Образовавшиеся озера сливаются в Западно-Сибирское море. Ледниковый щит начинает таять, южный его край сдвигается на север, а Западно-Сибирское море увеличивается и через Тоболо-Тургайскую ложбину вода рек и тающего ледникового щита устремляется в Приаралье, а затем в Каспийскую низменность. 39.5 тыс. лет назад освобождается сток рек в Ледовитый океан, и Западно-Сибирское море начинает уменьшаться в размере.

Далее наступает очень теплый период: количество тепла летом на широте 80° от Солнца поступает больше, чем сейчас на экваторе. Поэтому к 31 тыс. лет назад все образовавшиеся ледники тают. Тают также ледники Гренландии и Антарктиды. Вследствие этого повышается уровень Мирового океана, и вода Ледовитого океана наступает на берега Западной Сибири.

После пика потепления начинается похолодание, которое приводит к новому ледниковому периоду с 20 до 10 тыс. лет назад. Этот ледниковый период меньшей интенсивности, поэтому рассмотренные выше процессы также имеют меньшую интенсивность и продолжительность. Материал этой главы опубликован в работах (Смутьский и Иванова, 2016; Иванова, Смутьский, 2016).

Пятая глава написана по материалам статьи (Смутьский, 2016а). Колебания инсоляции приводят к чередованию ледниковых периодов. Ледниковые периоды оказывают влияние на развитие жизни на Земле (Флинт, 1978), в том числе на формирование человека и на его миграции (Оппенгеймер, 2014). Древние общества в своей деятельности использовали календари, параметры которых зависели

от характеристик орбитального и вращательного движения. Возраст календарей может быть десятки тысяч лет. Например, М. И. Ибрапилов (2013) возраст древних календарей Дагестана простирает до 60 тыс. лет. Поэтому нужна теория, с помощью которой можно было бы интерпретировать разнообразные календари давно исчезнувших народов. В главе 5 рассмотрена такая теория применительно к явлениям Солнца. На той же математической основе, что и инсоляция, рассмотрены длительности светового дня, полярных дней и ночей, азимуты восходов и заходов Солнца, длины тени гномонов и др. феномены Солнца. Алгоритм теории переложен в программу SunPhnmen.mcd, которая имеется в Приложении. Кроме того, эта программа совместно с необходимыми фазами данных предоставлена в свободный доступ там же, где программа по инсоляции (Смутьский 2013б).

С помощью программы SunPhnmen.mcd рассчитаны феномены Солнца в современную и в 4 экстремальные эпохи за последние 50 тыс. лет. Результаты приведены на графиках и представлены в таблицах в Приложении. Б. Г. Тилак (2002) сообщает, что древние арии в своих гимнах упоминают явления, связанные с полярным днем и полярной ночью. Поэтому он полагает, что их прародиной могла быть Арктика. Однако, в самый теплый период 31 тыс. лет назад, при большом угле наклона ε , полярные дни и ночи были на широте Тюмени. Так что древние арии могли обитать в весьма комфортных условиях и наблюдать многодневные заходы и восходы Солнца, как это воспевается в их гимнах.

Шестая глава посвящена изложению дальнейшей эволюции оси Земли и палеоклимата. Этот материал представлен конспективно, т.к. объем результатов очень большой и предстоит большая работа по их анализу. Мы решили их представить в обзорном виде с целью помочь читателю сориентироваться и понять, что представляемые здесь результаты на интервале 200 тыс. лет являются органичной частью изменений палеоклимата на значительно большем интервале времени.

В главе 6 рассмотрены результаты решения задачи о вращении Земли за 1 млн. лет в прошлое. Показана эволюция инсоляции за этот период и рассмотрены колебания климата и изменение его уровней. Далее представлена эволюция инсоляции I в эквивалентных широтах за 20 млн. прошедших лет. Чередование очень теплых и очень холодных периодов происходит нерегулярно, например, за один миллион лет может быть пять таких чередований, а может не быть и

совсем. Такие процессы принято называть хаотическими. Однако в данном случае эволюция инсоляции происходит строго детерминировано. Поэтому этот пример является показателем того, как хаотические природные явления могут быть точно определены, если учтены все факторы, от которых явления зависят.

Настоящая книга предназначена молодому поколению исследователей самого широкого профиля: от представителей точных наук до гуманитариев. Здесь изложены основания проблем, и в то же время имеются обоснования и доказательства решений разных математических задач, впервые рассмотренных в этой работе. Все эти проблемы завершаются компьютерными программами, которые могут использовать студенты и даже продвинутые старшеклассники. Поэтому этой книгой могут воспользоваться студенты и молодые исследователи при работе над курсовыми, дипломными работами и диссертациями.

Настоящая работа была начата в 1995 г. и на разных ее этапах мне помогали молодые коллеги, многие из которых были студентами: П.А. Апасев, Н.Ю. Апохин, А.В. Байдин, И.В. Бинеев, В.С. Ботвина, А.А. Иванова, Е.А. Коврижкина, О.И. Кротов, Е.Н. Невидимова, А.А. Павлова, М.Л. Панова, М.А. Пономарев, Е.Ф. Сафина, К.Е. Сеченов, Л.И. Смутьский, Я.И. Смутьский, И.К. Филатов, М.Э. Чикмарева, И.А. Шаболина.

Первоначально задача о вращении Земли считалась на суперкомпьютерах Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (г. Москва), затем все задачи решались в Центре коллективного пользования: ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН (г. Новосибирск). Работа выполнялась при поддержке грантов губернатора Тюменской области 2003 и 2004 г.г. и интеграционной программы Президиума РАН № 13 и ОНЗ-11 в 2004 – 2011 гг. На всем протяжении настоящую работу поддерживал бывший директор Института криосферы Земли, академик В.П. Мельников. Главный выход этой работы, представленный в главе 3, был тщательно проанализирован, прокомментирован и одобрен рецензентами: академиком РАН Н.Л. Добрецовым и чл.-корр. РАН М.В. Кабановым. Всем перечисленным коллегам и коллективам выражаю свою признательность.

Все замечания и пожелания просьба направлять по адресу: 625026, Тюмень, ул. Малыгина, 86, Института криосферы Земли.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ НОВОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА

Аннотация

В свете последних достижений рассмотрены основные положения астрономической теории изменения климата. Она включает в себя три задачи: эволюция орбитального движения, эволюция вращательного движения Земли и эволюция инсоляции, которая обусловлена эволюциями этих движений. Все задачи решались по-новому и другими методами. Показаны геометрические параметры облучения Земли Солнцем и разъяснена новая теория инсоляции. Ее результаты идентичны результатам прежней теории. Обоснованы уравнения орбитального движения, рассказано об их решении и представлены результаты за разные периоды времени. Эти результаты уточняют результаты прежних теорий: орбиты планет и Луны устойчивы, а Солнечная система стабильна. В аналогичном виде описана задача о вращении Земли. В отличие от предшествующих работ эта задача решалась без упрощений. Получены значительные колебания оси Земли. Эти результаты были подтверждены еще тремя независимыми решениями задачи о вращении Земли. Полученные колебания оси Земли приводят к таким колебаниям инсоляции, которые объясняют изменения палеоклимата. Материал главы представлен в виде, доступном для широкого круга читателей.

1.1. Введение

В истории Земли известны многократные чередования потеплений и похолоданий (Джон и др., 1982; Имбри Дж., Имбри К., 1988). Десять тыс. лет назад сошел ледник, который покрывал северную и среднюю полосу Европы. С другой стороны, в современных, практически безжизненных полярных районах, некогда была обильная растительность, росли деревья, и обитал обширный животный мир: мамонты, шерстистые носороги, бизоны, лошади и другие животные. Какая причина таких колебаний климата на Земле?

Еще в 19 веке Луи Агассис (1840), Ж. Адемар (1842), Джеймс Кроль (1864) и др. вынашивали идеи о том, что изменение параметров

орбиты Земли и оси ее вращения может приводить к изменению количества тепла Солнца, которое поступает на поверхность Земли на разных ее широтах. К концу 19 века достижения в небесной механике стали таковы, что можно было рассчитать изменения орбитальных и вращательных характеристик Земли, и в начале 20^{ого} века Милутин Миланкович (1939) завершил создание Астрономической теории ледниковых периодов, которая по существу является астрономической теорией изменения климата. В этой теории на основании трех параметров: эксцентриситета e орбиты Земли, углового положения перигелия φ_{py} и угла наклона ε плоскости орбиты к плоскости экватора Земли рассчитывается инсоляция Земли на разных ее широтах.

Процесс облучения Земли Солнцем и величину получаемого ее поверхностью тепла принято называть инсоляцией (in-sol, in – приставка к глаголам, означающим приносить, приводить; solis – солнце). В то же время необходимо помнить, что существуют разные стороны этого процесса, которые обозначены другими терминами: иррадиация, освещенность, облучение и т.д. Инсоляция может быть мгновенная, за сутки, за какой-то сезон или полугодие, за год.

Так как параметры e , φ_{py} и ε изменяются и колеблются с периодами десятки тысяч лет, то от эпохи к эпохе может быть рассчитаны инсоляции, например, за летнее полугодие на широте 65° , и по изменению такой инсоляции можно судить об изменении климата. Однако амплитуда колебаний эксцентриситета e и угла наклона ε в теории М. Миланковича была небольшой. Например, угол ε колебался в диапазоне $\pm 1^\circ$. Эти колебания могли дать колебания температуры также порядка $1\div 2^\circ\text{C}$. Поэтому, как во времена М. Миланковича, так и в последнее время астрономическая теория изменения климата вызывала сомнение ученых (Большаков, Капица, 2011), занимавшихся изучением палеоклимата.

После М. Миланковича, с периодичностью нескольких десятков лет, его исследования повторяли разные группы ученых (Brauer, Van Woerkom, 1950; Вурком, 1958; Шараф, Будникова, 1969; Berger, Loutre, 1991; Laskar et al, 2004a; Edvardsson et al, 2002). Они уточняли эволюцию параметров e , φ_{py} , ε и первоначальный расчет за 600 тыс. прошедших лет (Миланкович, 1939) продолжали за более длительное

время, например, до 30 млн. лет (Шараф, Будникова, 1969). Однако главный результат: колебания эксцентриситета e и угла наклона ε оставались по-прежнему небольшими.

Во второй половине 20^{ого} века выяснилось, что в морских осадках обнаруживаются колебания изотопа кислорода O^{18} . Были проведены обширные исследования по всему мировому океану. Результаты исследований обобщены в виде стандартных зависимостей относительного содержания изотопа кислорода δO^{18} по толщине осадков, которая соотносится со временем T (Adem, 1981). Эти зависимости названы по начальным буквам названия программы CLIMAP (1976) или имен авторов LR-4 (Lisiecki, Raymo, 2005). Предполагается, что более легкий изотоп O^{16} в составе воды испаряется и накапливается в ледниках. Поэтому было принято, что избыток изотопа кислорода O^{18} , т.е. превышение δO^{18} над средним уровнем, пропорционален объему льда, накопленному в ледовых покровах Земли.

Один из больших периодов кривой изменения δO^{18} равен 100 тыс. лет. Он близок к одному из периодов изменения эксцентриситета орбиты Земли e . Поэтому было принято, что эксцентриситет e оказывает существенное влияние на климат Земли. Например, в работе (Большаков, Капица, 2011) даже утверждается, что М. Миланкович не учитывает прямого влияния эксцентриситета на климат Земли. В действительности теория инсоляции М. Миланковича дает математически строгую зависимость инсоляции от параметров e , φ_{pp} и ε (Смутьский, 2013а). Это с одной стороны. А с другой стороны, предстоит еще большая работа по выяснению обстоятельств и причин образования определенных свойств морских осадков, ледовых кернов современных ледников и других палеоклиматических наборов данных. Такая же работа должна быть выполнена по выяснению и надежности выводов астрономической теории климата. Этой работой мы занимаемся в Институте криосферы Земли на протяжении двух десятков лет.

Астрономическая теория климата основывается на результатах решения задач взаимодействия тел. Поэтому, чтобы быть уверенными в своих выводах, мы исследовали основания механики, постарались удалить лишнее и оставить необходимое (Смутьский, 1999). В

астрономическую теорию климата Земли составными частями входят задачи об орбитальном движении тел, о вращательном движении Земли и задача об инсоляции Земли в зависимости от параметров ее орбитального и вращательного движения.

Вначале было отмечено, что решения М. Миланковича последовательно повторяли несколько поколений исследователей. Однако все они шли одним и тем же путем, который за столетия сложился в небесной механике. Мы пошли другим путем. Мы не копируем уравнения предшественников, а сами их выводим из первоначальных основ. Во-вторых, при выводе стремимся ввести минимальные упрощения. И, в-третьих, задачи решаем численными методами, стремясь использовать самые высокоточные их варианты или создать новые. В настоящей главе Астрономическая теория изменения климата представлена в результатах, полученных нами. Вначале речь пойдет об инсоляции Земли, затем об эволюции орбитального движения и об эволюции оси Земли. По первым двум задачам наши независимые исследования подтверждают исследования предшественников. А результаты вращательного движения – другие. Амплитуда колебаний угла наклона ε в семь-восемь раз больше по сравнению с прежними теориями. Эти колебания дают такие колебания инсоляции, которые могут объяснить имевшие место колебания климата в прошлом. Эта существенная разница по результатам задачи о вращении Земли требует всесторонней проверки. В заключительной части будет уделено внимание проверкам результатов задачи о вращении Земли.

1.2. Геометрия движения Солнца на небосводе

В центре небесной сферы I (см. рис. 1.1) находится наблюдатель M . Его горизонт пересекает небесную сферу по кругу HH' . Перпендикуляр к плоскости горизонта пересекает небесную сферу в точке зенита Z . Ось вращения Земли, обозначенная вектором угловой скорости Земли $\vec{\omega}_E$, пересекает небесную сферу в точке северного полюса N . Угол φ между $\vec{\omega}_E$ и плоскостью горизонта является широтой наблюдателя. Напомним, что угол дуги большой окружности сферы равняется центральному углу между радиусами ее концов, например, дуга φ равна $\angle HMN$.

Следует отметить, что в подрисуночной подписи рис. 1.1 плоскости экватора AA' и эклиптики EE' названы подвижными, т.к. они со временем изменяются в пространстве.

Длительность дня пропорциональна длине дуги $SrMdSs$, а длительность ночи соответствует длине дуги $SsMnSr$. В показанном положении Солнца S день длиннее ночи. Если Солнце S будет на экваторе в т. γ или γ' , то в течение суток оно будет перемещаться по кругу экватора AA' . В этом случае день равен ночи. Если Солнце S' будет находиться в южной части небесной сферы, то его путь под горизонтом будет длиннее пути над горизонтом HH' , т.е. ночь будет длиннее дня.

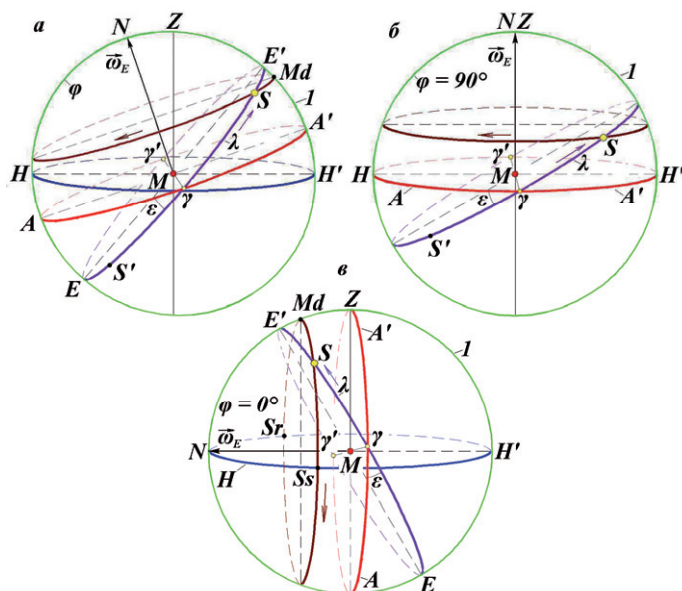


Рис. 1.2. Геометрические характеристики Солнца S при нахождении наблюдателя M на разных широтах φ земной поверхности: a – в заполярных широтах; $б$ – на Северном полюсе; $в$ – на экваторе: 1 – небесная сфера; соответствующими стрелками показано годичное и суточное направление движения Солнца на небесной сфере; остальные обозначения см. рис. 1.1.

На рис. 1.2а показано положение наблюдателя, находящегося на большей широте φ . В этом случае суточный круг MdS движения Солнца S не пересекает горизонт и находится над ним. Мы имеем полярный день. При нахождении Солнца S' в южной части сферы суточный круг его движения, проходящий параллельно экватору,

будет находиться под горизонтом. Для наблюдателя M наступает полярная ночь. При нахождении Солнца на круге EE' в положениях более близких к т. γ или γ' наблюдатель M будет иметь и ночь и день.

При нахождении наблюдателя на северном полюсе, $\varphi = 90^\circ$ (см. рис. 1.2б) круг горизонта HH' на небесной сфере совпадает с кругом экватора AA' . В летнее время суточное движение Солнца происходит по кругу, параллельному этим кругам. В этом случае на полюсе нет восходов Солнца (нет т. Sr) и его заходов (нет т. Ss). В зимнее время суточное движение Солнца S' на рис. 1.2б происходит под горизонтом, т.е. на полюсе стоит полярная ночь.

При нахождении наблюдателя на экваторе $\varphi = 0^\circ$ (см. рис. 1.2в) северный полюс N лежит в плоскости горизонта HH' , а точка зенита Z находится на плоскости экватора AA' . Суточное движение Солнца происходит по кругу $SrMdSs$, который параллелен кругу экватора AA' . В точках восхода Sr и заката Ss Солнце движется перпендикулярно горизонту, поэтому день начинается и заканчивается практически мгновенно.

1.3. Инсоляция Земли

Угол падения солнечных лучей z на плоскость горизонта HH (см. рис. 1.1) отсчитывается от линии зенита ZM . В полдень Md он наименьший z_{min} , а в точке восхода Sr и заката Ss зенитный угол $z = \pi/2$. Изменение этого угла в диапазоне от $\pi/2$ до z_{min} и от z_{min} до $\pi/2$ определяет изменение солнечной радиации в течении светового дня. Тогда количество солнечного тепла на 1 м^2 земной поверхности в единицу времени, т.е. мощность инсоляции запишется в виде (Смольский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} \cdot \cos z, \quad (1.1)$$

где $J_0 = 1366.22 \text{ Вт/м}^2$ – поток солнечного тепла на расстоянии Солнца от Земли r , равным среднему радиусу земной орбиты a ;

$\rho = r/a$ – относительное расстояние до Солнца.

Величина J_0 называется солнечной постоянной, а зависимость (1.1) определяет инсоляцию Земли без учета влияния атмосферы. Если в формуле (1.1) зенитный угол z выразить через другие углы и солнечный поток dW/dt проинтегрировать за время длительности дня

(Смутьский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014), то суточная инсоляция Земли запишется в виде:

$$W = \frac{J_0 \cdot \tau}{\pi \cdot \rho^2} \cdot (\omega_0 \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi + \cos \varphi \cdot \sin \omega_0 \cdot \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda))), \quad (1.2)$$

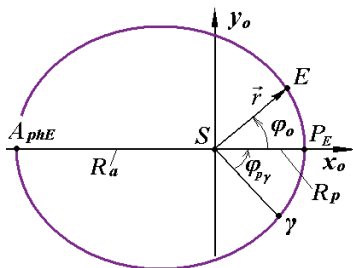
где $\tau = 24 \cdot 3600$ – длительность суток в секундах, а часовой угол границы дня ω_0 , определяемый дугами $SrMd = SsMd$ (см. рис. 1.1), зависит от углов φ и δ и рассчитывается так (Смутьский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014):

$$\omega_0 = \arccos\{-\text{tg}[\arcsin(\sin \varepsilon \sin \lambda)] \cdot \text{tg} \varphi\}. \quad (1.3)$$

В выражения (1.2) и (1.3) для суточной инсоляции входят долгота λ Солнца и его расстояние r от Земли. Они зависят от параметров орбиты Земли (см. рис. 1.3). Земля (E) движется по орбите против часовой стрелки. В точке перигелия P_E она находится на ближайшем расстоянии R_p от Солнца, а в точке афелия A_{phE} – на наибольшем R_a . Эксцентриситет орбиты определяется этими расстояниями

$$e = (R_a - R_p)/(R_a + R_p). \quad (1.4)$$

Рис. 1.3. Схема движения Земли (E) по орбите вокруг Солнца (S): γ - точка весеннего равноденствия; P_E и A_{phE} – перигелий и афелий орбиты Земли, соответственно; φ_0 – полярный угол движения Земли по орбите; φ_{py} – угол перигелия орбиты Земли.



На рис. 1.1 плоскость орбиты Земли расположена в плоскости эклиптики EE' , а линия $S\gamma$ (рис. 1.3) орбиты совпадает с линией $M\gamma$ (рис. 1.1). По кругу эклиптики EE' перемещается Солнце S относительно Земли, находящейся в т. М. Поэтому на рис. 1.1 изображения Земли будут зеркальными Солнцу. В точке γ (рис. 1.1) весной находится Солнце, а Земля в этот момент находится в т. γ' , если в т. М расположено Солнце S .

Плоскости экватора и орбиты Земли изменяются в пространстве, поэтому точка γ по орбите Земли (рис. 1.3) перемещается. Положение

перигелия P_E независимо от точки γ также перемещается по орбите. Угол $\phi_{P\gamma}$ измеряется между этими двумя точками γ и P_E .

На основании новых представлении об орбитальном движении (Смутьский, 2007) разработан алгоритм расчета параметров r и λ , от которых зависит суточная инсоляция (1.2). Была создана программа для ее определения в любой день года и для расчета инсоляции за сезоны, полугодия, за год, а также и др. ее составляющие (Смутьский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014).

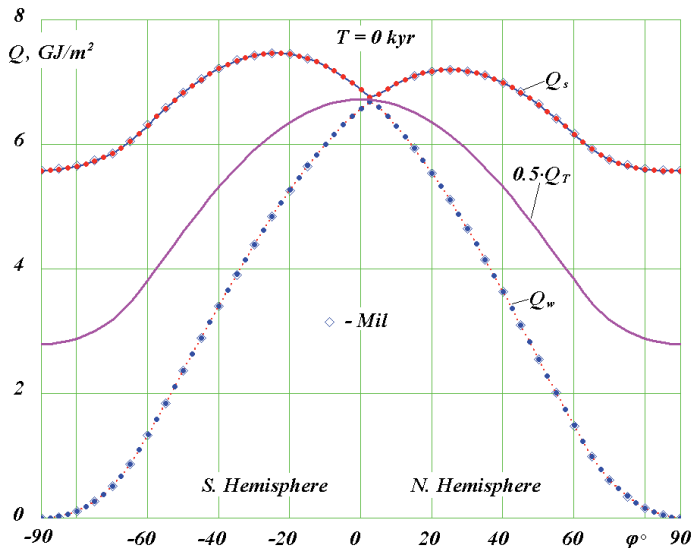


Рис. 1.4. Распределение по широте Земли удельного тепла в ГДж/м² в современную эпоху (1950 г.): Q_s – за летнее калорическое полугодие; Q_w – за зимнее калорическое полугодие; Q_T – за весь год: на графике величина Q_T уменьшена в два раза; $\phi > 0$ – северное полушарие; $\phi < 0$ – южное полушарие; Mil – расчеты М. Миланковича для эпохи 1800 г.

На рис. 1.4 дано изменение по широте ϕ° летней Q_s , зимней Q_w и уменьшенной в 2 раза годовой Q_T инсоляции в современную эпоху. Инсоляция за год Q_T от экватора монотонно убывает к полюсам. При этом на полюсах она в 2.4 раза меньше, чем на экваторе. Зимняя инсоляция Q_w вблизи экватора имеет максимальное значение, а на полюсах стремится к нулю. Летняя инсоляция Q_s имеет максимальные значения на тропиках ($\phi = \pm \epsilon^\circ = \pm 23.4^\circ$) и наименьшие значения на

полюсах. При этом в современную эпоху летняя инсоляция Q_s на Северном полюсе, как видно из графика на рис. 1.4, меньше, чем на Южном. Также летняя инсоляция на северном тропике в 1.04 раза меньше, чем на южном.

Программа для расчета всех составляющих инсоляции имеется в свободном доступе (Смольский, 2013б). Она основана на нашем алгоритме расчета инсоляции, который более удобен для применения, чем алгоритм М. Миланковича. Количественно результаты этих двух теорий, как показано на рис. 1.4, совпадают.

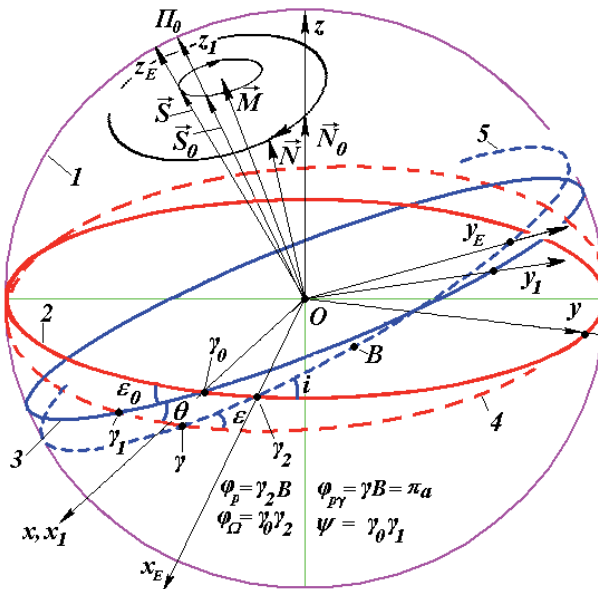


Рис. 1.5. Параметры орбиты и оси Земли в неподвижных экваториальной $x y z$ и эклиптической $x_1 y_1 z_1$ системах координат.

1 – небесная сфера; неподвижные плоскости в эпоху T_0 : 2 – экватора Земли, 3 – орбиты Земли (плоскость эклиптики); подвижные плоскости в эпоху T : 4 – экватора Земли, 5 – орбиты Земли; единичные вектора: $\vec{N}$ – оси Земли, $\vec{S}$ – оси орбиты Земли; $\vec{M}$ – вектор момента количества движения Солнечной системы; γ_0 – точка весеннего равноденствия в эпоху T_0 ; B – положение перигелия на небесной сфере; $\varphi_\Omega = \gamma_0 \gamma_2$ – угловое расстояние восходящего узла орбиты; $\varphi_p = \gamma_2 B$ – угловое расстояние перигелия; i – угол наклона плоскости орбиты к плоскости неподвижного экватора.

Угловые параметры и расстояние ρ , входящие в формулу суточной инсоляции (1.2) зависят от параметров орбиты Земли и оси ее вращения, и они, как уже отмечалось, изменяются со временем. На рис. 1.5 кругами на небесной сфере 1 показаны плоскости экватора Земли 2 и ее орбиты 3, застабилизированные на определенную эпоху T_0 , например 2000 года. Угол между этими плоскостями равен ε_0 . В другую эпоху плоскость экватора переместится в положение 4, а плоскость орбиты – в положение 5, и угол между ними будет ε . Для определения законов изменения параметров, входящих в инсоляцию (1.2), необходимо решить две задачи об изменении: 1) орбитального и 2) вращательного движений.

1.4. Эволюция орбитального движения

Согласно закону всемирного тяготения тело с номером k притягивает тело с номером i , и это притяжение выражается силой:

$$\vec{F}_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \quad (1.5)$$

где G – гравитационная постоянная;

$\vec{r}_{ik}$ – радиус-вектор от тела с массой m_k до тела с массой m_i .

На i -тое тело все остальные k -тела оказывают воздействие силой (1.5). Тогда просуммировав силы всех воздействий, и поделив на массу i -того тела, получаем его ускорение в виде:

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.6)$$

где $\vec{r}_i$ радиус-вектор тела m_i относительно некоторого центра в неускоренной системе координат (в данном случае относительно центра масс Солнечной системы).

Соотношение (1.6) представляет систему $3n$ нелинейных дифференциальных уравнений, где $n = 11$ (девять планет, Солнце и Луна). Для их решения разработан метод высокой точности, на основании которого создана система Galactica (Smulsky, 2012a; Smulsky, 2012b), которая имеется в свободном доступе (Смутьский, 2012). Эффективность метода показана в результате решения ряда задач современной небесной и космической динамики (Смутьский, 2008; Мельников и др., 2008; Смутьский, 2011; Smulsky, 2011a;

Smulsky, 2011b; Smulsky J.J., Smulsky Ya.J., 2012; Смульский и Кротов, 2015).

Эволюция орбиты рассматривается в неподвижной системе координат xyz , связанной с неподвижной плоскостью экватора 2 (см. рис. 1.5). Исследуется эволюция эксцентриситета орбиты e , угла ее наклона i к плоскости экватора 2, угла $\varphi_\Omega = \gamma_0\gamma_2$, восходящего узла орбиты γ_2 и углового положения перигелия $\varphi_p = \gamma_2 B$, где B – проекция перигелия на небесную сферу 1.

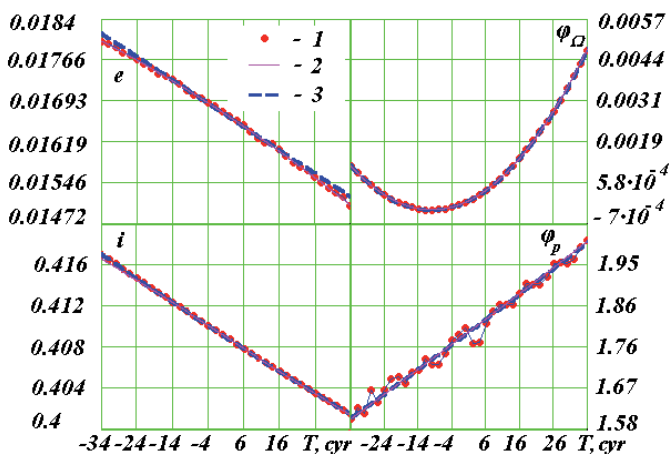


Рис. 1.6. Вековые изменения орбиты Земли 1 и сопоставления с аппроксимациями 2 и 3 данных наблюдения С. Ньюкомба (Newcomb, 1895) и Дж.Л. Симона и др. (Simon et al, 1994), соответственно: e – эксцентриситет; i – наклон плоскости орбиты к плоскости экватора 2000.0 г.; φ_Ω – угловое положение восходящего узла орбиты от оси x на эпоху 2000.0 г.; φ_p – угловое положение перигелия в плоскости орбиты от восходящего узла; углы даны в радианах, а время T – в столетиях от 30.12.1949 г.; интервал между точками – 200 лет; 1 *cyr* – столетие.

На рис. 1.6 точками представлена динамика изменения элементов орбиты Земли: эксцентриситета e и углов φ_Ω , i и φ_p . На промежутке 7 тысячелетий (от –3.4 тыс. лет до 3.6 тыс. лет) эксцентриситет e и наклон орбиты i уменьшаются, а угол перигелия φ_p увеличивается. В то время как угол восходящего узла φ_Ω вначале

этого интервала уменьшается, а затем возрастает. При этом минимум φ_Ω наступает за 1000 лет до 30.12.49 г. Угол перигелия φ_p в отличие от других параметров изменяется неравномерно. Линиями 2 и 3 на рис. 1.6 приведены средние изменения этих параметров, которые получены С. Ньюкомбом (Newcomb, 1895) и Дж. Л. Симоном и др. (Simon et al, 1994) соответственно, по наблюдениям. Из графиков видно, что результаты расчетов подтверждаются наблюдениями.

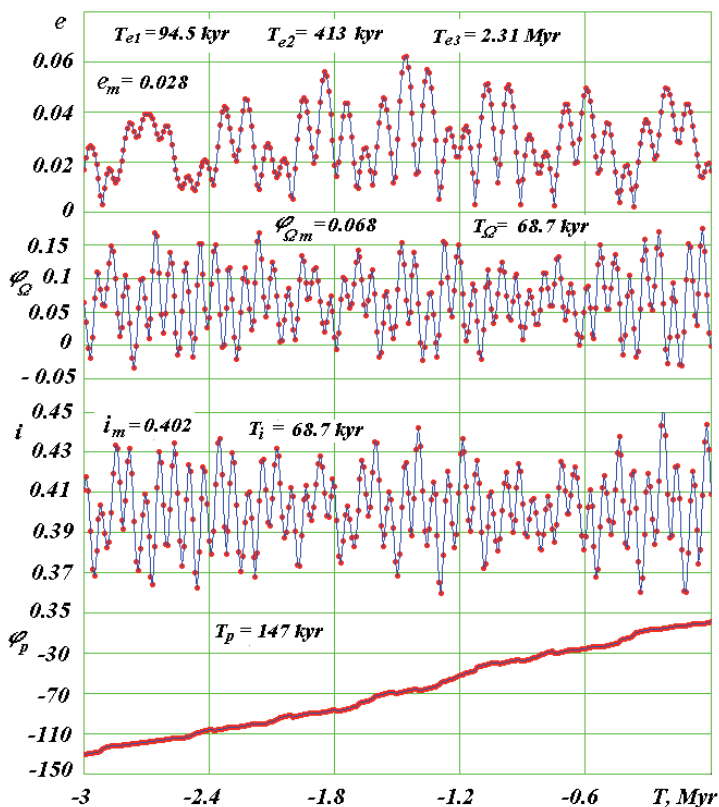


Рис. 1.7. Эволюция орбиты Земли за 3 млн. лет в прошлое. Обозначения те же, что и на рис. 1.6. Величины с индексом m – средние значения параметров за 50 млн. лет; T_e , T_i , T_Ω – основные периоды колебаний соответствующих параметров в тысячах и миллионах лет, а T_p – средний за 3 млн. лет период обращения перигелия; интервал между точками – 10 тыс. лет; кут – тысячелетие; Мут – 1 миллион лет.

Эволюция параметров орбиты Земли за 3 прошедших млн. лет показана на рис. 1.7. Эксцентриситет испытывает основные изменения со средним периодом $T_{e1} = 94.5$ тыс. лет вокруг его среднего значения $e_m = 0.028$. Кроме того, наблюдаются более длительные колебания с периодом $T_{e2} = 413$ куг, которые приводят к достижению крайних значений эксцентриситета $e = 0.0022$ и $e = 0.062$. Долгота восходящего узла φ_Ω меняется со средним периодом $T_\Omega = 68.7$ тыс. лет вокруг среднего значения $\varphi_{\Omega m} = 0.068$ радиан. На основной период накладываются колебания с большей длительностью.

Угол наклона плоскости орбиты i испытывает колебания с таким же периодом $T_i = 68.7$ тыс. лет вокруг среднего значения $i_m = 0.402$ радиан. Колебания угла i происходят в пределах от 0.36 до 0.45 радиан. Диапазон колебаний составляет 5° .

Угол положения перигелия φ_p увеличивается со временем. Перигелий перемещается в направлении обращения Земли вокруг Солнца, совершая в среднем за 3 млн. лет один оборот за 147 тыс. лет. Вращение перигелия происходит неравномерно. Наряду со средним вращением против часовой стрелки существуют его возвратные движения по часовой стрелке.

В результате анализа полученных решений было установлено, что ось орбиты Земли $\vec{S}$ (см. рис. 1.5) вращается за стрелкой часов, т.е. против орбитального движения Земли с периодом $T_S = -68.7$ тыс. лет. Напомним, что ось орбиты $\vec{S}$ – это перпендикуляр к ее плоскости 5. Благодаря этому вращению происходят колебания углов i и φ_Ω , показанных на рис. 1.7. Вращение оси орбиты $\vec{S}$ происходит вокруг вектора $\vec{M}$ (рис. 1.5), который является моментом количества движения всей Солнечной системы.

Дифференциальные уравнения орбитального движения (1.6) были проинтегрированы с помощью программы Galactica за 100 млн. лет. На этом интервале представить результаты в прежних параметрах невозможно, т.к. их колебания сливаются в сплошную полосу. Поэтому на рис. 1.8 показано эволюция параметров орбиты Земли за 50 млн. лет в несколько ином виде. Скользящие средние эксцентриситета e_s осреднялись на интервале, равном $2Te_2 \approx 850$ куг. Как видно из графика здесь наблюдается третий период изменения

эксцентриситета $Te_3 = 2.31$ Муг. Вместо углов орбиты i и φ_Ω на рис. 1.8 показана эволюция углов θ_{ss} и ψ_s оси орбиты $\vec{S}$ относительно вектора $\vec{M}$ (см. рис. 1.5). Угол наклона θ_{ss} , также представленный в виде скользящего среднего, является углом между векторами $\vec{S}$ и $\vec{M}$.

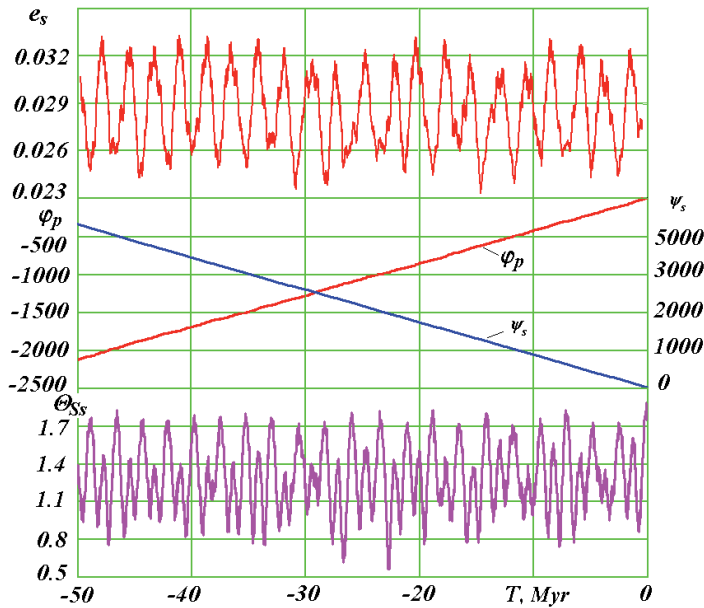


Рис. 1.8. Эволюция параметров орбиты Земли за 50 млн. лет впрошлое: e_s – скользящие средние эксцентриситета; φ_p – угол перигелия; ψ_s – угол прецессии и θ_{ss} – скользящие средние угла наклона оси орбиты $\vec{S}$. Углы φ_p и ψ_s даны в радианах, θ_{ss} – в градусах.

Максимальное отклонение оси $\vec{S}$ от момента $\vec{M}$ составляет $\theta_{Smax} = 2.94^\circ$. Периоды ее колебаний следующие: $T_{\theta 1} = 97.4$ куг, $T_{\theta 2} = 1.16$ Муг и $T_{\theta 3} = 2.32$ Муг. Колебания с этими периодами видны на рис. 1.8. Угол прецессии ψ_s идентичен углу φ_Ω , но только измеряется не в плоскости экватора 2, а в плоскости, перпендикулярной моменту количества движения $\vec{M}$. Как и угол перигелия φ_p , угол прецессии ψ_s изменяется неравномерно, и существуют его возвратные движения. Однако в таком масштабе, как

показано на рис. 1.8, этих колебаний φ_p и ψ_S не видно. Вследствие неравномерности вращения средние периоды перигелия и оси орбиты $\vec{S}$ на интервале -50 млн. лет немного другие и равны: $T_p = 150$ тыс. лет, и $T_S = -72.9$ тыс. лет, соответственно.

На интервале от -50 млн. лет до -100 млн. лет изменение параметров не отличается от рис. 1.8 (Мельников, Смутьский, 2009). Аналогичные исследования были выполнены для остальных планет и Луны (Smulsky J., Smulsky Ya., 2012; Смутьский, 2005; Гребеников, Смутьский, 2007). Параметры их орбит так же, как и Земли совершают установившиеся колебательные движения. Поэтому можно сделать вывод, что, кроме установленных периодов и амплитуд колебания параметров орбит, других не существует. Из полученных результатов также следует вывод об устойчивости Солнечной системы. Необходимо отметить, что в работах других исследователей (Morbidelli, 2002; Laskar et al, 2004b; Laskar, 1994), которые решали задачу другими методами, были получены изменяющиеся колебания. Поэтому они пришли к выводу о неустойчивости орбит и Солнечной системы в целом (Laskar, 1994),.

1.5. Эволюция вращательного движения Земли

Вращающаяся Земля под действием центробежных сил растягивается в плоскости экватора (см. рис. 1.9). Рассмотрим воздействие тела B на две половины Земли: на ближнюю – силой $\vec{F}_1$ и дальнюю – силой $\vec{F}_2$. Если бы Земля была центрально-симметричным шаром, то равнодействующая сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ прошла бы через центр Земли O . Для сплюснутой Земли центр масс ближней части Земли приблизится к телу B , а дальней – удалится. Поэтому сила $\vec{F}_1$ увеличится, а сила $\vec{F}_2$ уменьшится, в результате чего возникнет момент сил m_o , направленный по часовой стрелке. Этот процесс воздействия на Землю определяется теоремой изменения момента количества движения:

$$\frac{d\vec{K}_o}{dt} = \sum \vec{m}_o(\vec{F}_k), \quad (1.7)$$

где $\vec{K}_O$ – момент количества движения Земли относительно центра O в невращающейся системе координат $x_1y_1z_1$, $\sum \vec{m}_O(\vec{F}_k)$ – сумма моментов сил, действующих на Землю тел.

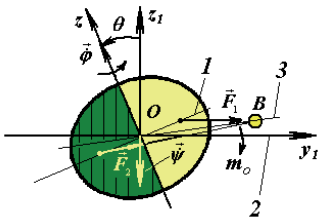


Рис. 1.9. Прецессия оси Земли при воздействии на нее тела B : 1 и 2 – плоскости экватора Земли и ее орбиты, соответственно; 3 – плоскость орбиты воздействующего на Землю тела B .

Задача о вращении Земли рассматривается (см. рис. 1.5) в невращающейся системе координат $x_1y_1z_1$, связанной с неподвижной плоскостью орбиты Земли 3. Подвижная плоскость экватора Земли 4 определяется углом наклона θ к плоскости 3 и углом прецессии $\psi = \gamma_0 \gamma_1$. Кроме того рассматривается скорость собственного вращения Земли $\dot{\phi}$ относительно ее подвижной оси $\vec{N}$. На основании теоремы (1.7) мы вывели (Смутьский и Сеченов, 2007, Smulsky, 2011a) дифференциальные уравнения вращательного движения Земли в следующем виде:

$$\ddot{\psi} = -2\dot{\psi}\dot{\theta} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \dot{\theta} \frac{J_z \omega_E}{J_x \sin \theta} - \sum_{i=1}^n \frac{3GM_i E_d J_z}{r_i^5 J_x} \{0.5 \sin(2\psi)(x_{li}^2 - y_{li}^2) - x_{li} y_{li} \cdot \cos(2\psi) + z_{li} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} (x_{li} \cos \psi + y_{li} \sin \psi)\}; \quad (1.8)$$

$$\ddot{\theta} = 0.5\dot{\psi}^2 \sin(2\theta) - \frac{J_z \omega_E \dot{\psi} \sin \theta}{J_x} - \sum_{i=1}^n \frac{3GM_i \cdot E_d J_z}{2r_i^5 J_x} \{ \sin(2\theta) [x_{li}^2 \sin^2 \psi + y_{li}^2 \cos^2 \psi - z_{li}^2 - x_{li} y_{li} \sin(2\psi)] + 2z_{li} (x_{li} \sin \psi - y_{li} \cos \psi) \cos(2\theta) \}; \quad (1.9)$$

$$\dot{\phi} = \omega_E - \dot{\psi} \cdot \cos \theta, \quad (1.10)$$

где J_x , J_y и J_z – моменты инерции вращающейся Земли на оси системы координат, связанные с вращающейся Землей;

$E_d = (J_z - J_x) / J_z$ – динамическая эллиптичность Земли;

$\omega_E = \text{const}$ – проекция абсолютной скорости вращения Земли на ее ось $\vec{N}$ (см. рис. 1.5);

n – количество действующих на Землю тел, а M_i – их масса, а x_{li} , y_{li} , z_{li} – их координаты.

Уравнениями (1.8) и (1.9) определяются углы положения ψ и θ подвижной плоскости экватора 4 относительно плоскости неподвижной орбиты 3 (см. рис. 1.5). В результате интегрирования уравнений (1.8)-(1.9) определяются углы наклона θ и прецессии ψ подвижного экватора 4 относительно неподвижной плоскости орбиты 3. А в результате интегрирования уравнений орбитального движения (1.6) рассчитываются углы наклона i и восходящего узла φ_Ω подвижной плоскости орбиты 5 относительно неподвижной плоскости экватора 2, а также угол перигелия φ_p . Эти параметры вращательного и орбитального движения позволяют определить углы наклона ε и перигелия φ_{py} подвижной плоскости орбиты 5 относительно подвижного экватора 4. Именно эволюция этих углов ε , φ_{py} и эксцентриситета e определяют эволюцию инсоляции.

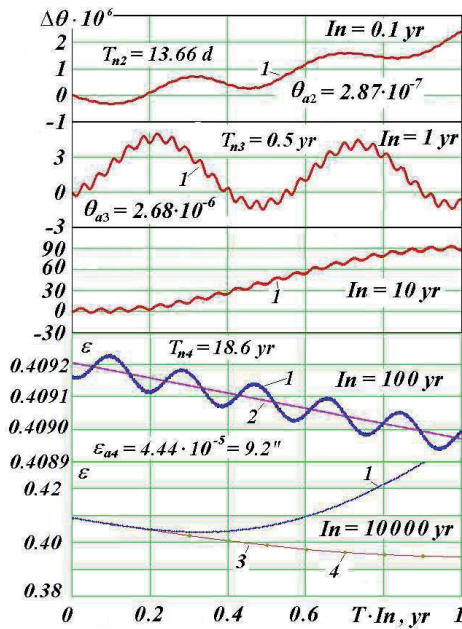


Рис. 1.10. Динамика угла наклона θ и ε (в радианах) плоскости экватора Земли к плоскости ее орбиты на пяти интервалах In времени: yr – год; $\Delta\theta \approx \varepsilon - \varepsilon_0$; ε_0 – угол наклона в начальную эпоху 30.12.1949 г. Tn_2 , Tn_3 , Tn_4 и θa_2 , θa_3 , εa_4 – периоды и амплитуды колебаний угла наклона ε ; 1 – по нашим результатам численного интегрирования; 2 – аппроксимация данных наблюдений по С. Ньюкомбу (Newcomb,

1895) и Дж. Симону и др. (Simon et al, 1994); 3 – по результатам интегрирования Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a); 4 – по результатам интегрирования Ш. Г. Шараф и Н. А. Будниковой (1969).

Рассмотрим основные результаты задачи (1.8)-(1.9) о вращении Земли. На рис. 1.10 показано изменения угла наклона ε на пяти разных

интервалах времени In . На графиках указаны основные периоды T_{ni} и амплитуды (θ_{ai} и ε_{ai}) колебаний угла наклона: полумесечные T_{n2} , полугодовые T_{n3} и $T_{n4} = 18.6$ лет. Эти колебания называются нутационными. Угол прецессии ψ имеет аналогичные периоды колебаний, а амплитуды – в 2 - 3 раза большие.

На интервале $In = 0.1$ года видны полумесечные колебания и просматриваются суточные; на интервале $In = 1$ год появляются полугодовые колебания; на интервале $In = 10$ лет появился тренд колебания с периодом 18,6 года, а на интервале $In = 100$ лет колебания с этим периодом преобладают.

На интервале $In = 100$ лет видно, что рассчитанный 1 угол наклона ε колеблется вокруг среднего 2 угла наклона по С. Ньюкомбу (Newcomb, 1895) и Дж. Симону и др. (Simon et al, 1994). Амплитуда колебаний $\varepsilon_{a4} = 9.2''$ периода $T_{n4} = 18.6$ лет также совпадает с наблюдениями. Эта амплитуда в астрономии называется постоянной нутации. Рассчитанный угол прецессии ψ также колеблется относительно осредненного угла прецессии по наблюдениям, а средняя динамика ψ также совпадает с наблюдениями.

Как видно из рис. 1.10, на интервале $In = 10$ тыс. лет такое совпадение с аппроксимацией данных наблюдения и результатами решений других авторов (Шараф, Будникова, 1969; Laskar et al, 2004a) имеется до 2000 лет. Далее рассчитанный нами угол наклона ε начинает отличаться от результатов решений (Шараф, Будникова, 1969; Laskar et al, 2004a).

На рис. 1.11 показано, что со временем отличия нарастают, и дальнейшая эволюция рассчитанного нами угла наклона ε значительно отличается от эволюции, полученной другими авторами, которые решали упрощенную задачу о вращении Земли. Как видно из графиков, колебания угла ε по нашим решениям происходят в диапазоне от 16.7° до 31° , в то время как по прежним решениям от 22.26° до 24.32° , т. е. диапазон колебаний больше в 7 раз. Мы выполнили расчеты инсоляции Земли с новой эволюцией угла ε (Смульский, 2013а). Ее колебания также в 7 раз превышают колебания инсоляции в прежних астрономических теориях палеоклимата.

Второй угол в уравнениях (1.8) - (1.10), угол прецессии ψ , изменяется несколько по другому, по сравнению с углом θ . Он непрерывно уменьшается, но это уменьшение совершается с такими же колебаниями, как и угла θ , только амплитуда их в 2-3 раза больше. Такое изменение угла ψ свидетельствует, что ось Земли $\vec{N}$ (см. рис. 1.5) вращается за стрелкой часов, и средний период ее вращения $P_N = -25740$ лет.

Выполненные исследования по этим двум задачам позволяют представить следующую картину движений в Солнечной системе. В плоскости орбиты происходит неравномерное вращение перигелия против стрелки часов со средним периодом $T_p = 147$ куг и деформация орбиты с колебаниями эксцентриситета с периодами 94.5 куг, 413 куг, 2.31 Муг. Аналогичные изменения орбиты со своими периодами испытывают Луна и другие планеты, за исключением Плутона. Перигелий Плутона вращается по часовой стрелке.

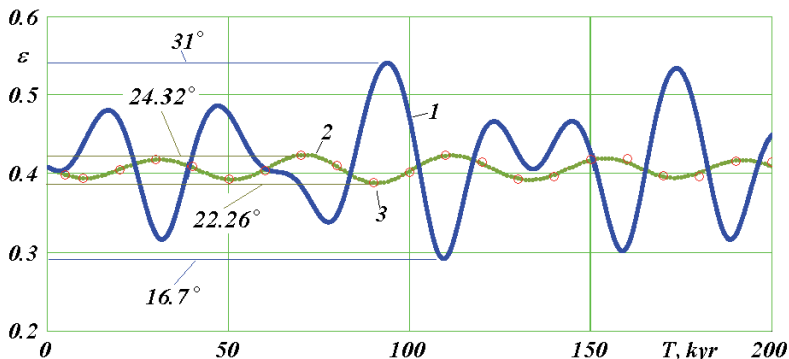


Рис. 1.11. Эволюция угла наклона ε (в радианах) плоскости экватора Земли к плоскости ее орбиты на интервале 200 тыс. лет: 1 – по нашим результатам численного интегрирования; 2 – по результатам интегрирования Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a); 3 – по результатам интегрирования Ш. Г. Шараф и Н. А. Будниковой (1969). В градусах приведены максимальные и минимальные значения угла ε .

Ось орбиты Земли $\vec{S}$ (см. рис. 1.5) вращается по часовой стрелке вокруг вектора момента $\vec{M}$ со средним за 3 млн. лет периодом $T_S = 68.7$ куг. Ось $\vec{S}$ также совершает колебания с разными периодами 97.4 куг, 1.16 Муг и 2.32 Муг. Ось орбиты Луны (на рис. 1.5 не показана)

вращается по часовой стрелке вокруг подвижной оси $\vec{S}$ орбиты Земли. Период этого вращения равен 18.6 лет. Кроме того, ось орбиты Луны совершает колебательное движение с периодом 0.4745 года.

Ось вращения Земли $\vec{N}$ (см. рис. 1.5), как уже отмечалось, вращается по часовой стрелке со средним периодом 25740 лет. При этом ось $\vec{N}$ совершает колебания с периодами: полумесячным, полугодовым и 18.6 лет. Кроме того, существуют колебания оси $\vec{N}$ большой амплитуды (см. рис. 1.11) и с периодами десятки и сотни тысяч лет. В процессе этих колебаний угол наклона ε оси Земли изменяется от 16.7° до 31° , в то же время по прежним теориям – от 22.26° до 24.32° . То есть амплитуда колебаний оси Земли возросла в 7 раз.

1.6. Эволюция инсоляции

На рис. 1.10 и рис. 1.11 было представлено изменение угла наклона оси Земли в будущем. На рис. 1.12 линией 1 показана эволюция угла наклона ε за прошедшие 200 тыс. лет. По сравнению с расчетами по прежним теориям (линия 2) наши решения так же, как при расчетах в будущее, дают большие амплитуды колебаний. В начальный период несколько тысяч лет в прошлое, начиная с $T = 0$, угол наклона 1, как и угол наклона 2, увеличивается. Затем он начинает уменьшаться и достигает минимума, в то время как угол наклона 2 по прежним теориям находится в максимуме. На остальном интервале времени также максимумы и минимумы колебаний углов наклона 1 и 2 не совпадают. Однако более существенным являются величины этих экстремумов. По прежним теориям на этом интервале времени угол наклона изменяется от 22.21° до 24.43° . А по нашим решениям наклон плоскости экватора Земли к плоскости ее орбиты изменяется от 14.8° до 32.1° . В данном случае амплитуда колебаний новых решений увеличилась в 7.8 раза.

В астрономических теориях палеоклимата рассматривается инсоляция не за астрономические, а за равные калорические полугодия. Начало и конец летнего калорического полугодия определяется так, чтобы инсоляция за любой его день была больше инсоляции за любой день зимнего полугодия. Далее будем рассматривать инсоляцию на широте 65° северного полушария,

которое обозначается буквой N . Мы рассчитали изменение инсоляции Q_s^{65N} за 200 тыс. лет в прошлое как по определенным нами параметрам: e , ε и φ_{py} (линия 1 на рис. 1.12), так и по тем же параметрам, рассчитанных Дж. Ляском и др. (2004) (линия 2). Как видно из графиков, инсоляция Q_s^{65N} за летнее калорическое полугодие на северной широте 65° по нашим решениям имеет амплитуду колебаний также в 7 раз большую, нежели по прежним теориям. Моменты потепления и похолодания по нашим расчетам 1 и по прежним теориям 2 также не совпадают. Вначале, начиная с $T = 0$, как видно из Q_s^{65N} на рис. 1.12, летняя инсоляция растет в течение 4-х - 5-и тысяч лет, затем начинает падать и достигает минимума 16 тысяч лет назад. После этого минимума идет потепление, которое завершается большим максимумом инсоляции 31 тыс. лет назад.

Средний период колебаний угла наклона по прежним теориям (см. 2 на рис. 1.12) равен 41.1 тыс. лет. Этот же период имеется в колебании инсоляции Q_s^{65N} (линия 2). Как видно из новой зависимости для угла наклона ε (линия 1), характерный период колебаний имеет в 1.5 - 2 раза меньшую длительность.

По нашим решениям получены в 7 раз большие колебания инсоляции. Насколько они существенны? На этот вопрос может дать ответ представление инсоляции в эквивалентных широтах I , которая рассчитывается следующим образом. Если в эпоху T летняя инсоляция на широте φ была такая, как в современную эпоху на широте φ_0 , то инсоляция в эквивалентных широтах будет $I = \varphi_0$. На рис. 1.12 представлена инсоляция I в эквивалентных широтах, рассчитанная нами для широты 65° северного полушария как по нашим данным (линия 1) так и по данным Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a) (линия 2). Начиная с $T = 0$, инсоляция I по нашим данным I с широты 65° уменьшается на несколько градусов, т.е. на широте 65° становится теплее. Затем после максимума величина I начинает уменьшаться до широт 80° и 90° . При $T = -15$ тыс. лет летняя инсоляция на широте 65° меньше, чем современная летняя инсоляция на полюсе, поэтому на графике I проведена горизонтальная площадка. Таким образом, горизонтальная площадка примерно 15 тыс. лет назад означает, что инсоляция на широте 65° была меньше, чем сейчас на

полное. Такое малое количество тепла могло привести к оледенению территорий на широте 65° .

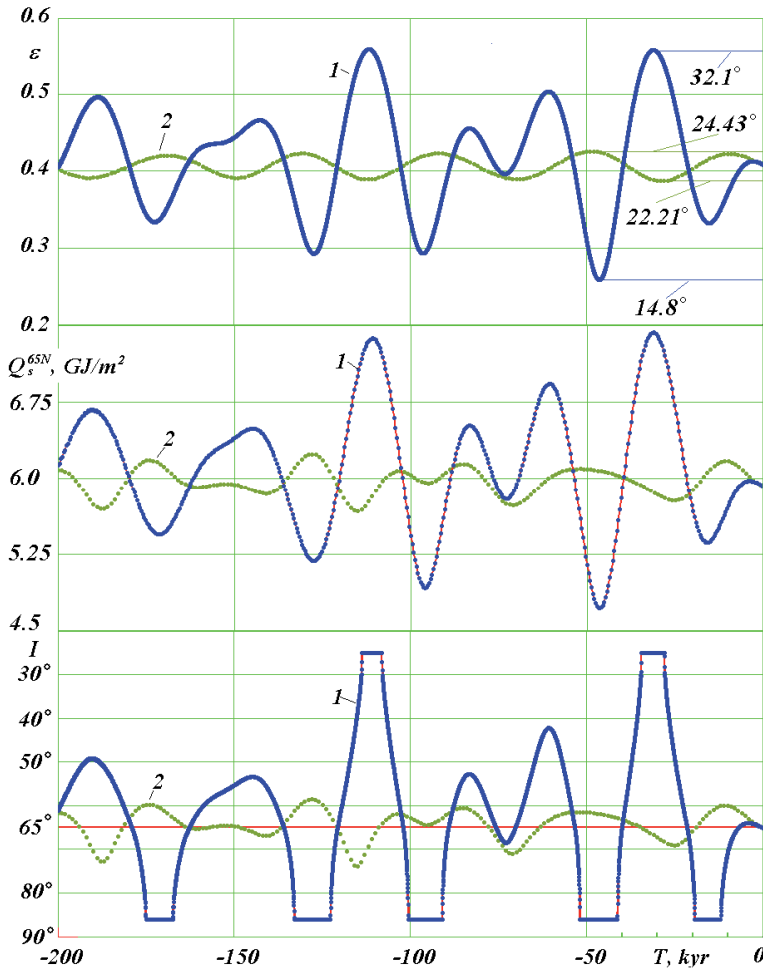


Рис. 1.12. . Эволюция угла наклона ε , а также летних инсоляций Q_s^{65N} и I за 200 тыс. лет в прошлое. Сравнение новых результатов 1 с результатами прежних теорий 2 на примере работы Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a): ε – угол наклона в радианах экватора Земли к плоскости ее орбиты; Q_s^{65N} – инсоляция в ГДж/м^2 за летнее калорическое полугодие на северной широте 65° ; I – инсоляция в эквивалентных широтах за летнее калорическое полугодие на северной широте 65° . В градусах приведены максимальные и минимальные значения угла ε . T – время в тыс. лет (кыр) от 30.12. 1949 г.

При дальнейшем изменении времени до $T = -30$ куг инсоляция I в эквивалентных широтах достигает широт 50° , 40° , 30° , т.е. на широте 65° становится значительно больше солнечного тепла. Горизонтальная площадка в эпоху $T = -30$ куг означает, что на широте 65° поступает больше тепла, чем сейчас на экваторе. Линией 2 приведена инсоляция I в эквивалентных широтах по прежним теориям. Как видно, на широте 65° летняя инсоляция I на рассмотренном отрезке времени в 30 - 50 тыс. лет изменяется в пределах от 60° до 70° . Маловероятно, что изменения количества тепла на широте 65° до таких величин, которые сейчас имеются на широтах 60° и 70° , могут привести к существенным потеплениям климата или его похолоданиям. Такие небольшие изменения инсоляции всегда вызывали сомнения (Большаков, Капица, 2011).

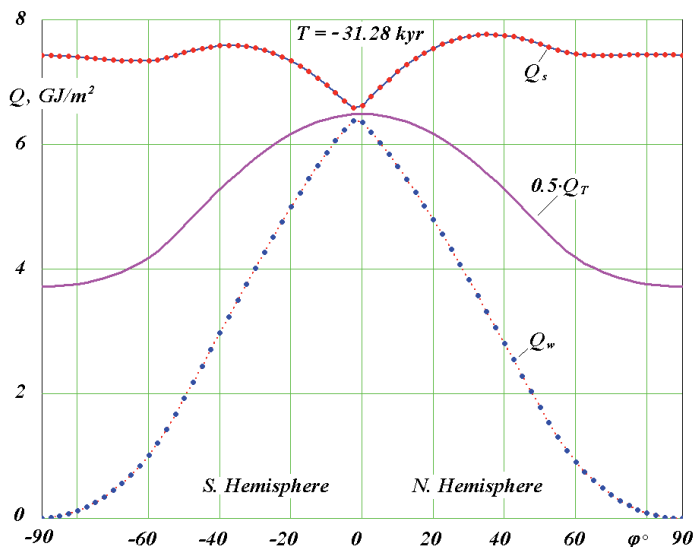


Рис. 1.13. Распределение по широте φ° Земли удельного количества тепла в ГДж/м² в самую жаркую в высоких широтах эпоху $T = 31.28$ тыс. лет в прошлое: Q_s – за летнее калорическое полугодие; Q_w – за зимнее калорическое полугодие; Q_T – за весь год; на графике величина Q_T уменьшена в два раза; $\varphi > 0$ – северное полушарие; $\varphi < 0$ – южное полушарие.

Выше мы исследовали изменение инсоляции во времени на широте 65° северного полушария. Теперь рассмотрим изменение инсоляции по широте в отдельные моменты времени. На рис. 1.4 была представлено распределение инсоляции по всему земному шару в современную эпоху. На рис. 1.13 показано изменение по широте φ° летней Q_s , зимней Q_w и уменьшенной в два раза годовой инсоляции Q_T в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет. В это время на широте 65° северного полушария была наибольшая за 200 тыс. лет летняя инсоляция (см. рис. 1.12). Как и в современную эпоху (см. рис. 1.4), инсоляция за год Q_T – наибольшая на экваторе и убывает к полюсам. Зимняя инсоляция Q_w имеет максимальное значение вблизи экватора, а на полюсах стремится к нулю. Летняя инсоляция Q_s имеет максимумы на тропиках, которые находятся на больших широтах по сравнению с современной эпохой (см. рис. 1.4). Кроме того, летняя инсоляция Q_s на высоких широтах близка к максимальной и существенно превышает летнюю инсоляцию на экваторе.

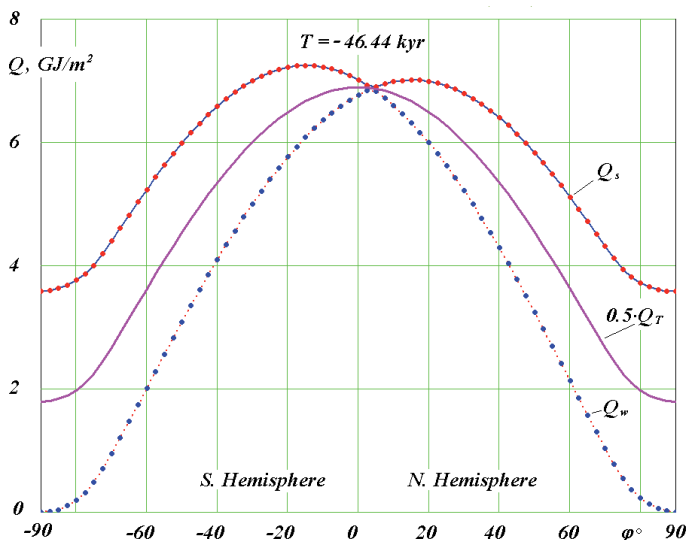


Рис. 1.14. Распределение по широте φ° Земли удельного количества тепла в ГДж/м² в самую холодную в высоких широтах эпоху $T = 46.44$ тыс. лет в прошлое. Обозн. см рис. 1.13.

Инсоляция за год Q_T в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет на высоких широтах больше (рис. 1.13), чем в современную (рис. 1.4). В то же

время годовая инсоляция на экваторе меньше, чем в современную эпоху. Но это уменьшение не такое значительное, как увеличение в высоких широтах. Зимняя инсоляция Q_w в эпоху $T = -31.28$ на всех широтах меньше по сравнению с современной эпохой (рис. 1.4).

На рис. 1.14 представлено изменение этих же составляющих инсоляции в наиболее холодную за 200 тыс. лет эпоху $T = -46.44$ тыс. лет. В высоких широтах, например, на широте $\varphi^\circ = 65^\circ N$ летняя инсоляция $Q_s = 4.72$ ГДж/м² существенно уменьшилась по сравнению с $Q_s = 7.43$ ГДж/м² в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет и $Q_s = 5.92$ ГДж/м² в современную эпоху $T = 0$. Инсоляция за год, например $Q_T = 3.58$ ГДж/м² на Северном полюсе, уменьшилась с $Q_T = 7.43$ ГДж/м² в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет и с $Q_T = 5.58$ ГДж/м² в современную эпоху $T = 0$. Зимняя инсоляция Q_w в эту холодную эпоху немного возросла на всех широтах.

Итак, от теплой эпохи к холодной уменьшение летней инсоляции Q_s на широте 65° происходит в 1.57 раза. А на полюсе годовая инсоляция Q_T уменьшается еще сильнее, а именно – в 2 раза. В то же время в экваториальной зоне происходят обратные по знаку изменения, но величина их в 4 раза меньшая. При этом на широте $\varphi = 45^\circ$ годовая инсоляция Q_T практически не изменяется, т.е. изменения летней инсоляции Q_s компенсируются изменениями зимней инсоляции Q_w .

Полученные в наших расчетах колебания инсоляции могут вызвать наблюдавшиеся изменения климата. Уменьшение летней инсоляции I 19 - 12 тыс. лет назад до значений меньших, чем на полюсе (линия I на рис. 1.12), могло привести к оледенению. Это, по-видимому, подтверждается существованием в это время покровного ледника в северных частях Евразии и Америки. А увеличение летней инсоляции I 35 - 28 тыс. лет назад до значений больших, чем в экваториальной области, могло привести к благоприятным условиям существования мамонтовой фауны. По-видимому, это подтверждается преимущественной датировкой ископаемых представителей этой фауны.

Однако полученные экстремумы инсоляции I не совпадают с экстремумами инсоляции по прежней теории инсоляции 2 (см. рис. 1.12). За почти вековой период ее существования палеоклиматические

события постепенно привязывались к ней. Поэтому они сейчас могут не согласовываться с новой теорией. Требуется новый анализ палеоклиматических данных и исследование зависимости их от новых результатов по инсоляции Земли. Однако прежде чем проводить такую работу, целесообразно другим независимым способом подтвердить рассчитанную эволюцию оси вращения Земли, которая по существу определяет инсоляцию.

1.7. Проверка достоверности решения задачи о вращении Земли

Как уже отмечалось во Введении, все три задачи: инсоляция Земли, ее орбитальное движение и вращательное движение Земли мы решали по-другому, начиная с вывода уравнений и заканчивая обработкой и анализом результатов. Например, дифференциальные уравнения (1.6) для орбитальной задачи ранее непосредственно не решали. Начиная с И. Ньютона, эту задачу рассматривали в рамках так называемой теории возмущений. Исследовалось движение одного тела под воздействием материнского тела: Солнца – для планет, и Земли – для Луны, а воздействия остальных тел рассматривались как возмущающиеся факторы. В итоге, в результате работы поколений таких выдающихся ученых как Эйлер, Лагранж, Лаплас и мн. др. были получены уравнения возмущенного движения для шести элементов орбиты относительно неподвижной эклиптики (см. 3 на рис. 1.5). Эти уравнения приближенные. А затем они также решались приближенными аналитическими методами разложением в ряды. В настоящее время эти методы переведены на численный счет, благодаря чему количество членов в рядах достигает несколько сотен. Тем не менее, приближенный характер уравнений при решении задач за сотни тысяч и миллионы лет всегда оставляет сомнение в справедливости результатов. Поэтому полученные нами решения неупрощенной орбитальной задачи (1.6) позволили подтвердить многие результаты, полученные прежними методами, а некоторые результаты, как неустойчивость орбит и Солнечной системы в целом, были опровергнуты.

Задача о вращении Земли (1.8)-(1.10), при ее решении за большие промежутки времени, в работах прежних авторов упрощалась более существенно, по сравнению с орбитальной. В уравнениях (1.8)-(1.9) отбрасывались вторые производные $\ddot{\psi}$ и $\ddot{\theta}$, а

также отбрасывались произведения первых производных $\dot{\psi}\dot{\theta}$ и $\dot{\psi}^2$. Поэтому такое решение задачи не позволяло получить короткопериодических колебаний, которые получены нами и показаны на рис. 1.10. А полученные колебания угла ε с периодом 41 тыс. лет (см. линия 2 на рис. 1.11 и на рис. 1.12) не имели других подтверждений.

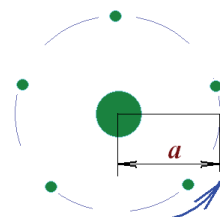
Задачу (1.8)-(1.10) о вращении Земли за сотни тысяч лет мы решили впервые. В рамках принятой технологии ее решения все необходимые проверки были выполнены. Например, задача решалась последовательно, при воздействии одного из тел (Смольский и Сеченов, 2007). Полученные периоды колебаний оси Земли подтвердились общетеоретическими выводами, а также результатами других авторов (Хайер и др., 1990). При воздействии всех тел задача решалась за разные интервалы времени, и полученные результаты подтвердились наблюдениями. Интегрирование уравнений (1.8)-(1.10) за 200 тыс. лет проводилось с разными начальными условиями и с разными шагами интегрирования. Вид результатов от этого не изменился. Однако полученные амплитуды колебаний оси Земли в 7 раз превышали амплитуды по прежним теориям. Поэтому требовалось подтверждение полученных результатов. По-видимому, нужно решать эту задачу каким-то другим способом. На протяжении ряда лет мы занимались поиском таких способов и их реализаций.

Задача о вращении Земли является одной из самых сложных задач механики. Это также подтверждается видом уравнений (1.8)-(1.10). Их вывод связан с рядом переходов из одной системы координат в другую, с принятием определенных упрощений и приближений. Поэтому кардинальной проверкой полученных результатов являлось бы их получение без решения дифференциальных уравнений (1.8)-(1.9).

При исследовании орбит выяснилось, что эволюция оси орбиты Луны подобна эволюции оси вращения Земли. Этот результат привел нас к составной модели Земли (см. рис. 1.15), в которой часть массы Земли равномерно распределена между периферийными телами, обращающимися вокруг центрального тела по круговой орбите. Под воздействием Луны, Солнца и планет орбиты периферийных тел начинают изменяться. Эволюция оси орбиты одного из этих тел

моделирует эволюцию оси вращения Земли. В первоначальной серии исследований (Мельников и др., 2008) было исследовано три модели, и была подтверждена возможность моделирования эволюции Земной оси. В этих моделях периоды прецессии осей орбит моделей были 170 лет и 2604 года, в то время как средний период прецессии оси Земли $T_{prE} = 25740$ лет. В последующем было разработано еще 11 моделей, пока не был достигнут необходимый период прецессии.

Рис. 1.15. Составная модель вращения Земли. Масса Земли распределена между центральным телом и периферийными телами: a – радиус орбиты периферийных тел.



Такое моделирование вращательного движения Земли включает несколько стадий решения орбитальной задачи (1.6) с помощью программы *Galactica*. Выяснилось, что получить модель с необходимым периодом прецессии возможно в случае, если ослабить или усилить гравитационное взаимодействие между телами модели. Поэтому была создана программа *Galactica* с измененным взаимодействием между определенными телами.

На рис. 1.16 точками представлены результаты 13-ой составной модели Земли на интервале 300 лет. Видно, что угол наклона ε колеблется с периодом 18.6 лет. Угол прецессии ψ также испытывает колебания с этим периодом. Решения на меньших интервалах времени дали колебания с полумесячными и полугодовыми периодами, т.е. эти результаты совпали с результатами интегрирования уравнений (1.8)-(1.10). Амплитуды этих колебаний также совпали. Прямыми линиями на рис. 1.16 нанесены средние изменения углов ε и ψ . Они также совпали с результатами прямой задачи о вращении Земли, а также с данными наблюдений. Идентичность результатов видна также при сопоставлении рис. 1.16 с графиком для угла ε на интервале 100 лет на рис. 1.10.

Такое совпадение результатов модельной задачи с результатами прямой происходит до 3 тыс. лет. В процессе интегрирования уравнений (1.6) программой *Galactica* происходит накопление

погрешностей для тел модели, вследствие чего ее размеры начинают изменяться. Изменяется также период прецессии орбиты. Например, к концу интервала интегрирования 13.763 тыс. лет период прецессии с 25740 лет уменьшился до 14840 лет. Поэтому модель перестает представлять эволюцию Земной оси. Этот процесс обусловлен весьма напряженными динамическими параметрами модели. Например, радиус орбиты периферийных тел (см. рис. 1.15) a равен радиусу Земли, их период обращения 0.142 часа, а взаимодействие между телами модели усилено в 9.6 раза по сравнению с гравитационным. Таким образом, тела модели в 170 раз вращаются быстрее Земли. Поэтому шаг интегрирования задачи (1.6) приходится уменьшить в 1000 раз по сравнению с шагом при решении орбитальной задачи. Это приводит к большому времени счета. Например, решение задачи за 13.763 тыс. лет заняло 2.13 месяца. Чтобы модель не изменялась на интервале 200 тыс. лет, нужно уменьшить шаг интегрирования до таких величин, при которых требуется невыполнимое время счета.

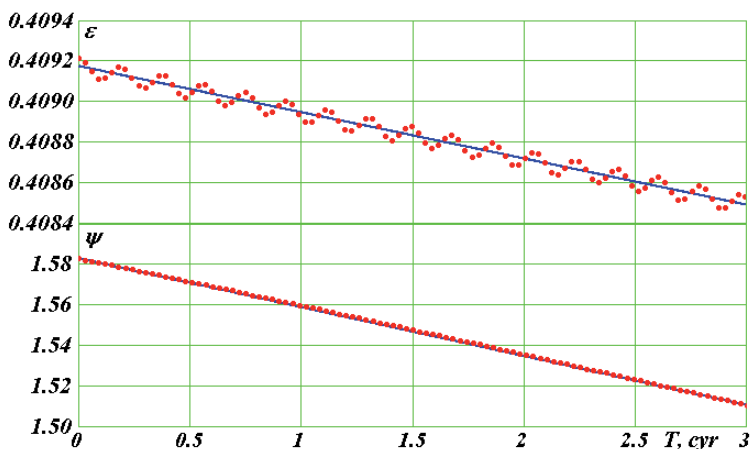


Рис. 1.16. Эволюция углов наклона ε и прецессии ψ оси вращения составной модели Земли № 13 за 300 лет. Точками приведены результаты интегрирования уравнений (1.6) с помощью программы Galactica. Расстояние между точками 3 года. Линиями показаны средние изменения углов угла ε и ψ со скоростями $\dot{\varepsilon}_{m300} = -2.28 \cdot 10^{-4}$ 1/cyr = - 0.470 "/год. $\dot{\psi}_{m300} = -2.42 \cdot 10^{-2}$ 1/cyr = - 49.9 "/год.

Итак, на данном этапе составная модель Земли на интервале 3000 лет подтвердила полученные результаты интегрирования дифференциальных уравнений (1.8)-(1.10) вращения Земли. Это свидетельствует, что принятые допущения и упрощения при выводе уравнений (1.8)-(1.10), их вывод, метод решения и преобразование результатов интегрирования в конечный вид также подтвердился.

Вторая независимая проверка заключалась в использовании более точного метода при интегрировании уравнений (1.8)-(1.10), а именно метода Рунге-Кутты 8-ого порядка в реализации Дорманда и Принса (Хайрер и др., 1990). До этого в программе DfEqAll-.for использовался метод интегрирования Рунге-Кутты 4-ого порядка в реализации (Крутько и др., 1988). Мы использовали его в течение нескольких десятков лет для решения разнообразных задач, и всегда получали удовлетворительные результаты. При интегрировании уравнений вращательного движения (1.8)-(1.10) за интервалы времени порядка 200 тыс. лет мы столкнулись с неожиданным недостатком метода. В решениях этих уравнений существуют суточные колебания производных $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$. Амплитуда этих колебаний к концу вышеупомянутого интервала интегрирования увеличивалась на несколько порядков. Несмотря на то, что были проведены проверки по влиянию суточных амплитуд $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$ на конечные результаты и приняты определенные меры по их устранению, оставалась опасность непредусмотренного их влияния.

Была разработана программа решения задачи о вращении Земли DfEqADP8-.for с методом Дорманда-Принса и уравнения (1.8)-(1.10) была проинтегрированы на разных интервалах времени, включая 200 тыс. лет. Все полученные ранее результаты подтвердились. При этом амплитуды суточных колебаний производных $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$ не увеличиваются и остаются на одном уровне. Итак, метод интегрирования уравнений не влияет на полученные результаты, и применение более точного метода подтверждает их.

Третья независимая проверка заключалась в смене технологии решения задачи. В дифференциальные уравнения вращательного движения (1.8)-(1.9) входят привязанные к плоскости орбиты координаты x_{1i} , y_{1i} , z_{1i} воздействующих на Землю тел. При решении

орбитальной задачи (1.6) с помощью программы *Galactica* мы получаем координаты тел x_i, y_i, z_i , привязанные к плоскости неподвижного экватора. Они пересчитывались в координаты x_{1i}, y_{1i}, z_{1i} . Однако при интегрировании задачи (1.8)-(1.9) за большие промежутки времени массив этих данных будет занимать нереализуемый объем памяти. Поэтому мы создали математическую модель Солнечной системы (Смольский, 2007), которая выдает в необходимый момент времени координаты тел: x_{1i}, y_{1i}, z_{1i} на основании результатов задачи двух тел: материнского тела и его спутника. При этом параметры орбиты тела: $e, i, \varphi_\Omega, \varphi_p, R_p$ и др. в каждый момент определяются по данным, предварительно рассчитанных с помощью программы *Galactica*. В процессе решения этой задачи математическая модель Солнечной системы была всесторонне проверена. Тем не менее, оставалась вероятность того, что на больших интервалах времени незначительные отличия результатов математической модели Солнечной системы от значений координат, полученных с помощью программы *Galactica*, могут повлиять на эволюцию параметров вращательного движения ε и ψ .

В течение работы над задачей о вращении Земли мы неоднократно возвращались к вопросу о смене вышеописанной технологии. Однако все попытки были безуспешными, пока не появилась определенная идея эффективного объединения этих двух задач в одну. В итоге была разработана новая программа *gle3rte2.for* совместного решения орбитальной задачи и задачи о вращении Земли. В ней за один шаг по времени происходит решение методом программы *Galactica* орбитальной задачи (1.6), затем методом Дорманда-Принса за этот шаг по времени решается задача о вращении Земли (1.8)-(1.10). С помощью новой программы были выполнены решения этих двух задач за разные интервалы времени, включая интервал 200 тыс. лет. Все ранее полученные результаты подтвердились. Этой проверкой была также подтверждена математическая модель Солнечной системы на большом интервале времени.

Полученные первоначальным методом на рис. 1.12 графики полностью повторились при решении задачи двумя последними методами. В табл. 1.1 приведены количественные сравнения периода

прецессии P_{pr} , и минимального ε_{min} и максимального ε_{max} углов наклона с точностью до пятой значащей цифры. С этой точностью первые два метода полностью совпали. Результаты третьего метода, как видно из табл. 1.1, по периоду прецессии P_{pr} отличаются в 4-ом знаке, а по углу наклона ε – в 5-ом. Так этот метод является более точным, то последние величины являются уточнением результатов, полученных первыми двумя методами.

Таблица. 1.1. Сравнение результатов трех методов интегрирования уравнений вращательного движения (1.8)-(1.9) за 200 прошедших тыс. лет: РГ-4 – метод Рунге-Кутты 4-ого порядка; ДП-8 – метод Рунге-Кутты 8-ого порядка в реализации Дорманда-Принса; Gal – координаты тел, входящих в уравнения (1.8)-(1.9) определяются по программе Galactica, а уравнения решаются методом ДП-8.

Метод	P_{pr} , лет	ε_{min}	ε_{max}
РГ-4	-25774	14.806°	32.073°
ДП-8	-25774	14.806°	32.073°
Gal	-25749	14.802°	32.077°

Итак, выполненные разнообразные тестирования и проверки первоначального метода решения задачи о вращении Земли, а также независимые от него решения этой задачи тремя другими методами подтвердили, что ось вращения Земли совершает колебания с амплитудой в 7 раз большей, нежели полученная в решениях наших предшественников.

Обратимся еще раз к новым решениям по инсоляции Земли. Как видно из рис. 1.12, как летняя инсоляция Q_s^{65N} , так и инсоляция в эквивалентных широтах I по нашим расчетам (линия 1) уже на начальном участке 0 ÷ -50 тыс. лет существенно отличается от инсоляции по прежним теориям (линия 2). Согласно новым решениям ледниковый период мог быть в интервале 19 - 12 тыс. прошедших лет. Ему предшествовал очень теплый период 35 - 28 тыс. лет назад. Эти изменения климата подтверждаются исследованиями Архипова А.С. (1928-1998 гг.) по позднему плейстоцену Западной Сибири (Архипов, 1997). Автор пишет, что «Сартанский гляциокомплекс состоит из морен максимальной гыданской и двух рецессионных: ньяпанской и норильской стадий. Кульминация оледенений приходится на 20 - 18

тыс. лет назад, ньяпанская стадия на 15 - 13 и норильская – на 11.5 - 10.4 тыс. лет назад». А вышеотмеченный теплый период в этой же работе (Архипов, 1997) подтверждается словами: «Каргинский межледниковый (мегастадиальный) горизонт имеет радиометрический возраст от 55 - 50 до 23 - 22 тыс. лет назад и объединяет морские и аллювиальные, а также стадиальные лохподгортские ледниковые, озерно-ледниковые и субаэральные отложения ...». Как видим, холодный период 19 - 12 тыс. лет назад (см. инсоляцию *I* на рис. 1.12, линия *I*) и теплый период 35 - 28 тыс. лет назад в пределах точности датировки палеособытий подтверждаются. Профессор Архипов А.С. известен обоснованностью своих выводов по палеоклимату. Поэтому приведенные выше его результаты заслуживают пристального внимания, несмотря на то, что они не согласуются с результатами прежней астрономической теории палеоклимата (см. 2 на рис. 1.12). Кроме Архипова А.С. к аналогичному пониманию палеоклимата пришли другие палеоклиматологи: Гросвальд М.Г. (2009), Svendsen J.I. et al (1999) и др. Однако их понимание тонет в море разнообразных теорий большинства палеоклиматологов. Как уже отмечалось, на протяжении почти 100 лет палеоклиматологи вынуждены были ориентироваться на результаты прежней астрономической теории климата. Сейчас предстоит большая работа по переосмыслению всего массива данных по палеоклимату, в результате которой будет с большей достоверностью установлена история Земли.

1.8. Заключение

Астрономическая теория ледниковых периодов, как первоначально и предполагали ее создатели Л. Агасис, Ж. Адемар, Дж. Кроль, Р. Харгреавес (Hargreaves, 1896), М. Миланкович и другие исследователи, может объяснять наблюдавшиеся в прошлом наступления ледниковых периодов и смену их очень теплыми временами. Необходимо продолжать исследования в направлении ее дальнейшего развития. С одной стороны, должны быть продолжены решения задачи о вращении Земли за большие интервалы прошедшего времени. С другой стороны, необходимо в свете полученных колебаний инсоляции Земли проанализировать имеющиеся

свидетельства палеоклиматических изменений на предмет их корреляции с колебаниями инсоляции Земли.

Представляет интерес также продолжение исследований по астрономической теории изменения климата Марса (Edvardsson et al, 2000; Laskar et al, 2004b). Космические исследования его поверхности (Комаров, Исаев, 2010) показывают о наличии на нем в прошлом русел рек, водоемов и других свидетельств более теплого климата по сравнению с настоящим временем. Вполне возможно, что одной из причин его изменения также были колебания оси вращения Марса и параметров его орбиты.

ГЛАВА 2

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ИНСОЛЯЦИИ ЗЕМЛИ

Аннотация

Для исследования палеоклимата М. Миланковичем разработана теория инсоляции Земли. Расчеты инсоляции по упрощенным методам используются также в метеорологии, в строительстве и в др. областях. Новый алгоритм расчета инсоляции основан на результатах точного решения задачи 2-х тел. Он отличается от прежнего метода простотой и большей приспособленностью к компьютерным вычислениям. Приведено обоснование нового алгоритма, и представлена его реализация в среде MathCad. Рассчитаны распределения инсоляции по широте за год и за калорические полугодия в современную эпоху. Вычислено изменение инсоляции в эквивалентных широтах за 200 тыс. лет. Результаты расчетов сопоставлены с результатами других авторов и обоснована достоверность нового метода.

Рассчитана динамика инсоляции в современную эпоху. Показаны перспективы применения ее результатов для выяснения причин изменения природных процессов, которые зависят от инсоляции.

2.1. Введение

Количество тепла Солнца, поступающее на Землю, т.е. инсоляция Земли, является важным фактором процессов,

происходящих на нашей планете. Одной из наиболее вероятной причиной геологических изменений в истории Земли может являться изменение ее инсоляции. На протяжении почти двух столетий изучается влияние инсоляции на климат Земли прошедших эпох. В этих исследованиях используется методика расчета инсоляции, которую в завершенном виде представил М. Миланкович в своих работах, например, в работе (Миланкович, 1939). Она является достаточно сложной. Поэтому ряд операций, как, например, вычисление инсоляции в эквивалентных широтах, обычно не проводится. В последнее время из-за сложности этой теории в литературе наблюдается ее непонимание. Например, в работе (Большаков, Капица, 2011) утверждается, что “в своих расчетах Миланкович пренебрег прямым вкладом изменений эксцентриситета в инсоляционную кривую...”. В действительности М. Миланкович создал теорию расчета инсоляции Земли с учетом всех факторов, в том числе и эксцентриситета. Поэтому создание более простого алгоритма вычисления инсоляции будет способствовать ее пониманию и адекватному применению.

Изменение инсоляции по поверхности Земли и ее динамика представляет интерес специалистам в различных отраслях деятельности человека и в разных областях науки. Например, в строительстве расчеты инсоляции и ее нормирования играют важную роль для обоснования застройки городов (Бахарев и Орлова, 2006). При исследовании причин изменения различных факторов в биологии, медицине и в метеорологии все чаще привлекается динамика инсоляции для поиска корреляционных связей. В этих работах авторы вынуждены развивать свои подходы по расчету инсоляции земной поверхности и влиянию на нее движения Венеры (Иванов, 2002), других планет (Богданов и др., 2006) и Луны (Богданов и Катрущенко, 2008). В этих подходах, как правило, из всех факторов, от которых зависит инсоляция, учитывается только изменение расстояния между Землей и Солнцем. Например, в работе (Богданов и Катрущенко, 2008) получена амплитуда колебания инсоляции 84.9 мВт/м^2 за счет месячных изменений этого расстояния при движении Луны. Из приведенных примеров использования инсоляции видно, что создание простого алгоритма ее расчета с

учетом всех факторов, от которых она зависит, является своевременным.

В разработанном М. Миланковичем (1939) алгоритме расчета инсоляции Земли для определения зависимости долготы Солнца λ от времени t приближенным аналитическим методом интегрируется дифференциальное уравнение. Оно следует из второго закона Кеплера. На основании решений задачи двух тел мы получили (Смутьский, 1999; Смутьский, 2007) точную аналитическую зависимость для времени от полярного угла φ_o или долготы λ . Эта зависимость значительно упрощает выражение для инсоляции. Поэтому появляется большая ясность метода, и упрощаются вычисления.

2.2. Основные результаты задачи двух тел

Для расчета инсоляции Земли необходимо определять положения Солнца над точкой поверхности Земли. Так как относительно Земли происходит движение Солнца по орбите, идентичной орбите Земли, то параметры орбиты Земли используются для описания движения Солнца в течение года. Аналогично параметры вращательного движения Земли используются для расчета суточного движения Солнца.

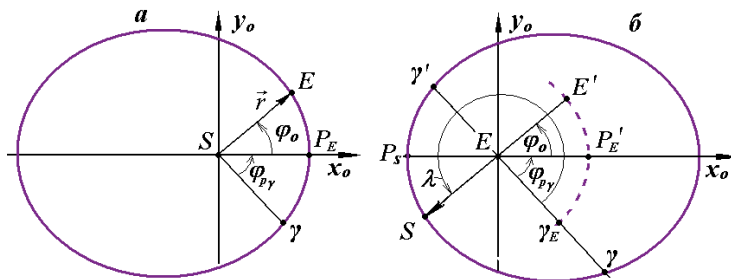


Рис. 2.1. Схемы движения Земли (E) по орбите вокруг Солнца (a) и Солнца (S) относительно Земли (b): γ - точка весеннего равноденствия; P_E - перигелий орбиты Земли; P_S - перигей орбиты Солнца; φ_o - полярный угол Земли; $\varphi_{p\gamma}$ - угол перигелия Земли; $\nu = \angle \gamma EP_S$ - угол перигея Солнца; λ - долгота Солнца; пунктирная линия и точки E' , P'_E и γ_E на ней являются условными изображениями орбиты Земли на схеме орбитального движения Солнца.

На рис. 2.1 представлены схемы движений Земли относительно Солнца и Солнца относительно Земли. Плоскость орбиты Земли (рис. 2.1а) пересекает плоскость экватора по линии $S\gamma$. Точку весеннего равноденствия γ по своей орбите Солнце проходит весной, а Земля – осенью. В т. γ Солнце находится в плоскости экватора Земли, поэтому по длительности день равняется ночи. Плоскости экватора и орбиты Земли изменяются в пространстве, поэтому точка γ по орбите Земли (рис. 2.1а) перемещается. Положение перигелия P_E также перемещается по орбите. Угол $\varphi_{p\gamma}$ измеряется между этими двумя точками γ и P_E .

Будем рассматривать движение планеты с массой m при ньютоновском воздействии на нее со стороны Солнца, масса которого равна M . Дифференциальные уравнения ее движения относительно Солнца в безразмерных величинах имеют вид (Смутьский, 1999):

$$\frac{d^2 \bar{r}}{d\bar{t}^2} = \alpha_1 \frac{\bar{r}}{\bar{r}^3}, \quad (2.1)$$

где $\bar{r} = r/R_p$ – безразмерный радиус положения планеты относительно Солнца;

$\bar{t} = t \cdot v_p / R_p$ – безразмерное время;

$\alpha_1 = \mu_1 / (R_p v_p^2)$ – параметр траектории;

$\mu_1 = -G(M+m)$ – параметр взаимодействия;

G – гравитационная постоянная;

R_p – радиус перигелия;

v_p – скорость планеты в перигелии.

В безразмерных переменных $\bar{r}$, $\bar{t}$ движение, как следует из (2.1), полностью определяется параметром траектории α_1 . Следует отметить, что этот параметр идентичен эксцентриситету e , и они связаны следующим выражением: $e = - (1 + \alpha_1) / \alpha_1$. В дифференциальных уравнениях электромагнитного взаимодействия (Смутьский, 1999) параметр α_1 играет аналогичную роль параметра траекторий, к которым понятие “эксцентриситет” неприменимо. Поэтому предпочтительно использовать параметр α_1 , а не эксцентриситет e .

В результате интегрирования уравнения (2.1) получено уравнение траектории $\bar{r}(\varphi_o)$ и зависимости для времени движения $t(r)$ от расстояния r между телами для различных случаев движения (Смутьский, 1999). Уравнение траектории в полярной системе координат (r, φ_o) в размерных переменных имеет следующий вид

$$r = \frac{R_p}{(\alpha_1 + 1)\cos \varphi_o - \alpha_1}, \quad (2.2)$$

где φ_o – полярный угол тела на орбите, отсчитываемый от радиуса перигелия $r = SP_E = R_p$ (см. рис. 2.1a).

Уравнение (2.2) при $\alpha_1 = -1$ представляет окружность, при $-1 < \alpha_1 < -0.5$ – эллипс, при $\alpha_1 = -0.5$ – параболу, при $-0.5 < \alpha_1 < 0$ – гиперболу, а при $\alpha_1 = 0$ – прямую. Следует отметить, что при известной орбите параметр траектории α_1 может быть определен через наименьший R_p и наибольший R_a радиусы орбиты следующим образом:

$$\alpha_1 = -(R_p + R_a)/(2R_a).$$

Из этой формулы видно, что для окружности $R_p = R_a$ и параметр $\alpha_1 = -1$, а для параболы $R_a \rightarrow \infty$ и $\alpha_1 = -0.5$.

Скорость в перигелии согласно решениям задачи двух тел (Смутьский, 2007) рассчитывается по формуле

$$v_p = -\frac{2\pi\alpha_1 R_p}{P_{sd}(-2\alpha_1 - 1)^{3/2}}, \quad (2.3)$$

где P_{sd} – период обращения. В задаче двух тел он рассматривается относительно неускоренной системы координат. Для планеты – это период ее обращения вокруг Солнца относительно неподвижных звезд (сидерический период). Для Земли средняя величина периода $P_{sd} = 365.25636042$ дней. Это значение периода P_{sd} получено в результате обобщения данных наблюдения за всю историю астрономических наблюдений. При решении задачи взаимодействия планет, Солнца и Луны получено (Мельников, Смутьский, 2009; Smulsky J., Smulsky Ya., 2012), что периоды обращения в разные эпохи колеблются вокруг величины P_{sd} в небольших пределах. Поэтому этим отличием пренебрегаем.

Чтобы найти зависимость времени от полярного угла в решение $t(r)$ задачи двух тел (Смутьский, 2007) подставляется зависимость $r(\varphi_o)$ согласно (2.2). Тогда время движения тела по орбите (см. рис. 2.1a) от точки перигелия P_E до точки E с углом φ_o рассчитывается по формуле

$$t_{jp} = t_{jp}' \text{ при } \varphi_o \leq \pi \text{ и } t_{jp} = 2 \cdot t_a - t_{jp}' \text{ при } \pi < \varphi_o \leq 2 \cdot \pi, \quad (2.4)$$

где

$$t'_{jp} = \frac{R_p}{v_p} \cdot \left\{ \frac{(\alpha_1 + 1)|\sin \varphi_o|}{(2\alpha_1 + 1)[(\alpha_1 + 1)\cos \varphi_o - \alpha_1]} + \frac{\alpha_1 [\arcsin \frac{\alpha_1 + 1 - \alpha_1 \cos \varphi_o}{(\alpha_1 + 1)\cos \varphi_o - \alpha_1} - \pi / 2]}{(-2\alpha_1 - 1)^{3/2}} \right\}.$$

Здесь время движения от перигелия до афелия, как следует из (2.4), при $\varphi_o = \pi$ равно

$$t_a = \frac{R_p}{v_p} \cdot \frac{-\pi \alpha_1}{(-2\alpha_1 - 1)^{3/2}}. \quad (2.5)$$

При подстановке v_p из (2.3) в (2.5) получаем $t_a = 0.5 \cdot P_{sd}$. В решениях полной орбитальной задачи и в наблюдениях время движения от перигелия до афелия t_a колеблется в небольших пределах вблизи значения $0.5 \cdot P_{sd}$. В такой постановке мы этими колебаниями пренебрегаем. Отметим пренебрежение колебаниями P_{sd} и t_a как первое упрощение. Это упрощение, как и последующие упрощения, также применяются в теории инсоляции наших предшественников.

2.3. Геометрические характеристики инсоляции

Освещение Солнцем S точки M земной поверхности уже упоминалось в главе 1 (см. рис. 1.1). Рассмотрим его более детально. Плоскость горизонта в т. M на небесной сфере I нанесена горизонтальным кругом HH' . Перпендикуляр к плоскости HH' пересекает плоскость небесной сферы I в точке зенита Z . Солнце S совершает вокруг Земли годовое движение по орбите, которая проектируется на небесную сферу в виде круга эклиптики EE' . Движение происходит против стрелки часов с началом отсчета долготы λ Солнца в точке весеннего равноденствия γ . В этой точке Солнце находится в плоскости экватора AA' , когда из южного полушария переходит в северное.

Суточное движение Солнца происходит следующим образом. Земля совместно с наблюдателем M , кругом горизонта HH' и меридианом $NZE'A'H'$ вращается вокруг оси вращения NM , которую называют осью мира. Вращение происходит против часовой стрелки. Поэтому Солнце относительно Земли и, в частности, относительно круга горизонта HH' по часовой стрелке перемещается по кругу $SrMdSs$ параллельно экватору AA' . В точке Sr оно восходит над горизонтом HH' , в точке Md находится в полдень, а в точке Ss заходит за горизонт. Часовой угол Солнца ω будем отсчитывать от точки полудня Md . Дуги от восхода до полудня $SrMd$ и от полудня до заката $MdSs$ имеют одинаковую длину, которую обозначим как ω_0 . Поэтому часовой угол дня изменяется в пределах $-\omega_0 \leq \omega \leq \omega_0$. Длительность дня равна $\omega_d = 2\omega_0$, а ночи $\omega_n = 24 - \omega_d$. Здесь мы использовали часовой угол ω в часах. Кроме того, далее он будет применяться в угловых единицах.

В представленном на рис. 1.1 положении наблюдателя M и Солнца S длительность дня ω_d больше длительности ночи ω_n . При нахождении Солнца S в точке E' длительность дня будет наибольшей. Это точка летнего солнцестояния. При нахождении Солнца S в точке E наибольшей будет длительность ночи. Это точка зимнего солнцестояния. А при нахождении Солнца S в точках γ или γ' его суточное перемещение будет происходить по кругу экватора AA' . Этот круг пересекает круг горизонта HH' по его диаметру, поэтому время нахождения Солнца над горизонтом и под ним одинаково, т.е. длительность дня равна длительности ночи.

Если наблюдатель в точке M на рис. 1.1 будет находиться на большей широте, т.е. дуга HN будет больше, то окружность SMd не пересечет круг горизонта HH' . В этом случае для наблюдателя M наступит полярный день. При нахождении Солнца S' в южном полушарии вблизи т. E круг его суточного движения также не пересечет линию горизонта HH' . В этом примере широты для наблюдателя в точке M наступит полярная ночь.

Плоскости экватора AA' и эклиптики EE' изменяются в пространстве, вследствие чего точка весеннего равноденствия γ по часовой стрелке перемещается в год на $50''.25641$. Как уже

отмечалось, годовое движение Солнца проходит по кругу эклиптики EE' против часовой стрелки, что отражается изменением долготы λ , начиная от точки весеннего равноденствия γ . Поэтому время прохождения Солнцем двух последовательных точек весеннего равноденствия, т.е. тропический год $P_{tr} = 365.24219879$ дней, меньше сидерического года P_{sd} . Для того, чтобы сезоны года не смещались по датам, наш календарь основан на тропическом годе. Поэтому инсоляцию Земли по сезонам года и по полугодиям определяют на основании длительности тропического года.

2.4. Поток солнечного тепла

В пренебрежении поглощением солнечных лучей в межпланетном пространстве можем принять, что в единицу времени через сферические гелиоцентрические поверхности радиусами r и a протекает одинаковое количество тепла

$$4\pi r^2 dW_n(r)/dt = 4\pi a^2 dW_n(a)/dt, \quad (2.6)$$

где $dW_n(r)/dt$ – поток лучистой энергии через единицу поверхности на расстоянии r от Солнца в единицу времени; a – средний радиус земной орбиты, т.е. ее большая полуось $a = 0.5 (R_p + R_a)$, где R_a – радиус афелия.

Поток тепла на расстоянии от Солнца, равном a , называется солнечной постоянной J_0

$$J_0 = dW_n(a)/dt. \quad (2.7)$$

М. Миланкович использовал следующее ее значение $J_0 = 2$ кал/(см²·мин). Это значение в других единицах запишется так: $J_0 = 83.736$ кДж/(м²·мин) = 1395.6 Вт/м².

В настоящее время значение солнечной постоянной известно с большей точностью. Радиация Солнца исследуется с 1907 г. в Физико-метеорологической обсерватории Давоса в Швейцарии (Fröhlich and Finstlerle, 2005)], которая с 1971 г. функционирует под эгидой Всемирной метеорологической организации. В 1996 г. на основе анализа данных различных радиометров было принято в виде мирового радиационного эталона (World Radiometric Reference – WRR) значение $J = 1366.784$ Вт/м². С 1978 г. измерение радиации Солнца проводится вне атмосферы – на спутниках. Как в наземных измерениях, так и в спутниковых поток солнечного тепла в каждой серии колеблется в пределах десятых долей процента. А во всех

сериях солнечная радиация ступенчато изменяется в диапазоне от 1358 Вт/м² до 1375 Вт/м² (Willson and Mordvinov, 2003). В качестве космического абсолютного радиометрического эталона (SARR) принято значение солнечной радиации $J = 1366.22$ Вт/м² (Crommelynck et al, 1995). С целью сохранения преемственности с расчетами предшествующих авторов ниже во всех расчетах мы используем значение, принятое М. Миланковичем $J_0 = 83.736$ кДж/(м²·мин).

Из выражения (2.6) при обозначении (2.7) поток солнечной радиации запишется $dW_n(r)/dt = J_0 \cdot a^2/r^2$. Тогда поток солнечного тепла на расстоянии r от Солнца на площадку земной поверхности, перпендикулярную лучам Солнца, будет:

$$\frac{dW_n}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2}, \quad (2.8)$$

где $\rho = r/a$ – относительное расстояние до Солнца.

Линия зенита MZ (см. рис. 1.1) перпендикулярна рассматриваемой площадке. Если угол между Солнцем и зенитом равен z , то поток тепла в т. M будет

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW_n}{dt} \cdot \cos z. \quad (2.9)$$

Зенитный угол z Солнца зависит от угловых координат т. M и Солнца S . В сферическом треугольнике NZS известен угол $\angle N = \omega$ и две прилежающие стороны $NZ = \pi/2 - \varphi$ и $NS = \pi/2 - \delta$. Сторона ZS является дугой, которая измеряется центральным углом z (см. рис. 1.1), т.е. $z = ZS$. Этот угол и дуга определяется по теореме косинусов (стр. 30 (Справочное руководство, 1976))

$$\cos z = \cos(ZS) = \cos(\pi/2 - \delta) \cdot \cos(\pi/2 - \varphi) + \sin(\pi/2 - \delta) \cdot \sin(\pi/2 - \varphi) \cdot \cos \omega. \quad (2.10)$$

После подстановки (2.8) и (2.10) в (2.9) получаем закон облучения т. M в зависимости от ее широты φ и углов δ и ω положения Солнца

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} \cdot (\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \omega). \quad (2.11)$$

В дальнейшем принимаем, что точки M земной поверхности на всех широтах φ имеют одинаковое относительное расстояние ρ до Солнца. В действительности это расстояние меняется в пределах величины радиуса Земли R_E . При этом закладывается относительная

погрешность в расчет инсоляции порядка $R_E/a = 4.3 \cdot 10^{-5}$. Отметим это как упрощение 2. Третье упрощение связано с формой Земли. Зенитный угол Солнца z определяется по отношению к линии зенита ZM (см. рис. 1.1), которая проведена перпендикулярно поверхности Земли и проходит через ее центр. Для эллипсоидальной поверхности Земли это верно для точек M на полюсах и на экваторе. А на промежуточных широтах зенитный угол для эллипсоида будет немного отличаться от выражения (2.10). Четвертое упрощение связано с тем, что солнечная постоянная J_0 принимается неизменной. Как уже отмечалось, имеются небольшие ее колебания во времени. Возможно, в дальнейшем, будет выявлен закон их изменения, который можно будет заложить в расчет инсоляции. На данном этапе изменение инсоляции, вызванное этими четырьмя обстоятельствами, не учитываются.

2.5. Суточная инсоляция

Зенитный угол Солнца z согласно (2.10), а, следовательно, и поток облучения (2.11) в зависимости от широты φ точки M и углов δ и ω положения Солнца может принимать значения больше нуля, равные нулю и отрицательные. Положительные значения инсоляции dW/dt соответствуют дневному времени, нулевые – времени восхода и захода Солнца, а отрицательные – ночному времени.

Как отмечалось ранее, отсчет зенитного угла Солнца z на рис. 1.1 начинается с полудня. Поэтому наибольшее его отрицательное значение (-90°) будет соответствовать восходу, а наибольшее положительное значение ($+90^\circ$) – заходу. Из условия $\cos z = 0$ в формуле (2.10) или условия $dW/dt = 0$ в выражении (2.11) получаем зависимость часовых углов восхода и заката от широты φ точки M и склонения Солнца δ

$$\omega_0 = \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta). \quad (2.12)$$

Итак, дуги $SrMd$ и $MdSs$ на рис. 1.1 равны ω_0 , а дневное время определяется часовыми углами Солнца $-\omega_0 \leq \omega \leq \omega_0$. Поэтому удельное количество тепла, поступающее за световой день, т.е. за сутки на поверхность Земли в т. M , можно определить интегрированием (2.11) за дневное время. После перехода от времени t к часовому углу ω суточную инсоляцию получаем в виде:

$$W = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \frac{dW}{dt} \frac{dt}{d\omega} \cdot d\omega. \quad (2.13)$$

Здесь W – количество солнечной радиации, поступающей за сутки на 1 м^2 земной поверхности в т. M .

Так как отсчет времени осуществляется по среднему движению Солнца, то времени суток в минутах $\tau = 24 \cdot 60 = 1440$ мин. соответствует полный оборот $\omega = 2\pi$ Солнца вокруг Земли, т.е. в среднем $dt/d\omega = \tau/2\pi$. После подстановки $dt/d\omega$ и потока солнечной радиации согласно (2.11) в (2.13) получаем удельную суточную инсоляцию в следующем виде

$$W = \frac{J_0 \cdot \tau}{2\pi\rho^2} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} (\sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos\omega) d\omega. \quad (2.14)$$

При записи формулы (2.14) мы пренебрегли изменением расстояния ρ точки M до Солнца за время одного оборота Земли вокруг своей оси. За это время также изменяется склонение δ Солнца (см. рис. 1.1) за счет его движения по эклиптике EE' . Пренебрежем также этим изменением. Отметим это как пятое упрощение. Его влияние значительно уменьшается, если значения ρ и δ относить к середине дня. При этих условиях в подынтегральном выражении (2.14) только $\cos\omega$ зависит от часового угла ω . В результате интегрирования (2.14) получаем удельную суточную инсоляцию в виде:

$$W = \frac{J_0 \cdot \tau}{\pi \cdot \rho^2} \cdot (\omega_0 \cdot \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \sin\omega_0), \quad (2.15)$$

где часовой угол границы дня ω_0 определяется выражением (2.12).

Склонение Солнца δ можно выразить из прямоугольного сферического треугольника $\gamma\delta B$ (см. рис. 1.1), в котором угол B прямой, $\angle\gamma = \varepsilon$, а сторона $\gamma\delta$ определяет долготу Солнца λ , т.е. $\lambda = \gamma\delta$. По теореме синусов: $\sin\delta \sin\varepsilon = \sin\lambda / \sin\pi/2$ находим угол склонения Солнца

$$\delta = \arcsin(\sin\varepsilon \cdot \sin\lambda). \quad (2.16)$$

В выражение (2.15) для суточной инсоляции входит относительное расстояние ρ центра Земли до Солнца. Согласно (2.2)

расстояние $r = \rho \cdot a$ до Солнца определяется углом φ_o , который отсчитывается от перигея.

Угол перигелия Земли $\varphi_{p\gamma}$ отсчитывается от восходящего узла ее орбиты γ . Так как перигей Солнца P_S (см. рис. 2.16) расположен диаметрально противоположно перигелию Земли P'_E , то угол перигея Солнца будет

$$\nu = \varphi_{p\gamma} + \pi. \quad (2.17)$$

Так как углы λ и ν (см. рис. 2.16) отсчитываются от одной и той же точки, восходящего узла γ , то угловое расстояние Солнца от его перигея будет определяться углом

$$\varphi_o = \lambda - \nu = \lambda - \varphi_{p\gamma} - \pi. \quad (2.18)$$

При вычислении полярного угла φ_o необходимо учитывать ряд моментов, связанных с цикличностью изменения углов от 0 до 2π . Угол перигелия $\varphi_{p\gamma}$ от подвижного узла γ в наших решениях орбитальной и вращательной задач представлен в виде нарастающего по величине ряда чисел. Поэтому угол ν перигея Солнца необходимо превратить в ряд чисел с циклическим изменением углов от 0 до 2π . После выражения долготы λ в (2.18) через угол φ_o , последний также необходимо привести к диапазону углов от 0 до 2π . Эти операции необходимо выполнять при исследовании эволюции инсоляции за большие интервалы времени.

Итак, в расстояние r входит согласно (2.2) и (2.18) долгота λ . Поэтому суточная инсоляция W по выражению (2.15) зависит от долготы λ Солнца и широты φ т. М на поверхности Земли. Долгота λ является короткопериодическим параметром, цикл изменения которого 1 год. А из долгопериодических параметров, которые входят в суточную инсоляцию W согласно (2.15), являются эксцентриситет e или параметр траектории α_1 , угол наклона ε и угол перигелия $\varphi_{p\gamma}$.

2.6. Изменение долготы Солнца по дням года

Солнце неравномерно движется по орбите, например, в перигее быстрее, а в апогее – медленнее. Поэтому для расчета инсоляции по дням года необходимо определить долготы Солнца, соответствующие этим дням, т.е. необходимо определить зависимость долготы от времени. Время движения t_{fp} от перигея до точки на орбите с углом φ_o определяется выражением (2.4). Согласно (2.18) в угол φ_o входит

долгота Солнца λ . Тогда используя зависимость (2.4) для времени движения t_{fp} по орбите, можно определить ряд долгот, соответствующим дням года. Эта задача решается методом последовательных приближений. Вначале задается равномерный ряд долгот

$$\lambda_{0i} = \lambda_{0i-1} + \Delta\lambda_0, i = 1, 2 \dots 365, \quad (2.19)$$

где $\lambda_{00} = 0$; $\Delta\lambda_0 = 2\pi/365$.

По формуле (2.18) определяется соответствующий ряд углов $\varphi_{0,i}$ положения Солнца от перигея. Затем по формуле (2.4) определяется ряд моментов времени $t_{fp,1,i}$, которые соответствуют долготам (2.19).

Полученные дискретные величины $t_{fp,1,i}/ed$, где $ed = 24 \cdot 3600$ – количество секунд в сутках, отличаются от целых чисел дней в году $Td_i = 1, 2, \dots 365$. Поэтому рассчитывается уточненный ряд долгот

$$\lambda_{1i0+1} = \lambda_{1i0} + \frac{\lambda_{0i0+1} - \lambda_{0i0}}{t_{fp,1,i0+1} - t_{fp,1,i0}} \cdot ed; i0 = 0, 1, 2 \dots 365, \quad (2.20)$$

где $\lambda_{10} = 0$.

По новым значениям λ_{1i} рассчитываются углы $\varphi_{0,1,i}$ согласно (2.18), а затем по формуле (2.4) – уточненные моменты времени $t_{fp,2,i}$. Промежутки времени $t_{fp,2,i+1} - t_{fp,2,i}$ между соседними долготами должны быть равны продолжительности суток ed . Поэтому рассчитывается относительная величина погрешности времени между соседними долготами λ_{1i} в виде

$$\delta_{fp,1,i} = [(t_{fp,2,i+1} - t_{fp,2,i}) - ed] / ed, \quad (2.21)$$

а также средняя величина погрешности

$$\delta_{fp,1,m} = \sum_{i=1}^{365} \delta_{fp,1,i} / 365. \quad (2.22)$$

Величина $\delta_{fp,1,m}$ представляет среднюю относительную погрешность по времени, которую дает уточненный ряд долгот.

Аналогичным образом, начиная с вычисления уточненного ряда долгот по формуле (2.20), могут быть повторены эти операции для получения новых уточнений λ_{2i} , λ_{3i} , λ_{4i} и т. д. Вычисления показывают, что после первого уточнения величина погрешности $\delta_{fp,1,m} = 7.09 \cdot 10^{-4}$, после второго $\delta_{fp,2,m} = 3.43 \cdot 10^{-5}$ и после третьего $\delta_{fp,3,m} = 7.15 \cdot 10^{-7}$. Величина относительной погрешности порядка 10^{-5}

$\div 10^{-7}$ вполне достаточна для дальнейших вычислений инсоляции. При необходимости ее уменьшения можно выполнить еще несколько уточнений по вышеизложенному алгоритму.

Далее рассчитывается погрешность определения долготы λ_{365} в последний, 365-й день года. Так как полный оборот Солнца вокруг Земли на угол $2 \cdot \pi$ происходит за сидерический год P_{sd} , то избыток дня сверх 365 дней $\Delta d_{sd} = P_{sd} - 365$. По рассчитанной долготе 365-го дня λ_{365} избыток дня будет

$$\Delta d_{sdc} = \frac{(2\pi - \lambda_{365}) \cdot 1d}{\lambda_{365} - \lambda_{364}}, \quad (2.23)$$

где $1d$ – 1 день, а Δd_{sdc} вычисляется в днях.

Разница между рассчитанным избытком дня и фактическим Δd_{sd} представляет накопленную погрешность долготы λ_{365} в днях, т.е. $\Delta \lambda_{365} = \Delta d_{sdc} - \Delta d_{sd}$. А относительная погрешность долготы будет $\delta \lambda_{365} = \Delta \lambda_{365} / \lambda_{365}$. Получены следующие значения этих величин после каждого из трех уточнений: $\Delta \lambda_{365} = -0.2$ дня; -161 сек; -11 сек; $\delta \lambda_{365} = -0.8$; -0.0073 ; $-4.97 \cdot 10^{-4}$. Как видно из этих данных, каждое уточнение уменьшает накопленную погрешность более чем на порядок.

2.7. Изменение суточной инсоляции по дням года

Перепишем выражение (2.15) для суточной инсоляции, выразив в нем склонение δ через долготу λ с помощью выражения (2.16). Далее под λ подразумеваем уточненную согласно алгоритму (2.20) - (2.22) долготу Солнца. Тогда согласно (2.15) суточная инсоляция будет

$$W = \frac{J_0 \cdot \tau}{\pi \cdot \rho^2} \cdot (\omega_0 \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi + \cos \varphi \cdot \sin \omega_0 \cdot \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda))), \quad (2.24)$$

где часовой угол восходов и закатов согласно (2.12) запишется так:

$$\omega_0 = \arccos\{-\text{tg}[\arcsin(\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda)] \cdot \text{tg } \varphi\}. \quad (2.25)$$

Относительное расстояние до Солнца в выражении (2.24) $\rho = r/a$, где r определяется выражением (2.2). Так как согласно задаче двух тел (Смутьский, 1999, Смутьский, 2007) $R_p/a = (2\alpha_1 + 1)/\alpha_1$, то с учетом выражения (2.18) для полярного угла φ_0 относительное расстояние запишется в виде

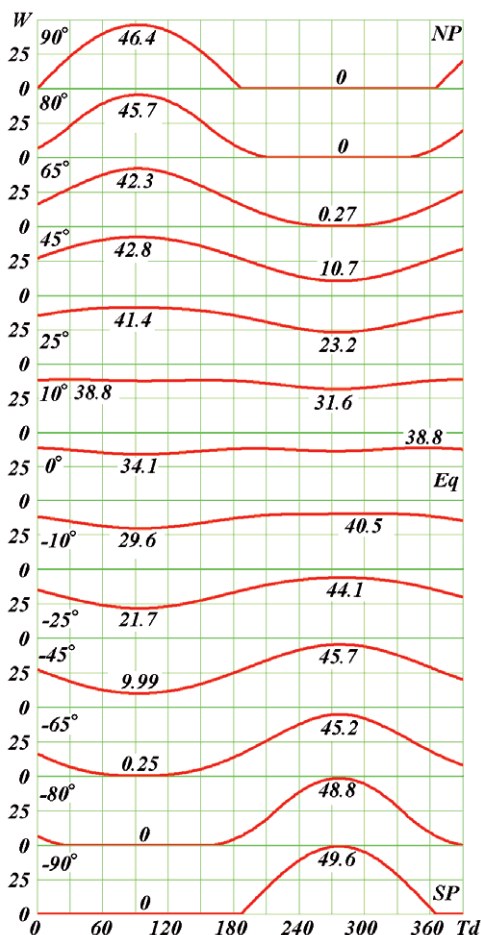
$$\rho = \frac{(2\alpha_1 + 1)/\alpha_1}{(\alpha_1 + 1)\cos(\lambda - \varphi_{py} - \pi) - \alpha_1}, \quad (2.26)$$

где, как уже упоминалось ранее, параметр траектории α_1 однозначно связан с эксцентриситетом: $\alpha_1 = -1/(1 + e)$.

Итак, выражениями (2.24) - (2.26) полностью определяется удельная суточная инсоляция Земли на любой ее широте φ и в любой день года, соответствующих долготе λ . В ряде уточненных по дням долгот λ_i , где $i = 1...365$, долготы начинают отсчет с момента весеннего равноденствия, т.е. с 22 марта и заканчивают 21 марта следующего года.

Рис. 2.2. Изменение суточной инсоляции W в МДж/м² по дням года на разных широтах φ от + 90° до - 90°. Время Td в днях отсчитывается от момента весеннего равноденствия 22 марта (эпоха 1950 г.). На графиках числами приведены широты в градусах, максимальная W_{max} и минимальная W_{min} суточные инсоляции на данной широте в МДж/м²: *NP* – северный полюс; *Eq* – экватор; *SP* – южный полюс.

Отметим, что здесь имеется некоторое отличие рассчитанных долгот от тех, которые соответствуют календарным дням. Это обусловлено тем, что момент равноденствия не совпадает с началом дня, календарный год не



совпадает с тропическим годом P_{tr} и в високосный год скачком изменяется на один день. Поэтому далее будет рассмотрен расчет точных дат.

Согласно (2.24) долгота λ определяет изменение суточной инсоляции W в течение года, а входящие в выражения (2.24) - (2.26) параметры $\varepsilon, f_p, \alpha_1$ или e позволяют рассчитать суточную инсоляцию в любую эпоху и исследовать ее изменение. На рис. 2.2 представлено изменение суточной инсоляции во времени Td в днях на разных широтах от $\varphi = 90^\circ$ на северном полюсе до $\varphi = -90^\circ$ на южном полюсе. Счет в днях происходит от момента весеннего равноденствия 22 марта. В средних широтах северного полушария суточная инсоляция W в летнее время достигает максимального значения W_{max} и в зимнее время – минимального значения W_{min} . Их значения для каждой широты приведены на графиках. В высоких широтах минимальная инсоляция $W_{min} = 0$, т.е. наступает полярная ночь. На экваторе ($\varphi = 0^\circ$) имеется два минимума и два максимума. Максимумы соответствуют моментам прохождения Солнца через экватор, т.е. в период равноденствий, а минимумы – в период солнцестояний.

Наибольшая суточная инсоляция, как видно из графиков, имеет место на полюсах во время полярного дня, например, на Северном полюсе $W_{max} = 46.4 \text{ МДж/м}^2$, а на южном $W_{max} = 49.6 \text{ МДж/м}^2$. На экваторе максимальная суточная инсоляция значительно меньше и равна $W_{max} = 38.8 \text{ МДж/м}^2$. В то же время минимальная инсоляция $W_{min} = 34.1 \text{ МДж/м}^2$ немного отличается от максимальной. Однако, минимальная инсоляция на экваторе, как видно из рис. 2.2, является наибольшей из минимальных на всех широтах.

Из сравнения W_{max} и W_{min} видно, что летние инсоляции в южном полушарии больше, а зимние меньше, чем соответствующие инсоляции в северном полушарии. Это обусловлено тем, что в северном полушарии перигелий приходится на зимнее время.

2.8. Инсоляция за год

Как уже отмечалось, тропический год длится больше чем 365 дней. Определяется избыток дня в тропическом году $\Delta d_{tr} = P_{tr} - 365$. Тогда полная инсоляция Q_T за год может быть рассчитана суммированием суточных инсоляций так:

$$Q_T = \sum_{i=1}^{365} W_i + W_{365} \cdot \Delta d_{tr}, \quad (2.27)$$

где W_i – рассчитанная согласно (2.24) суточная инсоляция в зависимости от долготы Солнца λ_i , а W_{365} – суточная инсоляция последнего дня.

Основное отличие нашего расчета инсоляции от метода М. Миланковича заключается в расчете инсоляции за промежутки времени, которые включают ряд дней, например, за сезоны, полугодия и за год. М. Миланкович находит аналитические выражения для инсоляции за необходимые интервалы времени. С этой целью ему приходится выполнять ряд математических преобразований и приближений. Суть их заключается в том, чтобы найти аналитическую зависимость времени от долготы, а затем поток радиации dW/dt , представленный выражением (2.11), проинтегрировать по необходимому промежутку времени.

В отличие от М. Миланковича мы находим интегрированием потока dW/dt только суточную инсоляцию. Затем для каждого дня на основе решения (2.4) задачи двух тел мы определяем долготу. Так как отсчет долготы и дней начинается с точки весеннего равноденствия, то любой период времени можно задать по количеству дней. При этом для каждого конца дня суточная инсоляция определяется выражением (2.24). Поэтому инсоляция за любой отрезок времени определяется суммированием суточных инсоляций. Именно так и была определена в выражении (2.27) годовая инсоляция.

При определении астрономических сезонов и полугодий для северного полушария так, как определял их Миланкович (1939), номера дней и их количество рассчитываются в соответствии с рис. 1.1 по долготы λ : весна – $\lambda = 0^\circ \div 90^\circ$; лето – $\lambda = 90^\circ \div 180^\circ$; осень – $\lambda = 180^\circ \div 270^\circ$; зима – $\lambda = 270^\circ \div 360^\circ$; летнее полугодие – $\lambda = 0^\circ \div 180^\circ$; зимнее полугодие – $\lambda = 180^\circ \div 360^\circ$. Суммированием суточных инсоляций (2.24) по рассчитанным номерам дней и их количествам определяются инсоляции за сезоны и полугодия. Следует отметить, что вышеупомянутые астрономические периоды определяются значением долготы λ , поэтому количества дней будут не целые числа, т.е. будут включать в себя части дня.

Этот путь оказался возможным, потому что мы воспользовались решениями для времени задачи двух тел (см. п. 5.2 (Смутьский, 1999)) М. Миланкович связь долготы λ Солнца со временем t устанавливает на основании дифференциального уравнения (см. (2.34) (Миланкович, 1939)):

$$\frac{1}{2} \rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\pi}{P_{sd}} \sqrt{1 - e^2}. \quad (2.28)$$

Уравнение (2.28) М. Миланкович интегрирует приближенными аналитическими методами. Как уже отмечалось, в работе (Смутьский, 1999) приведены точные аналитические решения задачи двух тел для четырех возможных случаев движения: по эллипсу, параболе, гиперболе и для случая прямолинейного движения. Формулой (2.4) представлена зависимость времени от полярного угла φ , или долготы λ для эллиптического движения. Таким образом, формулами (2.4) и (2.28) выражена основная математическая разница нашего метода от метода М. Миланковича.

Следует отметить также алгоритмическую разницу. М. Миланкович основывался на технологии ручных вычислений. Поэтому ему необходимо было получить аналитические зависимости. Мы основываемся на компьютерных вычислениях. Поэтому инсоляцию за интервалы времени мы рассчитываем с помощью суммирования или выборки из массива суточных инсоляций.

2.9. Инсоляция за калорическое полугодие

В астрономической теории палеоклимата важную роль играет инсоляция за летнее и зимнее полугодия. Однако в связи с движением перигелия Земли относительно восходящего узла длина астрономических летнего и зимнего полугодий изменяется. Поэтому были введены калорические полугодия одинаковой длины. Согласно М. Миланковичу (1939), летнее калорическое полугодие определяется так, чтобы инсоляция W любого его дня была больше инсоляции любого дня зимнего полугодия.

Как уже отмечалось, год P_{tr} определяется количеством дней между двумя прохождением Солнца точки весеннего равноденствия γ . Величина P_{tr} почти на четверть дня превышает число 365. Для нахождения калорических полугодий рассматривается инсоляция за

два равных промежутка по 182 дня (см. рис. 2.3). Их сумма меньше P_{lr} , но это отличие неважно для нахождения полугодий.

Мы разработали два способа расчета калорических полугодий. При первом способе определяется наибольшая суточная инсоляция W_{max} в году (см. рис. 2.3) и соответствующий номер дня K_{max} . Задается начальный номер для летней инсоляции

$$K_{stp} = K_{max} - 91 - \Delta K_{stp}, \quad (2.29)$$

где $\Delta K_{stp} = 2$ при широте $|\phi| \geq 45^\circ$; $\Delta K_{stp} = 5$ при $25^\circ < |\phi| < 45^\circ$; $\Delta K_{stp} = 70$ при $|\phi| \leq 25^\circ$.

Величина смещения ΔK_{stp} начального номера дня была установлена в результате расчетов летней инсоляции на разных широтах.

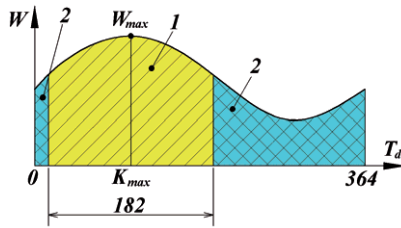


Рис. 2.3. К определению калорических полугодий: 1 – летнее калорическое полугодие; 2 – зимнее калорическое полугодие; W – суточная инсоляция, T_d – время в днях.

Чтобы упростить вычисление летней инсоляции, создается массив инсоляций V_{i2} , $i2 = 1, 2, \dots, 730$, который включает два массива W_i инсоляций за год:

$$V_i = W_i; V_{i+365} = W_i. \quad (2.30)$$

Расширенный массив суточных инсоляций V_{i2} необходим, чтобы выбранный интервал для полугодия (см. рис. 2.3) не разрывался на части.

Рассматривается несколько вариантов летних полугодий с начальными индексами, изменяющимися в диапазоне $j_S = K_{stp} \dots K_{stp} + 2\Delta K_{stp}$. Рассчитываются суммы инсоляций за эти полугодия с длительностью 182 дня:

$$V_{jS} = \sum_{jS+j/3}^{jS+182} V_{jS+j/3}, \quad (2.31)$$

где $j_3 = 0, 1 \dots 181$; здесь $j_s = j_s$ и $j_3 = j_3$, т.е. по-разному записанные индексы – идентичны.

Максимальная величина ряда величин VS_{js} с индексом j_{p0} принимается как основное слагаемое инсоляции за летнее калорическое полугодие. А полная инсоляция определяется выражением:

$$Q_s = \max(VS_{js}) + 0.5 \cdot (1 + \Delta d_{tr}) \cdot V_{jp0+182}. \quad (2.32)$$

В формуле (2.32) дополнительное слагаемое $0.5 \cdot (1 + \Delta d_{tr}) \cdot V_{jp0+182}$ обусловлено прибавлением инсоляции за половину разности тропического года и рассматриваемого периода $2 \cdot 182 = 364$ дня.

Итак, при этом способе летнее калорическое полугодие определяется максимальной инсоляцией за 182 дня.

При втором способе расчета летнего калорического полугодия рассматривается j_s вариантов летних полугодий и выбираются начальный и конечный день летнего полугодия так, чтобы инсоляция их была больше, чем инсоляция ближайших дней зимнего полугодия. Эти два способа равноценны, так как выбранные полугодия совпадают.

При известной инсоляции летнего полугодия рассчитывается инсоляция за зимнее калорическое полугодие

$$Q_w = Q_T - Q_s. \quad (2.33)$$

В главе 1 на рис. 1.4 приведены изменения по широте φ° летней Q_s , зимней Q_w и уменьшенной в 2 раза годовой Q_T инсоляции в современную эпоху. Инсоляция за год Q_T от экватора монотонно убывает к полюсам. При этом на полюсах она в 2.4 раза меньше, чем на экваторе. Зимняя инсоляция Q_w вблизи экватора имеет максимальное значение, а на полюсах стремится к нулю. Летняя инсоляция Q_s имеет максимальные значения вблизи тропиков ($\varphi = \pm \varepsilon^\circ = \pm 23.4^\circ$) и наименьшие значения на полюсах. При этом в современную эпоху летняя инсоляция Q_s на Северном полюсе, как видно из графика на рис. 1.4, меньше, чем на Южном. Также летняя инсоляция на северном тропике в 1.04 раза меньше, чем на южном.

2.10. Инсоляция в эквивалентных широтах

Состояние климата в данном географическом месте, кроме инсоляции, зависит от других факторов. Чтобы иметь возможность по величине инсоляции определять изменения климата в разные эпохи, М. Миланкович (1939) предложил выражать инсоляцию Земли в

эквивалентных широтах. Если в эпоху T летняя инсоляция Q_s на широте φ была такая, как в современную эпоху T_0 летом на широте φ_0 , то инсоляция в эквивалентных широтах будет $I = \varphi_0$. По величине такой инсоляции I в пункте с географической широтой φ можно сказать, насколько произошло потепление или похолодание климата.

Представленная на рис. 1.4 летняя инсоляция Q_s в эпоху 1950 г. была принята за стандартную. Обозначим ее значения на разных широтах как $Q_{s,n,i3}$ и $\varphi_{n,i3}$, где n – значок стандартной широты, $i3$ – индекс конкретного значения широты. Итак, имеется функциональная зависимость для стандартной летней инсоляции $Q_{s,n,i3}(\varphi_{n,i3})$. Для определения стандартной широты, на которой инсоляция Q_s в эпоху T будет равна $Q_{s,n}$ в эпоху T_0 , необходимо использовать обратную зависимость $\varphi_{n,i3}(Q_{s,n,i3})$. Однако, т.к. инсоляция $Q_{s,n}$, как видно из графика на рис. 1.4, имеет несколько максимумов, то зависимость $\varphi_{n,i3}(Q_{s,n,i3})$ неоднозначна. Поэтому необходимо ее разбить на монотонные участки. Например, для северного полушария рассматривается участок от минимального значения $Q_{s,n,min}$ при $\varphi = 87.5^\circ$ и с индексом $imin$ до максимального значения $Q_{s,n,max}$ при $\varphi = \varepsilon^\circ$ и с индексом $imax$.

Так как зависимость $\varphi_{n,i3}(Q_{s,n,i3})$ для стандартной инсоляции дискретна, то инсоляция в эквивалентных широтах при любом значении удельной инсоляции Q_s находится с помощью параболической интерполяции

$$I = A_{iQ-1} \cdot Q_s^2 + B_{iQ-1} \cdot Q_s + C_{iQ-1}; \quad (2.34)$$

где iQ – индекс начала параболического участка аппроксимации.

Входящие в формулу (2.34) коэффициенты A_{i3} , B_{i3} и C_{i3} для любого индекса $i3$ рассчитываются так:

$$A_{i3} = \frac{\frac{\varphi_{n,i3+2} - \varphi_{n,i3+1}}{Q_{s,n,i3+2} - Q_{s,n,i3+1}} - \frac{\varphi_{n,i3+1} - \varphi_{n,i3}}{Q_{s,n,i3+1} - Q_{s,n,i3}}}{Q_{s,n,i3+2} - Q_{s,n,i3}}; \quad (2.35)$$

$$B_{i3} = \frac{\varphi_{n,i3+2} - \varphi_{n,i3+1}}{Q_{s,n,i3+2} - Q_{s,n,i3+1}} - A_{i3} \cdot (Q_{s,n,i3+2} + Q_{s,n,i3+1}); \quad (2.36)$$

$$C_{i3} = \varphi_{n,i3+1} - A_{i3} \cdot (Q_{s,n,i3+1})^2 - B_{i3} \cdot Q_{s,n,i3+1}, \quad (2.37)$$

где $i3 = i_{mx} \dots i_{min-2}$.

Индекс iQ в выражении (2.34) подбирается так, чтобы рассматриваемое в эпоху T значение инсоляции Q_s находилось между значениями $Q_{s,n,iQ-1}$ и $Q_{s,n,iQ}$.

Таблица 2.1. Распределение стандартной летней инсоляции $Q_{s,n}$ в кДж/м² по широте северного полушария (эпоха 1950 г.) и коэффициенты A , B , C интерполяционной параболы при $J_0 = 83.736$ кДж/(м²·мин).

$i3$	φ_n	$Q_{s,n}$	A	B	C
1	25	7198511	-1.586825E-08	0.22787858	-818091.62
2	27.5	7193482.5	-1.305063E-09	0.018607205	-66291.062
3	30	7176406.7	-3.5779392E-10	0.0050386608	-17702.802
4	32.5	7147447	-1.4359084E-10	0.0019853727	-6822.3648
5	35	7106727.9	-7.3370248E-11	0.00099094642	-3301.7795
6	37.5	7054735.1	-4.192297E-11	0.00054922519	-1750.6619
7	40	6991670.4	-2.6076644E-11	0.00032880899	-984.20762
8	42.5	6917939.3	-1.7191908E-11	0.00020662631	-564.15994
9	45	6834036.5	-1.1777458E-11	0.00013312729	-314.74172
10	47.5	6740568.2	-8.226025E-12	8.5613197E-5	-155.83001
11	50	6638283.5	-5.7080254E-12	5.2460194E-5	-46.711181
12	52.5	6528122.1	-3.7293019E-12	2.6856673E-5	36.105695
13	55	6411290.4	-1.9029696E-12	3.6610174E-6	109.74904
14	57.5	6289386.7	2.8443607E-13	-2.3580964E-5	194.55854
15	60	6164627.4	4.2047288E-12	-7.1427882E-5	340.53552
16	62.5	6040307.7	2.0009759E-11	-0.00026049237	905.89164
17	65	5921990.6	6.0889024E-11	-0.00074065184	2315.7568
18	67.5	5823804.4	8.5878878E-11	-0.0010299741	3153.1396
19	70	5753783.9	1.3723453E-10	-0.0016181826	4837.383
20	72.5	5699845.5	2.3455868E-10	-0.0027235597	7975.9714
21	75	5657840	4.9616553E-10	-0.0056753239	16302.244
22	77.5	5625366.5	1.1992349E-09	-0.013568618	38456.459
23	80	5601538.9	4.3162616E-09	-0.048438005	135975
24	82.5	5585207.6	4.5065099E-08	-0.50323412	1404964.3
25	85	5575751.7	4.5065099E-08	-0.50323412	1404964.3
26	87.5	5572727.9	4.5065099E-08	-0.50323412	1404964.3

Итак, по известной удельной летней инсоляции Q_s в кДж/м² в эпоху T летняя инсоляция I в эквивалентных широтах определяется по выражениям (2.34) - (2.37) в зависимости от стандартной летней инсоляции $Q_{s,n}(\varphi_n)$ в эпоху 1950 г. Ее вид представлен графиком Q_s на рис. 1.4. Для летней инсоляции в северном полушарии на монотонном участке $25^\circ \leq \varphi \leq 87.5^\circ$ в табл. 2.1 представлены распределения стандартной инсоляции по широте и коэффициенты A , B , C .

Аналогичным образом в эквивалентных широтах могут быть рассчитаны годовая и зимняя инсоляции.

Рассмотренный алгоритм расчета суточной W , годовой Q_T , летней Q_s , зимней Q_w инсоляций, а также инсоляции в эквивалентных широтах I был реализован в среде MathCad в виде программы InsI2bd.mcd (Смутьский, 2013б). Для расчета эволюции инсоляции дополнительно задаются данные об эволюции орбитального и вращательного движения Земли в виде ряда величин: T , e , φ_p и ε . Они считываются из файла с именем, например, INSO_LA2004.txt или OrAllc_8.prn (Смутьский, 2013б). Для расчета летней инсоляции I в эквивалентных широтах в файле InsCvSNJ.prn задается ряд величин: i , $Q_{s,n}$, φ_n , A , B и C из табл. 2.1. В программе используется также ряд не упомянутых здесь условий, которые обеспечивают работоспособность алгоритма при возможных сочетаниях используемых параметров.

2.11. Проверка достоверности алгоритма

М. Миланкович в табл. 14 (Миланкович, 1939) приводит распределение инсоляции по широте за калорические полугодия в эпоху 1800 г. Эти результаты приведены в канонических единицах, введенных М. Миланковичем. С помощью коэффициента $K_{Kn} = 10^{-5} \cdot P_{ir} \cdot ed \cdot J_0 / 60 = 440$ их можно пересчитать в кДж/м^2 . По вышерассмотренному алгоритму для эпохи 1800 г. были рассчитаны летние и зимние инсоляции для северного и южного полушарий. Они практически совпадают с расчетами М. Миланковича. Отличия не превышают величины 0.1%, и, как правило, обусловлены единицами последнего разряда чисел, которые приведены в табл. 14 (Миланкович, 1939).

На графиках рис. 1.4, рассчитанных для эпохи 1950 г. по новому алгоритму летней Q_s и зимней инсоляции Q_w , ромбиками нанесены результаты расчета М. Миланковича. Несмотря на то, что эти результаты относятся к разным эпохам 1950 г. и 1800 г., они практически не различаются на графиках. Относительное отличие этих результатов для разных эпох находится на уровне сотых долей процента и достигает наибольшего значения 0.6% для широты $\varphi = 80^\circ$.

Следует отметить отсутствие расчетов инсоляции М. Миланковича в экваториальной области. Оно является иллюстрацией проблем прежней методики в этой области. М. Миланковичу

необходимо было весь интервал широт разбивать на диапазоны и выводить разные выражения для инсоляции, например, в полярных и в средних широтах.

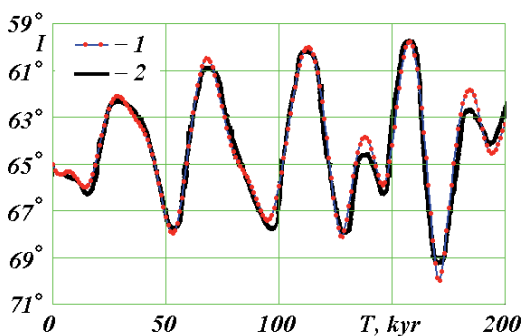


Рис. 2.4. Сравнение инсоляций в эквивалентных широтах, рассчитанных по двум методикам: новой (1) и Миланковича (2). Инсоляция 1 рассчитана по параметрам эволюции орбитального и вращательного движения Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a; Laskar, 2004), 2 – графические результаты расчетов Шараф и Будниковой (1969).

Были выполнены расчеты по проверке алгоритма расчета инсоляции в эквивалентных широтах. В работе Шараф и Будниковой (1969) инсоляция в эквивалентных широтах приведена в графическом виде. Однако в этой работе не приведены числовые данные об эволюции орбитального и вращательного движения Земли. Эти данные приведены в работе Ляскара и др. (2004). В этом случае в программе (см. (Смутьский, 2013б)) использовался файл INSO_LA2004.txt с параметрами об эволюции орбитального и вращательного движения Земли за 21 млн. лет. Эти данные доступны на сайте (Laskar, 2004). Основываясь на данных этого файла, мы рассчитали инсоляцию I в эквивалентных широтах за 200 тыс. лет в будущее. На рис. 2.4 наши расчеты сопоставлены с расчетами Шараф и Будниковой. Как видно, они практически совпадают. Небольшие отличия в экстремальных точках могут быть обусловлены двумя обстоятельствами: различием исходных данных Ляскара и др. (2004) и Шараф и Будниковой (1969), а также графическим характером результатов последних авторов.

Итак, все выполненные проверки подтвердили идентичность результатов нового алгоритма расчета инсоляции результатам алгоритма М. Миланковича.

2.12. Динамика инсоляции в современную эпоху

Как уже отмечалось вначале, расчеты инсоляции Земли в современную эпоху используются в разных областях. По изложенному алгоритму с помощью представленной в (Смольский, 2013б) программы Ins12bd.mcd инсоляцию можно рассчитать, задавшись параметрами орбиты Земли и плоскости экватора для эпохи 2000.0 г. (Simon et al, 1994)

$$e_0 = 0.01670863; \quad \varepsilon_0 = 0.4090926; \quad \varphi_{p,0} = 1.7965956; \quad JD_{p,0} = 2451548.541, \quad (2.38)$$

где $JD_{p,0}$ – определенный по нашим данным юлианский день прохождения среднего Солнца через перигелий; ему соответствует календарная дата 05.01.2000 г. и время 1:30:00 по Гринвичу.

Параметры e_0 , ε_0 и $\varphi_{p,0}$ являются осредненными элементами орбиты Земли и положениями ее оси, которыми в астрономии характеризуется движение “среднего” Солнца и “средней” оси вращения Земли. Эпохе 2000.0 г. соответствует юлианский день $JD_0 = 2451545$ и календарная дата 01.01.2000 и время 12:00:00 по Гринвичу.

По алгоритму в п. 6 программы, описанному формулой (2.15), рассчитывается распределение суточной инсоляции W по широте и дням года. Счет дней года начинается с точки весеннего равноденствия, которой соответствует номер дня $j = 0$. А номер дня j_p , соответствующий моменту прохождения Солнцем перигелия, определяется долготой перигелия λ_p . Юлианская дата каждого дня JD_d определяется, если в этом есть необходимость, количеством дней k_d , прошедших после юлианской даты перигелия JD_p ,

$$JD_d = JD_p + k_d. \quad (2.39)$$

В случае, если день предшествует дате перигелия, $k_d < 0$. Календарный день года определяется по переводным таблицам соответствия юлианских дней JD_d определенной дате (см., например, (Труды ИПА РАН, 2004)). Промежуток времени движения Солнца от перигелия до момента равноденствия определяется по формуле (2.4) при долготе $\lambda = 0$. В п. 4 программы количество времени от перигелия до дня равноденствия выражено параметром $t_{p\lambda d}$, т.е. $k_d = t_{p\lambda d} = 76.84$. Тогда

определенный согласно (2.39) юлианский день равноденствия в эпоху $JD_{j0} = 2451625.6$. Ему соответствует календарная дата 22 марта 2000 г. и время 02:24 по Гринвичу.

По рассмотренному в п. 5 программы ряду долгот λ , рассчитываются дни, которые соответствуют сезонам года, границы которых уже отмечались ранее: весна $0^\circ < \lambda < 90^\circ$, лето $90^\circ < \lambda < 180^\circ$, осень $180^\circ < \lambda < 270^\circ$ и зима $270^\circ < \lambda < 360^\circ$; а по полугодиям соответствуют астрономическому лету $0^\circ < \lambda < 180^\circ$ или астрономической зиме – $180^\circ < \lambda < 360^\circ$. Суммированием суточных инсоляций определяются инсоляции за эти периоды времени.

По п. 8 программы в (Смольский, 2013б) рассчитывается инсоляция за год и за калорические полугодия. Как уже отмечалось ранее, распределения инсоляции по широте за 1950 г. и 1800 г. отличаются преимущественно в сотых долях процента. Поэтому, когда не важны короткопериодические колебания инсоляции, то рассчитанную с неизменными параметрами e_0 , ϵ_0 , φ_{p0} и JD_{p0} инсоляцию можно использовать на интервале порядка 100 лет.

Для исследования причин короткопериодических изменений в метеорологии, медицине, биологии и др. областях, которые обусловлены инсоляцией, необходимы более точные ее расчеты. На рис. 2.5 представлена динамика инсоляции за 100 лет. Она основана на результатах решения орбитальной задачи с помощью системы Galactica (Smulsky, 2012b) и задачи о вращении Земли (Smulsky, 2011a) при одновременном воздействии на нее планет, Солнца и Луны. Динамика орбитального движения рассматривается относительно неподвижного экватора Земли, а вращательное движение Земли – относительно неподвижной орбиты Земли. Затем полученные параметры пересчитываются в относительные величины ϵ и φ_p , определяющие положение подвижной орбиты относительно подвижного экватора. Поэтому все колебания орбиты Земли и плоскости экватора включаются в колебания углов ϵ , φ_p и эксцентриситета e .

Параметры орбит планет определялись с интервалом 1 год, поэтому в эти расчеты вошли их короткопериодические изменения с периодами несколько лет. Решения для вращательного движения

содержат суточные, полумесячные, полугодовые колебания, а также колебания с периодом 18.6 лет. Чем больше период, тем больше амплитуда этих колебаний.

Таблица 2.2. Динамика параметров орбиты Земли и ее оси вращения за 100 лет от 30.12.1949 г. с $JD_{49} = 2433280.5$; T – в сидерических столетиях; JD – юлианский день эпохи; e – эксцентриситет орбиты; ε – угол наклона между подвижными орбитой и экватором, φ_{py} – угол между перигелием орбиты и ее подвижным восходящим узлом на плоскости подвижного экватора. JD_p – юлианский день прохождения Землей перигелия.

T	JD	e	ε	φ_{py}	JD_p
0	2433280.50	0.0167422014	0.409161631	1.78714172	2433284.74
0.05	2435106.78	0.0167256656	0.409187968	1.78143682	2435109.81
0.1	2436933.06	0.0167622759	0.409225726	1.78822045	2436936.97
0.15	2438759.35	0.0167386767	0.409164294	1.78862923	2438764.13
0.2	2440585.63	0.0167310511	0.40911332	1.80085158	2440591
0.25	2442411.91	0.0167123115	0.409164413	1.79743172	2442415.09
0.3	2444238.19	0.0167299004	0.409175989	1.78223551	2444242.1
0.35	2446064.47	0.0167603179	0.409100185	1.79322747	2446069.26
0.4	2447890.75	0.0166988222	0.409079414	1.79479947	2447894.37
0.45	2449717.04	0.0167305244	0.409133233	1.78764147	2449721.53
0.5	2451543.32	0.0167228374	0.409116449	1.80823455	2451548.54
0.55	2453369.60	0.0167151188	0.409040281	1.80500562	2453372.49
0.6	2455195.88	0.016694945	0.409051238	1.80324639	2455199.5
0.65	2457022.16	0.0167016826	0.409100237	1.80102983	2457026.8
0.7	2458848.45	0.0167511152	0.409051795	1.80777182	2458853.82
0.75	2460674.73	0.0166978168	0.40898764	1.79191833	2460678.93
0.8	2462501.01	0.0167186095	0.409025985	1.80865919	2462506.09
0.85	2464327.29	0.0166958742	0.409054181	1.82294606	2464332.81
0.9	2466153.57	0.0166939075	0.408987667	1.7997294	2466157.04
0.95	2467979.85	0.0167128834	0.408947346	1.80474251	2467984.06
1	2469806.14	0.0166721961	0.408999599	1.80859477	2469809.46

По полученным параметрам ε , φ_{py} и e с помощью программы `Insl2bd.mcd` была рассчитана динамика инсоляции. В табл. 2.2 эти параметры приведены с интервалом 5 лет. Кроме того в табл. 2.2 приведены юлианские дни эпохи JD и моментов прохождения Землей перигелия JD_p . В программе `Insl2bd.mcd` все эти параметры считываются из файла `OrAl1c_8.prn`. Следует отметить, что файлы данных `OrAl1c_8.prn` и `InsCvSNJ.prn`, а также файл программы `Insl2bd.mcd` доступны по адресу (Смольский, 2013б).

На графике годовой инсоляции Q_T для широты 80° северного полушария (см. рис. 2.5) хорошо видны колебания с периодом 18.6 лет. Они обусловлены воздействием прецессионного движения Луны на вращательное движение Земли: ось Земли колеблется с этим периодом. Амплитуда колебания инсоляции в этом случае составляет 532 кДж/м^2 . В годовой инсоляции Q_T имеются еще полугодовые колебания с амплитудой 31 кДж/м^2 , которых на графике из-за их малой величины не видно.

В инсоляции Q_s за летнее калорическое полугодие на широте 80° наряду с колебаниями с периодом 18.6 лет видны колебания более короткого периода. В большей мере они просматриваются в зимней инсоляции Q_w . Эти колебания инсоляции обусловлены колебаниями угла перигелия φ_p орбиты Земли с периодами 2.75 и 11.86 лет, а также ее эксцентриситета e с периодами 3.98 года и 11.86 лет. Если для летней инсоляции колебания перигелия незначительны, то для зимней инсоляции они даже превосходят колебания с периодом 18.6 лет.

На широте 80° все три инсоляции: Q_T , Q_s и Q_w имеют общий ниспадающий тренд. Он обусловлен долгопериодическим уменьшением угла наклона ε между плоскостями экватора и орбиты.

Как видно из рис. 2.5 с изменением широты $\varphi = 65^\circ, 45^\circ, 25^\circ$ и 0° динамика инсоляции качественно изменяется. На широте 65° в летней инсоляции Q_s сильнее проявляются колебания перигелия и эксцентриситета. На широте 45° эти колебания становятся главными для летней Q_s и зимней Q_w инсоляций. При этом летняя и зимняя инсоляции изменяются в противофазе друг к другу. Кроме того в летней и зимней инсоляции отсутствует нисходящий тренд, который был на предыдущих широтах.

На широтах 25° и 0° появляется восходящий тренд для годовой инсоляции Q_T , а также летней – на широте 25° и зимней – на широте 0° . На этих широтах летняя и зимняя инсоляции также колеблются в противофазе. В их колебаниях проявляются периоды изменения перигелия 2.75 года и эксцентриситета 3.98 года, а период 18.6 лет колебания угла наклона ε отражается только в изменении годовой инсоляции Q_T .

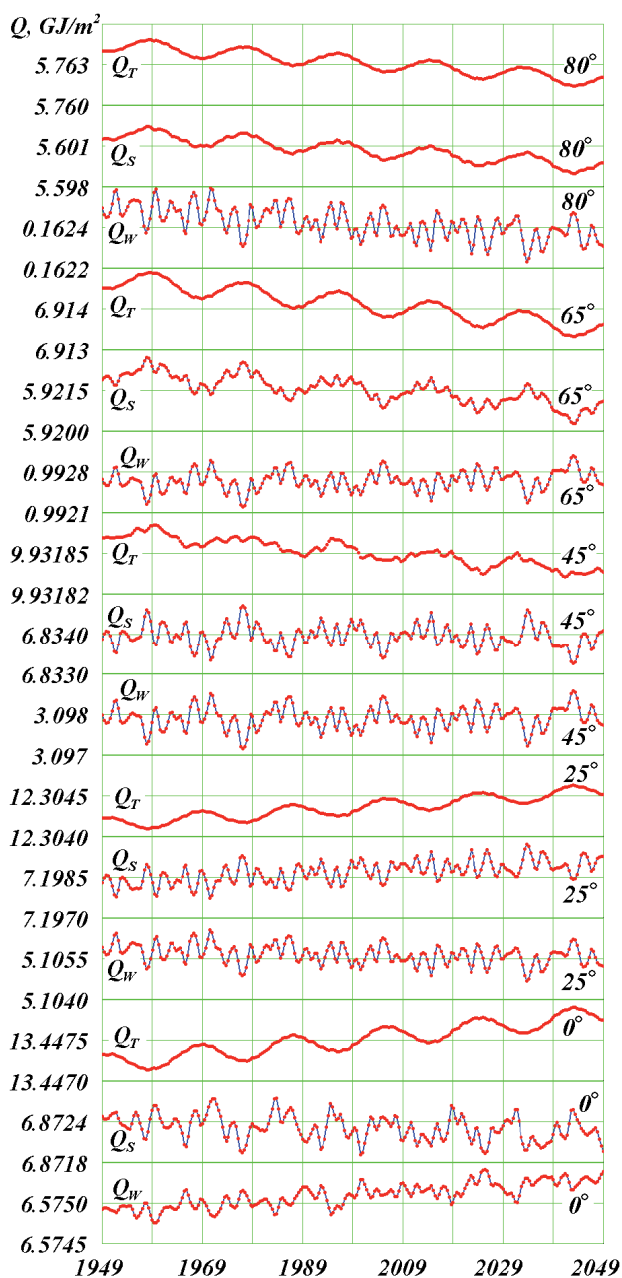


Рис. 2.5. Динамика инсоляции за 100 лет, начиная с 30.12.1949 г., на разных широтах северного полушария. Обозначения см. рис. 1.4.

Показанная на рис. 2.5 динамика инсоляции представляет широкий спектр ее изменения во времени и по поверхности Земли. Эти изменения получены в рамках строго детерминированного рассмотрения взаимодействия тел Солнечной системы и геометрических характеристик освещения Земли Солнцем. Детерминированный подход дает разные частоты, разные тренды, которые по-разному проявляются для соответствующих инсоляций Q_T , Q_s и Q_w . Если мы обратимся к какому-либо процессу, происходящему в природе, например, к изменению погоды или климата, то также обнаруживаем широкий спектр изменения. Так как одни причины изменения неизвестны, а механизм действия других причин не установлен, то исследователь вынужден использовать статистические методы для установления вероятностных связей. Поэтому установленное знание об этом процессе также носит вероятностный характер, который допускает появление непредусмотренных ситуаций. Тем не менее, со временем ряд причин удастся установить, и казавшиеся ранее случайные процессы становятся полностью объяснимы.

Как уже отмечалось ранее, измерения инсоляции дают ее колебания в некотором диапазоне, причем не повторяющиеся от одной серии к другой. Исследователи склонны относить их к неустойчивой деятельности Солнца. В свете результатов, представленных на рис. 2.5, следует, что эти измерения должны быть таковыми, потому что точные изменения инсоляции Земли не повторяются ни по поверхности Земли, ни во времени. По-видимому, из результатов наблюдения необходимо вычитать эти изменения. Тогда остаток можно будет объяснять деятельностью Солнца.

Как уже упоминалось ранее, в работе (Богданов, Катрущенко, 2008) исследовалось влияние обращения Луны на изменения инсоляции, которое авторы рассчитали с учетом только изменения расстояния между Землей и Солнцем. В результате выполненных нами расчетов инсоляции следует, что наибольшее влияние на инсоляцию оказывает прецессия орбиты Луны. Она дает на широте 80° колебания годовой инсоляции с периодом 18.6 лет и амплитудой 532 кДж/м^2 , в то время как колебания инсоляции с периодом 0.5 года имеют амплитуду почти в 20 раз меньшую. При годовом обращении

Земли расстояние Земля-Солнце меняется на несколько порядков больше, чем при месячных обращениях Луны. Поэтому при точном расчете инсоляции влияние на нее орбитального движения Луны практически отсутствует. Авторам работы (Богданов, Катрущенко, 2008) неизвестен действительный механизм зависимости инсоляции от движений Земли и Луны, поэтому они задаются гипотезой о воздействии на инсоляцию орбитального движения Луны. Затем они создают теорию расчета инсоляции в зависимости от расстояния Земля-Солнце и рассчитывают массив инсоляции за 300 лет. В результате спектрального анализа массива эти авторы находят вероятностную гармонику с периодом сидерического месяца и амплитудой 84.9 мВт/м^2 (милливатт на м^2). Это небольшая величина по сравнению с солнечной постоянной $J_0 = 1395.6 \text{ Вт/м}^2$. Как мы отмечали, при точном методе расчета инсоляции в ее результатах не ощущается на несколько порядков большее влияние орбитальное движение Земли. А орбитальное движение Луны вызывает прецессию оси вращения Земли и в виде полумесячных, а не месячных колебаний. Именно полумесячные колебания влияют на инсоляцию Земли, а не колебания расстояния Земля-Солнце в процессе орбитального движения Луны. В то же время Луна действительно оказывает наибольшее из остальных тел влияние на инсоляцию, как мы отмечали ранее, с периодом 18.6 лет и амплитудой 532 кДж/м^2 в годовой инсоляции. Однако это воздействие Луны обусловлено прецессией орбиты Луны и влиянием этого движения на динамику оси вращения Земли.

Мы детально рассмотрели этот пример, т.к. он является типичным случаем индетерминированного подхода к изучению природных процессов. Как отмечалось в работе (Смульский, 2013а), такие подходы не направлены на выяснение всех причин, определяющих рассматриваемое явление. При этих подходах представляется достаточным принять во внимание несколько гипотетических причин, а затем на большом статистическом материале подтвердить их вероятность осуществления. Как показано в этом примере, статистическое подтверждение такой причины может быть, однако в действительности явление определяется совсем другими обстоятельствами.

Оба приведенных примера показывают, что точные расчеты инсоляции будут способствовать более качественному анализу тех природных процессов, которые определяются радиацией Солнца.

2.13. Заключение

В главе рассмотрена новая математическая теория расчета инсоляции. Отличие от алгоритма теории М. Миланковича заключается, во-первых, в другом методе расчета зависимости долготы Солнца от времени. В новой методике эта зависимость основана на точном решении задачи двух тел. Во-вторых, новая методика предназначена для компьютерных вычислений. Это позволяет исследователю самому определять виды обработок инсоляции, а не ограничиваться лишь теми, которые были развиты при создании методики.

В процессе изложения методики расчета инсоляции были упомянуты допущенные упрощения. Первое упрощение связано с отличием орбитального движения Земли от результатов задачи 2-х тел. В работе (Смутьский, 2007) показано, что эти отличия незначительны, если параметры орбиты изменяются в соответствии с ее эволюцией.

Второе упрощение заключается в том, что расстояние точки M земной поверхности до Солнца на всех широтах принимается равным расстоянию между центрами Земли и Солнца. Для инсоляции Земли это упрощение дает ничтожную погрешность. Возможно, для большой планеты, например для Юпитера, в каких-то случаях отличие расстояний на разных широтах необходимо учитывать.

При третьем упрощении пренебрегается несферичностью Земли. Если в дальнейшем инсоляция будет широко использоваться, то, по-видимому, понадобится в ее расчетах учесть и форму Земли. Возможно, при рассмотрении таких быстровращающихся планет, как Юпитер и Сатурн, учет формы планет будет приводить к существенным коррекциям инсоляции.

При четвертом упрощении мы пренебрегаем изменением расстояния ρ и углового положения δ и λ Солнца при вычислении интеграла (2.15) для суточной инсоляции. Если относить значения этих параметров к середине интервала интегрирования, т.е. к полудню, то погрешность будет ничтожна. Однако, для медленно

вращающихся планет, таких как Венера и Меркурий, интеграл (2.15) необходимо вычислять с учетом изменения ρ , λ и δ .

Пятое упрощение заключается в том, что излучение Солнца принято постоянным. Согласно исследованиям последних десятилетий выявлены небольшие колебания солнечной радиации. Если из результатов измерения будут вычтены колебания инсоляции, обусловленные Землей, то они представят динамику инсоляции Солнца. Среднесуточным значением этой величины можно будет заменить J_0 в выражении (2.24). Тогда расчеты инсоляции будут учитывать изменение активности Солнца.

Новая методика расчета инсоляции проверена во всех режимах. Рассчитанные по ней результаты совпали с результатами расчетов по методике М. Миланковича. С одной стороны, это свидетельствует о достоверности новой методики, а с другой стороны, совпадение результатов подтверждает достоверность методики М. Миланковича.

Настоящая методика расчета инсоляции разрабатывалась более 10 лет. На ранних этапах в работе принимал участие И.К. Филатов.

ГЛАВА 3

ИЗМЕНЕНИЕ ПАЛЕОКЛИМАТА ЗАПАДНОЙ СИБИРИ В ПОЗДНЕМ ПЛЕЙСТОЦЕНЕ

Аннотация

Три проблемы, составляющие Астрономическую теорию палеоклимата, решены по-новому. Две из них: изменение орбитального движения Земли и ее инсоляция подтвердили результаты предшественников. По третьей проблеме, изменении вращательного движения Земли, получены колебания оси вращения Земли, амплитуда которых в 7-8 раз больше чем в прежних решениях. Они приводят к изменениям инсоляции, которые объясняют колебание палеоклимата. Рассмотрены изменение инсоляции и ее структура за 200 тыс. лет. Показано, что ключевые события позднего плейстоцена Западной Сибири, например, последние оледенения и потепление между ними, совпадают с экстремумами инсоляции.

Приведены инсоляционные периоды изменения палеоклимата и дана их характеристика.

3.1. Введение

В начале 20^{ого} века Милутин Миланкович (1939) создал Астрономическую теорию изменения климата. В ней на основании трех параметров: эксцентриситета e орбиты Земли, углового положения перигелия φ_{py} и угла наклона ε плоскости орбиты к плоскости экватора Земли рассчитывается инсоляция Земли на разных ее широтах. В астрономическую теорию климата Земли составными частями входят задачи об орбитальном движении тел, о вращательном движении Земли и задача об инсоляции Земли в зависимости от параметров ее орбитального и вращательного движения.

Решения М. Миланковича последовательно повторяли несколько поколений исследователей (Вурком, 1958; Шараф, Будникова, 1969; Berger, Loutre, 1991; Edvardsson et al, 2002; Laskar et al, 2004). Однако все они шли одним и тем же путем, который за столетия сложился в небесной механике. Уравнения орбитального и вращательного движений, начиная с их вывода, приспособлялись для решения приближенными аналитическими методами. Мы пошли другим путем. Мы не копировали уравнения предшественников, а сами их выводили из первоначальных основ (Смутьский, 1999; Smulsky J., Smulsky Ya., 2012). Во-вторых, при выводе стремились ввести минимальные упрощения (Smulsky, 2011a; Smulsky, 2012a; Smulsky, 2012b). И, в-третьих, задачи решались численными методами, при этом использовались самые высокоточные их варианты (Smulsky and Krotov, 2014; Смутьский, 2014; Smulsky, 2016) или создавались новые (Smulsky, 2012б). По первой и третьей задачам наши независимые исследования подтвердили исследования предшественников (Мельников, Смутьский, 2009; Smulsky and Krotov, 2014). А результаты вращательного движения – другие: амплитуда колебаний угла наклона ε экватора Земли к ее орбите в семь-восемь раз больше (Смутьский, 2013а; Смутьский, 2014; Smulsky, 2016). Эти колебания дают такие изменения инсоляции, которые могут объяснить имевшие место колебания климата в прошлом. Вначале рассмотрим изменения инсоляции по времени на северной широте 65°, а затем на других широтах.

3.2. Эволюция угла наклона и инсоляции на широте 65° северного полушария

Изменение угла наклона и инсоляции по времени и по широте уже было рассмотрено в главе 1. В виду их важности рассмотрим их еще раз. На рис. 1.12 линией 1 показана эволюция угла наклона ε за прошедшие 200 тыс. лет. Изменения угла ε по нашим решениям вначале совпадают с аппроксимацией данных наблюдения, а также до 2000 лет совпадают с результатами решений других авторов (Laskar et al, 2004a; Шараф, Будникова, 1969). Далее рассчитанный нами угол наклона ε начинает отличаться от результатов решений (Laskar et al, 2004a; Шараф, Будникова, 1969). По сравнению с расчетами по прежним теориям (линия 2) наши решения дают в 7-8 раз большие амплитуды колебаний. В начальный период несколько тысяч лет в прошлое, начиная с $T = 0$, угол наклона 1, как и угол наклона 2, увеличивается. Затем он начинает уменьшаться и достигает минимума, в то время как угол наклона 2 по прежним теориям находится в максимуме. На остальном интервале времени также максимумы и минимумы колебаний углов наклона 1 и 2 не совпадают. Однако более существенным являются величины этих экстремумов. По прежним теориям на этом интервале времени угол наклона изменяется от 22.21° до 24.43° . А по нашим решениям наклон плоскости экватора Земли к плоскости ее орбиты изменяется от 14.8° до 32.1° . Примерно такой же диапазон изменений угла ε получен при решении задачи за будущие 200 тыс. лет (Смульский, 2013а).

Средний период колебаний угла наклона по прежним теориям равен 41.1 тыс. лет. Этот же период имеется в колебании инсоляции Q_s^{65N} (линия 2). Как видно из новой зависимости для угла наклона ε (линия 1) характерный период колебаний имеет в 1.5 - 2 раза меньшую длительность.

Мы рассчитали изменение инсоляции Q_s^{65N} за 200 тыс. лет в прошлое как по определенным нами параметрам: e , ε и φ_{py} (линия 1 на рис. 1.12), так и по тем же параметрам, рассчитанных Дж. Ляскар и др. (Laskar et al, 2004a) (линия 2). Как видно из графиков, инсоляция Q_s^{65N} за летнее калорическое полугодие на северной широте 65° по нашим решениям имеет амплитуду колебаний также в 7-8 раз

большую, чем по прежним теориям. Моменты потепления и похолодания по нашим расчетам I и по прежним теориям 2 также не совпадают. Вначале, начиная с $T = 0$, как видно из Q_s^{65N} на рис. 1.12, летняя инсоляция растет в течение 4-х - 5-и тысяч лет, затем начинает падать и достигает минимума 16 тысяч лет назад. После этого минимума идет потепление, которое завершается большим максимумом инсоляции 31 тыс. лет назад.

Итак, по нашим решениям получены в 7-8 раз большие колебания инсоляции. Насколько они существенны? На этот вопрос может дать ответ представление инсоляции в эквивалентных широтах. На рис. 1.12 представлена инсоляция I в эквивалентных широтах, рассчитанная нами для широты 65° северного полушария как по нашим данным (линия 1), так и по данным Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a) (линия 2). Начиная с $T = 0$, инсоляция I по нашим данным I с широты 65° уменьшается на несколько градусов, т.е. на широте 65° становится теплее. Затем после максимума величина I начинает увеличиваться до широт 80° и 90° . При $T = -15.88$ тыс. лет летняя инсоляция на широте 65° меньше, чем современная летняя инсоляция на полюсе, поэтому на графике I проведена горизонтальная линия. Таким образом, горизонтальная линия 12 - 19 тыс. лет назад означает, что инсоляция на широте 65° была меньше, чем сейчас на полюсе. Такое малое количество тепла могло привести к оледенению территорий на широте 65° .

При дальнейшем изменении времени до $T = -30$ тыс. лет летняя инсоляция I в эквивалентных широтах достигает широт 50° , 40° , 30° , т.е. на широте 65° становится значительно больше солнечного тепла. Горизонтальная линия в эпоху 28 - 34 тыс. лет назад означает, что на широте 65° поступает больше тепла, чем сейчас на экваторе.

Линией 2 приведена инсоляция I в эквивалентных широтах по прежним теориям. Как видно, на широте 65° летняя инсоляция I на рассмотренном отрезке времени в 50 тыс. лет изменяется в пределах от 60° до 70° . В главе 2 на рис. 2.4 также показано, что в таких же пределах изменяется инсоляция по Шараф и Будниковой (1969). Маловероятно, что изменения количества тепла на широте 65° до таких величин, которые сейчас имеются на широтах 60° и 70° , могут привести к существенным потеплениям климата или его

похолоданиям. Такие малые изменения инсоляции всегда вызывали сомнения (Большаков, Капица, 2011).

Полученные в наших расчетах колебания инсоляции могут вызвать наблюдавшиеся изменения климата. Уменьшение летней инсоляции I 19 - 12 тыс. лет назад до значений меньших, чем на полюсе (линия I на рис. 1.12), могло привести к оледенению. А увеличение летней инсоляции I 34 - 28 тыс. лет назад до значений больших, чем в экваториальной области, могло привести к благоприятным условиям существования мамонтовой фауны.

3.3. Изменение инсоляции по широте

Выше мы исследовали изменение инсоляции во времени на широте 65° северного полушария. Теперь рассмотрим изменение инсоляции по широте в отдельные моменты времени. На рис. 1.13 показано изменение по широте φ° летней Q_s , зимней Q_w и уменьшенной в два раза годовой инсоляции Q_T в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет. В это время на широте 65° северного полушария была наибольшая за 200 тыс. лет летняя инсоляция Q_s (см. рис. 1.12).

Инсоляция за год Q_T (рис. 1.13) изменяется симметрично относительно экватора ($\varphi = 0^\circ$). На полюсах она наименьшая $Q_T = 7.43$ ГДж/м² – а на экваторе наибольшая $Q_T = 12.98$ ГДж/м². Летняя инсоляция Q_s в своем изменении по широте φ имеет несколько экстремумов. Вблизи экватора ($\varphi = 0^\circ$) она имеет минимум, а на тропиках – максимальные значения. В эту эпоху тропики находятся на больших широтах, чем в современную эпоху. Широта тропиков $\varphi = 32.1^\circ$ равна углу наклона ε на рис. 1.12 в эпоху $T = -31.28$ тыс. лет. Как видно из рис. 1.13, летняя инсоляция Q_s в высоких широтах от 90° до 60° практически остается постоянной и она существенно больше, чем на экваторе. Зимняя инсоляция Q_w имеет максимальное значение вблизи экватора, а на полюсах стремится к нулю.

На рис. 1.14 представлено изменение этих же составляющих инсоляции в наиболее холодную за 200 тыс. лет эпоху $T = -46.44$ тыс. лет. Годовая инсоляция Q_T , как и в предыдущую теплую эпоху, изменяется симметрично относительно экватора: на полюсах: наименьшая – $Q_T = 3.58$ ГДж/м², а на экваторе – наибольшая $Q_T = 13.79$ ГДж/м². То есть, по сравнению с теплой эпохой, в рассматриваемую холодную эпоху годовая инсоляция на экваторе

немного увеличилась, а в высоких широтах уменьшилась более чем в два раза.

Летняя инсоляция Q_s (рис. 1.14) также имеет максимумы на тропиках, широта которых согласно рис. 1.12 равна $\varepsilon = 14.8^\circ$. Однако в высоких широтах летняя инсоляция становится значительно меньше, чем на экваторе, почти в два раза. Характер изменения зимней инсоляции Q_w не изменился: она имеет максимальное значение вблизи экватора и нулевые значения на полюсах. Максимум зимней инсоляции Q_w немного увеличился по сравнению с теплой эпохой. В эпоху $T = -46.44$ тыс. лет сменилось также положение максимума Q_w и минимума Q_s в экваториальной зоне: они находятся в северном полушарии. В эпоху $T = -31.28$ тыс. лет эти экстремумы находятся в южном полушарии.

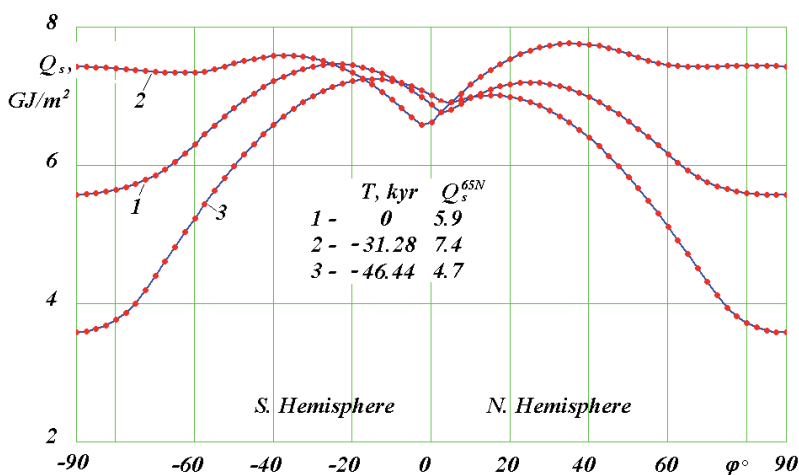


Рис. 3.1. Сравнение летних инсоляций Q_s за три эпохи: 1 – современная; 2 – самая жаркая; 3 – самая холодная.

На рис. 3.1 сопоставлены распределения летних инсоляций Q_s по широте за три эпохи: современную (1), самую теплую (2) и самую холодную (3). Самые большие изменения летней инсоляции происходят на высоких широтах, например, на полюсах Q_s изменяется больше чем в два раза. В экваториальной зоне летняя инсоляция изменяется мало. При этом на экваторе в самую жаркую эпоху 2

инсоляция меньше, нежели в самую холодную 3, т.е. лето в жаркую эпоху может быть немного холоднее, нежели в холодную эпоху.

Из графиков на рис. 3.1 следует, что принятая М. Миланковичем широта 65° в качестве опорной для характеристики климата является оправданной. На этой широте летняя инсоляция при переходе от холодной эпохи $Q_s^{65} = 4.72 \text{ ГДж/м}^2$ к теплой $Q_s^{65} = 7.43 \text{ ГДж/м}^2$ изменяется в 1.57 раза.

Изменения зимних инсоляций Q_w , как видно из рис. 3.2, происходит однотипно. На полюсах величины $Q_w = 0$. В наибольшей мере зимние инсоляции изменяются в средних широтах, и в меньшей мере – на экваторе. При этом в более теплые эпохи зимняя инсоляция меньше, чем в холодные. Другими словами, в теплые эпохи зимы холоднее, а в холодные – теплее.

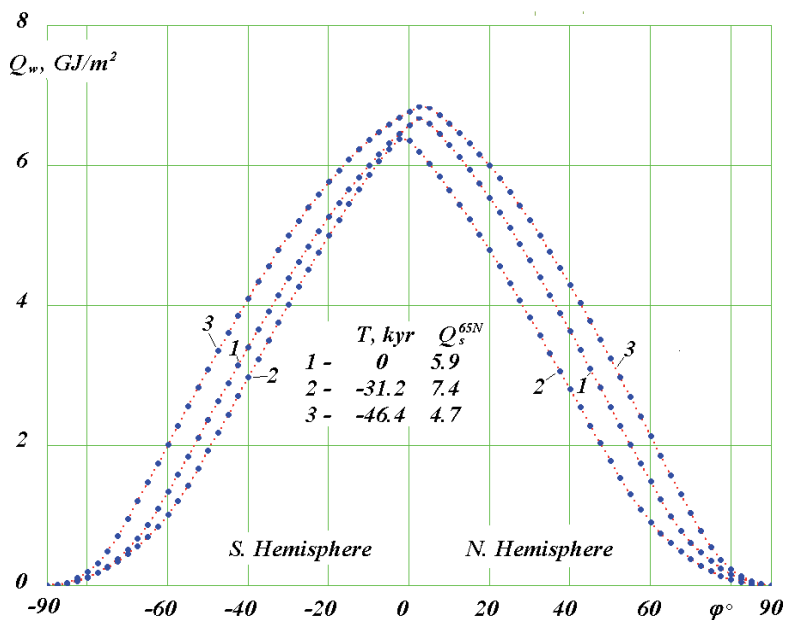


Рис. 3.2. Сравнение зимних инсоляций Q_w за три эпохи: 1 – современная; 2 – самая жаркая; 3 – самая холодная.

Изменение годовой инсоляции Q_T , как видно из рис. 3.3, четко разбивается на две зоны: высокоширотную ($\varphi > 45^\circ$), и низкоширотную ($\varphi < 45^\circ$). В высокоширотной зоне в более теплые эпохи Q_T поступает больше, чем в холодные эпохи. Например,

на полюсах – в два раза больше. В низкоширотной области зависимость обратная: в более теплые эпохи тепла Q_T поступает меньше, чем в холодные. Однако величина этих изменений небольшая: она в четыре раза меньше, чем на полюсах.

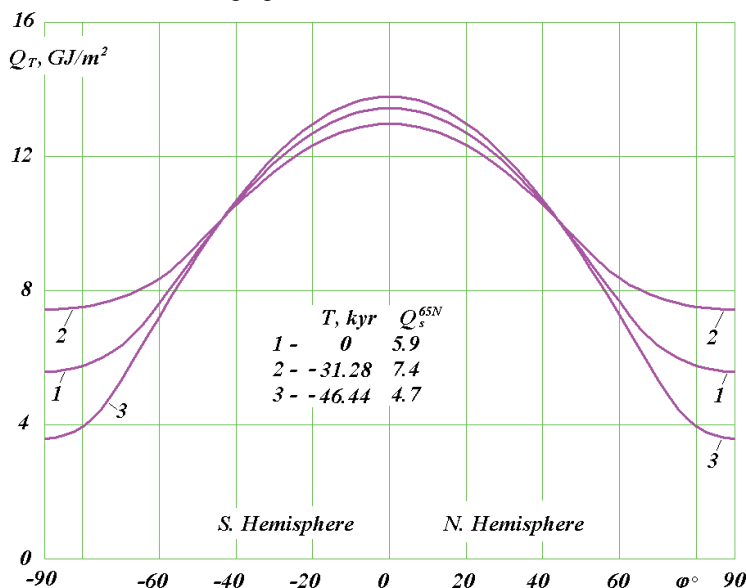


Рис. 3.3. Сравнение инсоляций Q_T за год при трех разных эпохах: 1 – современная; 2 – самая жаркая; 3 – самая холодная.

На рис. 3.3, как уже отмечалось, приведены графики для двух эпох: самой теплой и самой холодной за 200 тыс. прошедших лет. В будущие 200 тыс. лет (Смутьский, 2013а) годовая инсоляция Q_T в самую теплую $T = 93.6$ тыс. лет и самую холодную $T = 109.1$ тыс. лет эпохи ведут себя аналогичным образом. Если две зависимости Q_T за эти эпохи добавить к трем, уже имеющимся на рис. 3.3, то все пять кривых Q_T будут пересекаться при $\varphi = 45^\circ$. Поэтому отмеченные закономерности справедливы на всем исследованном интервале ± 200 тыс. лет.

Как видно из графиков на рис. 3.1 – рис. 3.3, отличие инсоляции южного и северного полушарий Земли в наибольшей мере проявляется для летней инсоляции (рис. 3.1). При этом в экваториальных широтах это различие более выражено, чем в высоких широтах. Графики по годовой инсоляции Q_T (рис. 3.3)

симметричны по широте, т.е. одинаковое количество тепла за год поступает в северное и южное полушария. Поэтому вариации зимней инсоляции по полушариям будут обратные летним вариациям.

3.4. Эволюция инсоляции на других широтах

На рис. 1.12 была рассмотрена эволюция летней инсоляции Q_s на широте 65° . Теперь рассмотрим эволюцию годовой, летней и зимней инсоляций на других широтах. На рис. 3.4 сопоставлены изменения за 200 тыс. прошедших лет инсоляций Q_T , Q_s и Q_w на пяти широтах 80° , 65° , 45° , 25° и 0° северного полушария. На широте 65° летняя инсоляция Q_s хорошо отражает изменение годовой Q_T инсоляции. А зимняя инсоляция Q_w изменяется в противофазе с летней: при теплом лете зима немного холоднее. Таким образом, для широты 65° годовая Q_T и летняя Q_s инсоляции изменяются софазно, а зимняя Q_w – в противофазе первым двум.

Такой же характер изменения инсоляций наблюдается для широт 80° и 45° . Для широты 25° почти софазно годовой инсоляции Q_T изменяется зимняя Q_w . Отличия заключаются в том, что короткопериодические колебания Q_w более ярко выражены. Летняя инсоляция Q_s изменяется почти в противофазе годовой Q_T на начальном отрезке времени. Затем противофазность нарушается. На широте 0° снова софазно годовой инсоляции Q_T изменяется летняя Q_s и в некоторой степени зимняя Q_w .

Софазность и противофазность изменения свидетельствует, что на широте 45° и выше в теплую эпоху лета – более теплые, а зимы – более холодные. А на широтах $\varphi < 45$ в теплую эпоху зимы более теплые.

Амплитуды колебаний инсоляций с широты 80° до широты 45° уменьшаются. А после широты 45° амплитуды снова увеличиваются. Количественный порядок изменения амплитуд отражается ценой деления Q_T^g на рис. 3.4 годовой инсоляции по широте φ : $Q_T^g = 2.5; 1.5; 0.05; 0.4; 0.5$ Гдж/м² при $\varphi = 80^\circ; 65^\circ; 45^\circ; 25^\circ; 0^\circ$, соответственно.

Таким образом, отсюда следует, что в высоких широтах происходят наиболее существенные изменения инсоляции. Кроме того подтверждается прежний вывод о том, что на широте 45° годовая инсоляция практически не изменяется.

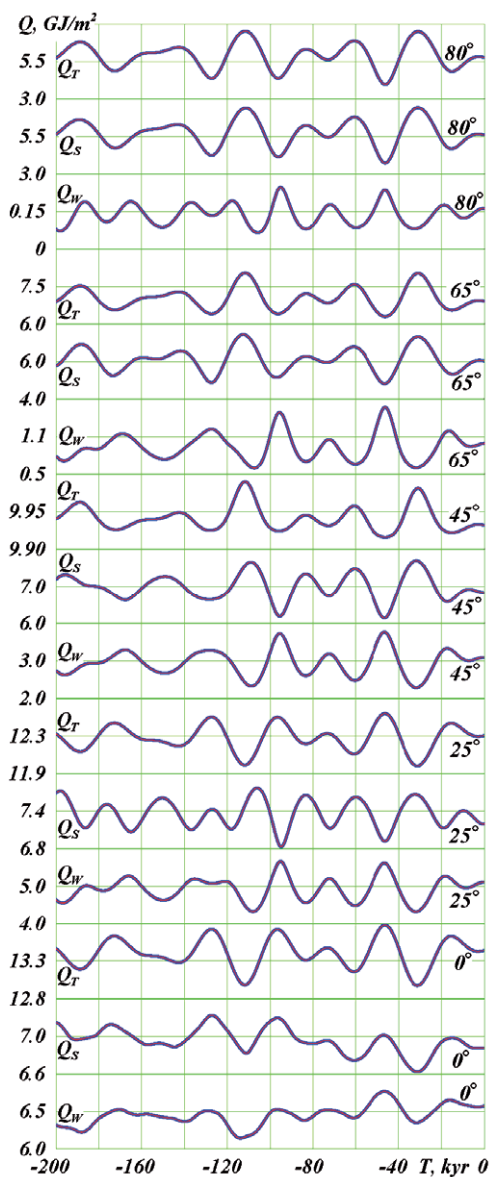


Рис. 3.4. Эволюция инсоляции за прошедшие 200 тыс. лет на пяти разных широтах северного полушария: Q_S – за летнее калорическое полугодие; Q_W – за зимнее калорическое полугодие; Q_T – за весь год.

На рис. 3.5 показаны изменения летней инсоляции I в эквивалентных широтах на восьми разных широтах: 80° ; 65° ; 45° ; 25° ; -25° ; -45° ; -65° ; -80° земного шара. Напомним, что тонкой горизонтальной линией отмечена широта местности, к которой относится инсоляция I . Верхние горизонтальные участки графиков отмечают отрезок времени, когда инсоляция в эпоху T летом больше чем в экваториальной зоне в современную эпоху $T = 0$. А нижние

горизонтальные, как уже отмечалось, участки отмечают эпохи, когда летняя инсоляция меньше чем в области полюсов.

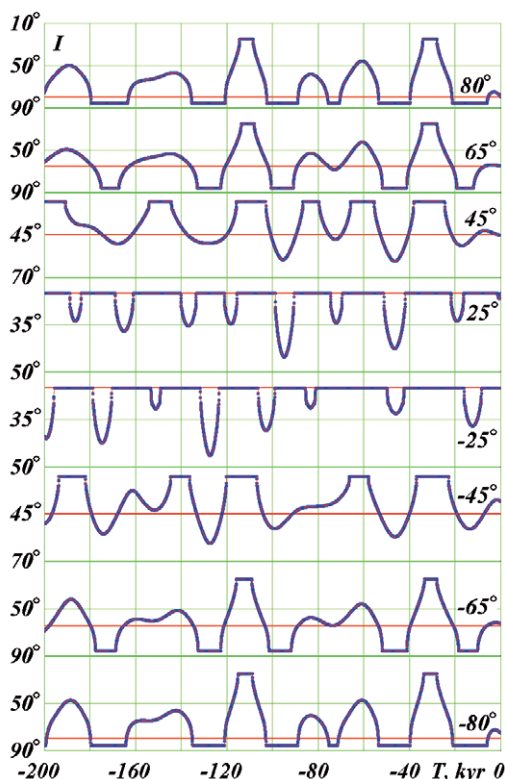
На широте 65° (рис. 3.5) по горизонтальным участкам видно, что имеются две теплые эпохи при $T = -31.28$ и $T = -110.8$ тыс. лет и 5 холодных. На широтах 80° и 45° инсоляция I изменяется подобным

образом. Отличие заключается в том, что на широте 80° длительность холодных периодов увеличивается и добавляется еще один при $T = -75$ тыс. лет. На широте 45° нет холодных периодов с инсоляцией меньшей, чем на полюсе.

А теплые периоды с инсоляцией больше, чем на экваторе, становятся более

продолжительными, и добавляется еще четыре теплых периода.

Рис. 3.5. Эволюция инсоляции I в эквивалентных широтах северного полушария за 200 тыс. лет на восьми разных широтах Земли: горизонтальной прямой приведена широта, к которой относится изменение инсоляции I .



На широте 25° продолжительность теплых периодов еще больше увеличивается, а по сравнению с широтой 45° добавляется еще три теплых периода. А в холодные периоды значение инсоляции I не опускается ниже широты 45° . То есть, на широте 25° не бывает лета холодней, чем сейчас лето на широте 45° .

В южном полушарии на широте $\varphi = -25^\circ$ (рис. 3.5) амплитуды похолоданий имеют такой же порядок, как и на широте $\varphi = 25^\circ$ в северном полушарии. Однако моменты их наступлений, как правило, другие. Инсоляция в южном полушарии на широте $\varphi = -65^\circ$ примерно такая же, как в северном полушарии. Немного лишь отличаются величины в экстремальных точках. Соотношение между инсоляцией на широте $\varphi = -65^\circ$ с инсоляцией на широтах $\varphi = -80^\circ$ и $\varphi = -45^\circ$

остается такое же, как и в северном полушарии: на широте $\varphi = -80^\circ$ удлиняются холодные периоды, а на широте $\varphi = -45^\circ$ удлиняются теплые периоды.

Инсоляция I на южной широте $\varphi = -80^\circ$ аналогична инсоляции в северном полушарии на той же широте. А на широте $\varphi = -45^\circ$ инсоляция в ряде эпох может существенно отличаться от инсоляции в северном полушарии, на той же широте.

Итак, летняя инсоляция Q_s^{65N} на широте $\varphi = 65^\circ$ северного полушария адекватно представляет периоды похолодания и потепления на высоких широтах $\varphi > 45^\circ$ как в северном, так и в южном полушарии. При этом годовая инсоляция Q_T изменяется софазно летней Q_s , а зимняя Q_w – противофазно. Амплитуда колебаний зимней инсоляции в 3 с лишним раза меньше колебаний летней Q_s . На широте 45° колебания инсоляции незначительны. А на широтах $\varphi \leq 45^\circ$ амплитуда колебаний инсоляции меньше, чем в высоких широтах. Кроме того в этой области имеются различия между изменениями инсоляции в северном и южном полушарии.

3.5. Инсоляция и последние оледенения в Западной Сибири

3.5.1. Самое значительное последнее оледенение

В табл. 3.1 приведены отдельные экстремумы инсоляции и их параметры. Потепления отмечены как максимумы (max), а похолодания – как минимумы (min). В результате изучения разными специалистами палеоклимата Западной Сибири выработано согласованное представление о его эволюции в позднем плейстоцене (Гросвальд, 2009; Svendsen et al, 1999). Особенно совпадает их мнение о двух последних оледенениях. Хорошо согласуются с их мнением наибольшие похолодания, приведенные в табл. 3.1, 15.88 тысяч лет назад (т.л.н.) и 46.44 т.л.н.

Большая часть исследователей считает, что на севере Западной Сибири на шельфе Баренцева и Карского морей и на островах неоднократно образовывался ледниковый щит. По Гросвальду (2009), в ледниковые эпохи, которые многократно повторялись в последние 2.3 - 2.5 м.л., Баренцево-Карский шельф превращался в сплошную область эрозии (экзарации) и сноса. Этот щит объединялся со скандинавским щитом, а их ледосбросы на Печорский бассейн взаимодействовали между собой, периодически отклоняя друг друга.

Имеются только различия относительно границ распространения ледниковых щитов и их положения в разные эпохи.

Таблица 3.1. Отдельные экстремумы инсоляции: max – потепления отмечены как максимумы; min –похолодания.

T , т.л.н.	4.16	15.88	31.28	46.44	110.8
Тип	max	min	max	min	max
Q_s^{65N} , ГДж/м ²	5.97	5.36	7.43	4.72	7.38

В поздний Вейхелий, эквивалентный сартанскому оледенению (Svendsen et al, 1999), совместный ледниковый щит на востоке захватывал Новую Землю, на севере шел по шельфам северных морей, на западе достигал нижней трети Исландии и Британии, в Европе опускался до широт 56°, а в России поднимался на Север по Западной части Белого моря. Авторы работы (Svendsen et al, 1999) считают, что в Карском море могли быть островные оледенения с опорой на северную часть Таймыра. А в средне-раннем Вейхелии, который эквивалентен Ермаковскому оледенению, восточная часть совместного ледникового щита распространялась по северной части шельфа Карского моря и захватывала почти весь Таймырский полуостров и плато Путорана в Восточной Сибири, а по югу опускалась чуть ниже полярного круга и соединялась с южной границей ледника в Европе. В отличие от Svendsen et al (1999), у Гросвальда (2009) восточная граница этого ледника захватывает весь Таймыр и западную часть Среднесибирского плоскогорья, на юге опускается до широты 50°, а на западе захватывает всю Исландию и почти всю Британию. В связи с этим Гросвальд считает, что Баренцево-Карский ледниковый щит существовал в обе последние ледниковые эпохи.

На определенном этапе образования ледникового щита в Западной Сибири сток рек бассейнов Оби и Енисея в ледовитый океан прекращается (Гросвальд, 2009). Низменные части Западной Сибири начинают заполняться водой. Исследователи отмечают образование Хантыйского, Енисейского и Пуровского озер (Волков, Архипов, 1978; Волков и др., 1969), которые в последующем соединялись между собой и образовывали озеро-море Западной Сибири. С ростом высоты ледникового щита и сменой похолодания на потепление

начинался сток льда с ледникового щита. Сток льда происходил как на север, в Ледовитый океан, так и на юг. Сток на север прослеживается по подводным желобам: Медвежинскому, Франц-Виктории, Св. Анны и Воронина. А сток на юг отмечен Сибирскими увалами в Западной Сибири и их продолжениям в Восточной Сибири. Эту границу Гросвальд назвал линией Волкова.

С дальнейшим потеплением начинается таяние ледникового щита и происходит дальнейшее увеличение пресноводного моря до такой степени, что начинается его сток через Тоболо-тургайскую ложбину в Туранскую низменность Приаралья и, возможно, с проходами на юге – в Каспийскую низменность.

С деятельностью ледника связаны морены, пути перемещения льда (троги), сдвиги, надвиги и прочие дислокации, переносы породы и грунта и множество других процессов. С деятельностью пресноводного моря связаны террасы, озёрные отложения, конусы выноса входящих рек и эрозионные процессы на бортах выводных потоков (спилвеев).

В северной части Западной и Восточной Сибири обнаруживаются следы морских отложений. Они дали основания для утверждений о существовании периодов наступления моря (трансгрессий). Морские отложения на современной суше могут быть обусловлены разными причинами. Уровень суши мог опускаться ниже уровня моря в результате опускания всего массива, на котором находится ледниковый щит. Морские отложения могут быть выпажаны ледником со дна шельфа и перенесены им на материк. В тёплый период возможно также таянием всех покровных льдов, включая ледники Антарктиды и Гренландии, в результате чего уровень океана может превысить в отдельных местах уровень суши. На них в последствие образуются морские отложения. Каждая из этих причин имеет свои особенности. Например, максимальное опускание суши будет происходить при наибольшей толщине ледника, а поднятие уровня моря – в эпоху его отсутствия, т.е. в период максимального потепления.

Моренный пояс вдоль возвышенности Сибирские Увалы является самым южным (Архипов и др., 1980; Архипов, 2000). Севернее, в зоне 65.5° и 67° с.ш., существует еще несколько моренных

поясов. Вследствие неоднократности похолоданий моренные пояса могли возникать в разные периоды. Пути перемещения ледников разных эпох могли не совпадать. Поэтому морены могут принадлежать к разным ледниковым эпохам. Если последний ледниковый максимум (ПЛМ) был менее мощный чем предыдущие, то самый южный моренный пояс является результатом деятельности предыдущих ледниковых эпох. Самый южный пояс морен, доходящий до подножия Сибирских Увалов, относят к раннезырянскому времени (Архипов и др. 1980; Архипов, 2000), к Ермаковскому горизонту. К этому ледниковому периоду относится максимальная стадия Баренцево-Карского щита около 50 тыс. лет назад (Svendsen et al, 1999). После максимальной стадии в Печорском Бассейне этот щит растаял к 40 т.л.н. Как видно из табл. 3.1, этому Ермаковскому ледниковому периоду соответствует минимум инсоляции 46.44 т.л.н. Инсоляция летом была $Q_s^{65N} = 4.72 \text{ ГДж/м}^2$ – самая низкая за весь период в 200 тыс. лет.

3.5.2. Последний ледниковый максимум

Последнюю ледниковую эпоху связывают с сартанским горизонтом (Архипов и др. 1980; Архипов, 2000). В этот период сформировался ледниковый рельеф Западной Сибири, в том числе краевые морены в зоне 65.5° - 67° с.ш. по южному подножию Салехардских увалов и Хадатейским грядам Тазовского полуострова. Севернее их расположены Ямало-Гыданские пояса морен на широте около 68° с.ш. от озёр Ярро-то на Ямале к востоку вдоль Гыданской гряды. Севернее расположены морены, которые являются самыми молодыми. Последние два гряда морен связаны с деградацией сартанского ледника. Как видно из табл. 3.1, эта эпоха 15.88 т.л.н. с инсоляцией $Q_s^{65N} = 5.36 \text{ ГДж/м}^2$ была теплее предыдущей на 12%. Поэтому моренами последней ледниковой эпохи не был достигнут южный моренный пояс.

Одновременным сартанскому оледенению в Западной Сибири является последнее оледенение в Скандинавии, которое характеризуют горизонтом позднего Вейхелия (Svendsen et al, 1999). В Архангельском регионе максимум оледенения относят к 17 т.л.н. и дегляциацию – к 16 т.л.н. Восточнее озера Онега дегляциация относится к 14.4 - 12.9 т.л.н. На Таймыре возраст ледника позднего

Вейхелия или сартанского времени относится к 18 - 7.5 т.л.н. Пространство между Норвегией и Новой Землёй покрыто ледником – 10.7 т.л.н. По Архипову (1997) радиометрический возраст сартанского ледникового горизонта находится в пределах 23 - 10 т.л.н.

После прохождения максимума похолодания крупнейшие северные подводные желоба: Франц-Виктория, Св. Анны и Воронина отводили ледяные потоки с Баренцево-Карского ледника в ледовитый океан (Гросвальд, 2009). Колонки, поднятые с глубины 470 м желоба Франц-Виктории содержали материал морены, покрытый ледниково-морскими илами с возрастом 12.9 т.л.н. и голоценовыми отложениями – 10 т.л.н. Деграция льда в желобе Св. Анны началась около 13 т.л.н. и завершилась к 10 т.л.н.

Последствия образовавшегося в сартанское время Мансийского озера имеют примерно такой же возраст 20 - 10 т.л.н. (Архипов, 1997; Пятосина, 2005). Причем озеро сартанского времени занимало меньшие площади, чем более древнее. Отложения более древнего озера перекрыты отложениями с остатками мамонтов, возраст которых примерно 18 т.л.н. (Пятосина, 2005).

Возраст Колпашевской террасы на средней Оби на высоте 55 м., образованной Мансийским морем, находится в пределах 12.8 - 10.6 т.л.н. (Архипов, 1997). К ней примыкает транзитная терраса-равнина (Арсланов и др., 1983), которая прослеживается через всю зону сартанского оледенения до устья Оби. Её возраст 12.26 ± 0.17 т.л.н. На среднем Енисее терраса высотой 60 - 70 м у Фарково имеет возраст от 16.4 до 11.7 т.л.н.

По Архипову (1997) грандиозный конус выноса в бассейн верхней Оби выходит из Алтая по долинам рек Бии, Катунь и др., проходит по Бийско-Барнаульской впадине до Новосибирска и далее протягивается в акваторию Мансийского палеозера. Он формирует ряд террас, высота которых на Алтае достигает 220 - 240 м, у Новосибирска – 140 - 120 м., в Томском Приобье – 100 - 80 м. Далее конус выноса уходит по ложбинам Приобского плато в Кулундскую равнину и в долину Иртыша. Возраст конуса выноса и его террас находится в пределах 17.6 - 10.4 т.л.н. (Бутвиловский, 1993; Паньчев, 1979; Архипов, 1997).

Как видим, приведенные датировки сартанского оледенения и его последствий совпадают с минимумом инсоляции 15.88 т.л.н.

3.5.3. Теплый период между оледенениями

Между Ермаковским оледенением с минимумом инсоляции 46.44 т.л.н. и сартанским с минимумом инсоляции 15.88 т.л.н. находится Каргинский межледниковый горизонт с максимумом инсоляции 31.28 т.л.н. Во многих долинах Печорской низменности: Шапкиной, Хвостовой Созьвы и Соймы древесина и торф из-под рельефообразующих морен имеет возраст от 25 до 40 т.л.н. (Гросвальд, 2009). Под распространенной к северу от Сибирских увалов мореной расположены озерно-болотные отложения, возрастом от 25 до 40 - 50 т.л.н. (Арсланов и др. 1983). Раковины на восточном Баренцево-Карском побережье и берегах Таймыра и Северной Земли имеют возраст от 24 до 38 т.л.н. (Гросвальд, 2009).

Как уже отмечалось (Svendsen et al, 1999), существовавший ранее Баренцево-Карский ледниковый щит к 40 т.л.н. полностью исчез. По Архипову (1997) казымская пачка Каргинского горизонта (дер. Казым-Мыс, правый берег нижней Оби) простирается по долине Оби до г. Колпашево и бассейна р. Васюган, а также до дер. Липовка на Тоболе. Ее возраст 33 - 31 т.л.н. На нижнем Енисее от г. Игарка до устья Бахты прослеживаются конощельские слои, аналог Казымскому слою с возрастом 33 - 32 т.л.н. Как правило, это озерно-аллювиальные отложения с прослойками торфа.

Третья терраса Иртыша и Тобола с абсолютными отметками 70 - 75 м. у дер. Липовка сложена озерно-аллювиальными отложениями (Илларионов, 2013). Возраст древесных и растительных остатков, имеющихся в ней, составляет от 31.78 до 32.77 т.л.н. Такой же возраст имеют костные остатки бизонов, шерстистых носорогов и лошадей.

Аналогом Липовской террасы на р. Оби является кирьянская терраса (левый берег Оби в 15 км выше д. Покур). Она сложена озерно-аллювиальными отложениями с линзами торфа, возрастом от 27.5 т.л.н. до 36.3 т.л.н. (Лаухин и др, 2006). В Тургайском желобе из скважины с абсолютным уровнем 37 м (25 км южнее оз. Кушмурун) обломок древесины имел возраст 27.8 т.л.н. (Гроссвальд, 1983). В обнажении Красный Яр, в 15 - 20 км южнее Новосибирска, находятся укоренившиеся пни под озерной толщей слоем 8 - 10 м. Возраст пней

28 - 29 т.л.н. (Архипов и др., 1980). В Кас-Кетском «проливе», между Енисейским и Мансийским древними озерами, под слоем озерно-аллювиальных отложений остатки древесины и торфа имеют возраст от 27.3 до 29.5 т.л.н. (Гросвальд, 2009).

Таким образом, максимум инсоляции $T = 31.28$ т.л.н. в табл. 3.1 соответствует периоду Каргинского межледнековья.

3.6. Оптимум инсоляции в голоцене

Как видно из табл. 3.1, в эпоху $T = 4.16$ т.л.н. имеется небольшой максимум инсоляции в голоцене (10 т.л.н. $\div 0$). Ему предшествовал Сартанский ледниковый период, поэтому от него до этого максимума шло непрерывное потепление. Оптимум голоцена однозначно проявляется в интервале $9 - 3.3$ т.л.н. (Васильчук, 1982; Ершов, 1989). Исходя из полинологических данных потепление в нем было выражено более слабо, чем в предыдущее межледнековье (Ершов, 1989). С конца ледникового периода до оптимума голоцена, т.е. 8 т.л.н. $\div 5$ т.л.н., принято считать, что происходила трансгрессия моря, с 5 т.л.н. и по настоящее время море отступает (Ломанченков, 1966). В связи с этим, формирование новой современной террасы и пойменных террас в долинах рек происходят после оптимума голоцена (Ломанченков, 1966; Сакс, 1953). Возраст древесины из пойменных отложений Индигирки – 4.125 т.л.н., а с отложений ее притока, р. Большой Эрги – 4.770 т.л.н.

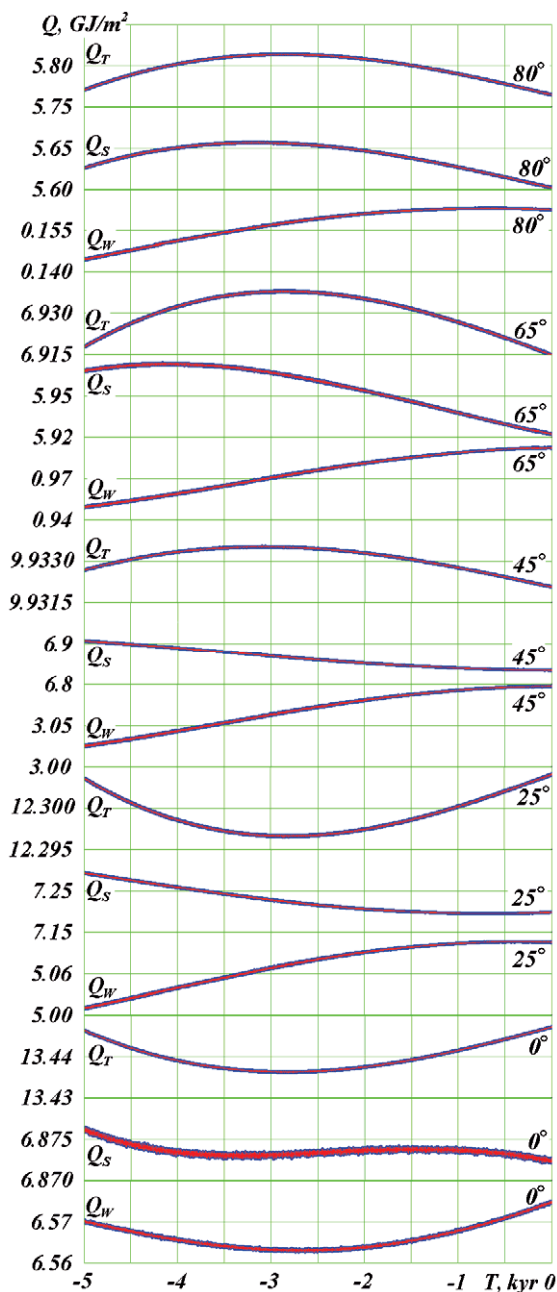
В процессе анализа данных по Западной Сибири было установлено (Баулин, 1959; Некрасов, 1990), что верхняя толща многолетнемерзлых пород (ММП) сформировалась за последние $5 - 6$ т.л.н. Формирование бугристых торфяников в южной зоне распространения ММП Западной Сибири началось примерно 3 т.л.н. (Шполянская, Евсеев, 1970; Некрасов и др. 1990).

Кроме приведенных свидетельств существует множество других о наличии потепления, которое совпадает по времени $T = 4.16$ т.л.н. с максимумом летней инсоляции на широте $65^\circ N$ (см. табл. 3.1). Чтобы облегчить специалистам интерпретацию палеоданных, рассмотрим более детально изменение инсоляции за последние 5 тыс. лет. На рис. 3.6 представлены изменения инсоляций Q_T , Q_s и Q_w на пяти широтах 80° , 65° , 45° , 25° и 0° Северного полушария. Эти данные получены с интервалов 1 год. Для широты $65^\circ N$ видно, что годовая Q_T и летняя Q_s

инсоляции
изменяются
однотипно с
наличием
максимума. Однако
максимумы их
наступают в разное
время: летней Q_s –
4.16 т.л.н., а годовой
 Q_T – 3 т.л.н. В то же
время зимняя
инсоляция Q_w на
всем интервале 5
тысяч лет
монотонно
увеличивается.

Рис. 3.6. Эволюция
инсоляции за
прошедшие 5 тыс.
лет на пяти разных
широтах северного
полушария: Q_s – за
летнее калорическое
полугодие; Q_w – за
зимнее
калорическое
полугодие; Q_T – за
весь год; интервал
между точками по
времени – один год.

На широте 80°
максимумы Q_T
и Q_s смещены
ближе к современной эпохе, а в зимней инсоляции Q_w в эпоху $T =$



0.499 т.л.н. появляется максимум. На широте 45° по сравнению с широтой 65° летняя инсоляция Q_s имеет минимум в современную эпоху $T = 0$, а зимняя Q_w монотонно увеличивается и в недалеком время в будущем достигнет максимума.

На широте 25° инсоляция за год Q_T имеет ярко выраженный минимум при $T = 2.8$ т.л.н., а летняя достигает минимума при $T = 0.7$ т.л.н. Зимняя инсоляция Q_w имеет максимум примерно при $T = 0.5$ т.л.н. На экваторе годовая Q_T и зимняя Q_w инсоляции минимумы имеют примерно при $T = 2.5 \div 2.8$ т.л.н. А летняя инсоляция Q_s имеет минимум ($T = 3$ т.л.н.) и максимум ($T = 1.5$ т.л.н.).

Амплитуды колебаний инсоляций на этом интервале, также как на интервале 200 т.л.н., с широты 80° до широты 45° уменьшаются. Качественный порядок величин изменения ΔQ_T годовой инсоляции по широтам $\varphi = 80^\circ; 65^\circ; 45^\circ; 25^\circ$ и 0° имеют такой вид: $\Delta Q_T = 0.06; 0.023; 0.0015; 0.008$ и 0.012 ГДж/м², соответственно.

Как было показано в п. 2.12 на рис. 2.5 (см. также (Smulsky and Krotov, 2014)), существуют колебания инсоляции с периодами: полумесячным, полугодовым, 2.75 лет, 3.58 лет, 11.86 лет и 18.6 лет. Амплитуды колебаний возрастают с увеличением их периода. Наибольший период 18.6 года обусловлен воздействием прецессионного движения орбиты Луны на вращательное движение Земли. Для широты $\varphi = 80^\circ N$ амплитуда колебаний годовой инсоляции Q_T с периодом 18.6 лет составляет 532 кДж/м², а с периодом 0.5 года – 31 кДж/м². Амплитуды этих колебаний по сравнению с величиной годовой инсоляции Q_T порядка $5.8 \cdot 10^6$ кДж/м² – малы и на графиках не видны. На рис. 3.6 наличие колебаний с периодом 18.6 лет наблюдается на графиках Q_s и Q_w для $\varphi = 0^\circ$. Как уже отмечалось, данные на рис. 3.6 получены с интервалом 1 год, поэтому колебания инсоляции с периодом 18.6 лет содержатся в них с хорошим разрешением по времени.

Изменение инсоляции на других широтах, в Южном полушарии, а также другие ее составляющие могут быть получены любым исследователем с помощью программы *InsI2bd.mcd*, которая имеется в свободном доступе (Смольский, 2013б). Теория расчета инсоляции содержится в работе (Smulsky и Krotov, 2014), а параметры орбитального и вращательного движений Земли за 5 т.л.н.

представлены в файле OrAl-5kyg.prn, а за 200 т.л.н. – в файле OrAl-200ky.prn.

3.7. Инсоляционные периоды изменения климата

Экстремумы инсоляции за 50 т.л.н., как показано выше, хорошо согласуются с колебаниями палеоклимата. На рис. 3.7 пронумерованы все экстремумы инсоляции, за исключением первого, числами от I_1 до I_{27} . Первый экстремум в эпоху $T = 4.16$ т.л.н., связанный с оптимумом голоцена, обозначен буквой O_I .

Как было показано выше эволюция летней инсоляция отличается от эволюции зимней и инсоляции за год. По-разному также изменяется инсоляция по широтам Земли. Тем не менее, летняя инсоляция Q_s^{65N} на широте 65° северного полушария адекватно отражает колебания инсоляции на высоких широтах $\varphi > 45^\circ$, как в северном, так и в южном полушарии. Именно на этих широтах наблюдаются существенные изменения палеоклимата. Поэтому колебания инсоляции Q_s^{65N} были приняты за основу для установления инсоляционных периодов и их границ. При этом следует отметить, что при выборе другой характеристики инсоляции, например Q_T^{65N} или Q_s^{80N} моменты наступления экстремумов и их границы будут немного изменены. Об этом необходимо помнить при интерпретации палеособытий, которые в большей мере определяются не летней инсоляцией, а годовой Q_T или зимней Q_w , или тех событий, для которых их широта является определяющим фактором. В этих случаях возможна ситуация, что событие обусловлено потеплением, а его необходимо относить к более холодному периоду на широте 65° северного полушария, или наоборот.

Итак, инсоляционные периоды устанавливаем по характеристике инсоляции Q_s^{65N} . Чтобы определить границы периодов, необходимо выбрать среднее значение Q_s^{65N} . Тогда по отклонению от среднего можно установить начало и конец периода. Для качественной характеристики инсоляционного периода необходимо выбрать количество градаций величины инсоляции. Для этого воспользуемся градацией климата в работе Фотиева (2009) из трёх уровней для холодного и трёх уровней для тёплого периодов, например, для холодного климата: умеренно холодный (у.х.), холодный (х.) и очень холодный (о.х.).

При определении среднего значения Q_s^{65N} можно воспользоваться максимальным и минимальным значениями за 20 млн. лет: $Q_{smax} = 7.581$ ГДж/м² при $T = -9.2475$ млн. лет и $Q_{smin} = 4.505$ ГДж/м² при $T = -18.95$ млн. лет. Тогда среднее значение инсоляции будет:

$$Q_{sm} = 0.5 \cdot (Q_{smax} + Q_{smin}) = 6.043 \text{ ГДж/м}^2. \quad (3.1)$$

При шести уровнях инсоляции величина ступени между уровнями будет:

$$\Delta Q_s = (Q_{smax} - Q_{smin})/6 = 0.5127 \text{ ГДж/м}^2. \quad (3.2)$$

Тогда границы уровней холодного климата запишутся так:

$$Q_{sc,k} = Q_{sm} - k \cdot \Delta Q_s, \text{ где } k = 1, 2, 3, \quad (3.3)$$

а границы уровней теплого климата запишутся аналогично:

$$Q_{st,k} = Q_{sm} + k \cdot \Delta Q_s, \text{ где } k = 1, 2, 3. \quad (3.4)$$

Следует отметить, что математическое среднее за весь исследованный промежуток времени 20.369 млн. лет $Q_{sm20.369} = 6.055$ ГДж/м². Среднее Q_{sm} , рассчитанное по экстремальным инсоляциям на интервале 200 тыс. лет, равно 6.075 ГДж/м², т.е. близкое к величине (3.1). При этом математическое среднее лет $Q_{sm20.369}$ находится между ними. Таким образом, среднее значение согласно (3.1) даже за сравнительно небольшой промежуток времени в 200 тыс. лет хорошо отражает точную среднюю величину инсоляции $Q_{sm20.369}$.

Для современной эпохи $T = 0$ значение инсоляции $Q_{s,0}^{65N} = 5.922$ ГДж/м², т.е. меньше среднего значения 6.043 ГДж/м². Поэтому современная эпоха является немного холодней по сравнению со средним уровнем инсоляции. В связи с этим для оптимума голоцена начальная эпоха T_b определена по пересечению инсоляционной кривой со значением $Q_{s,0}^{65N}$ в современную эпоху. Для остальных инсоляционных периодов их границы начала T_b и конца T_f определены по пересечению инсоляционной кривой со средней инсоляцией Q_{sm} . На рис. 3.7 средний уровень инсоляции Q_{sm} указан позицией 1, границы первого и второго теплых уровней отмечены 1t и 2t, а границы холодных уровней – 1c и 2c. В таблице 3.2 приведены границы периодов: T_b и T_f , а также величины инсоляции $Q_{s,ex}^{65N}$ в экстремальные эпохи T_{ex} .

Следует отметить, что по аналогичному алгоритму были введены уровни загрязнения атмосферы города (Смольский, 1987).

Они хорошо согласовались с уровнями, которые опытно-чувственным путем специалисты разработали при ежедневной оценке качества атмосферы на протяжении многих лет.

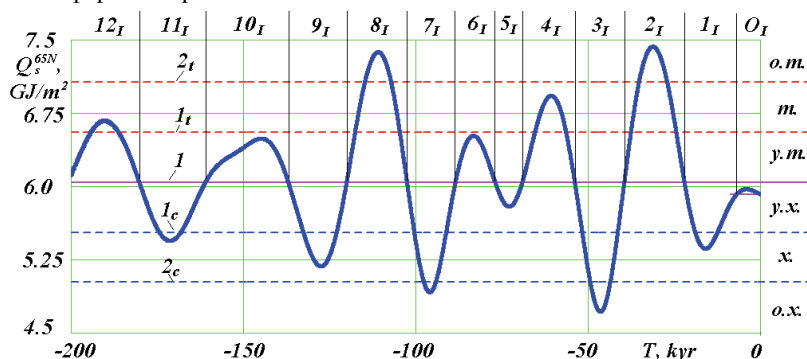


Рис. 3.7. Периоды инсоляции $O_I, I_I, 2_I, \dots, 12_I$ за 200 т.л.н. и границы их смены: I – средняя инсоляция Q_{sm} ; 1_I и 2_I – первая и вторая границы теплых уровней; 1_c и 2_c – первая и вторая границы холодных уровней; у.т., т., о.т. – теплые уровни; у.х., х., о.х. – холодные уровни.

3.8. Корреляция инсоляционных периодов с существующими классификациями палеоклимата

Как уже отмечалось, главные экстремумы инсоляции $1_I, 2_I$ и 3_I (см. рис. 3.7 и табл. 3.2) за 50 т.л.н. хорошо согласуются с последними двумя ледниковыми периодами: Сартанским и Ермаковским и Каргинским межледниковьем между ними. Каждый ледниковый период перекрывает следы предыдущего, поэтому обнаружение и датировка более ранних колебаний палеоклимата затруднена. Перед Ермаковским похолоданием отмечают Казанцевское межледниковье. По словам Архипова (1997) оно было одним из самых теплых в плейстоцене. В современной южно-таежной зоне наряду с хвойными породами произрастали липа, вяз, дуб и орешник. В лесостепной зоне формировались черноземные почвы (Волкова, 1991; Архипов и др., 1995). Как видно из рис. 3.7, в течение 50 тысяч лет, начиная с экстремума 3_I похолоданий не было. Были два небольших потепления 60.8 т.л.н. (4_I) и 83.16 т.л.н. (6_I). Это, по-видимому, подтверждается двумя слоями торфа, возрастом 65 т.л.н. и 80 т.л.н. в отложениях Белогорской возвышенности по правому берегу нижней Оби (Архипов, 1997). Эти слои с включением торфа перекрывают морену возрастом 100 т.л.н. Как видно из рис. 3.7, в то время 96 т.л.н. был пик

похолодания 7_I . Это похолодание в литературе также относят к нижним слоям Ермаковского горизонта. В долине средней Оби, в разрезе Кирьяс, нижние озерно-ледниковые отложения Ермаковского горизонта подстилаются палеопочвами 120 т.л.н. (Архипов, 1997). Эти палеопочвы согласуются с пиком потепления 8_I , который наступил 110.8 т.л.н.

Таблица 3.2. Периоды инсоляции и их характеристика за последние 200 тыс. лет. T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г. T_b – начало периода, T_f – конец периода, T_{ex} – эпоха экстремума, Q_s^{65N} – инсоляция за летнее полугодие на широте 65° северного полушария; градации климата: х. – холодный; т. – теплый; у. – умеренно; о. – очень.

№ периода	Интервал $T_b - T_f$ т.л.н.	Экстремумы инсоляции		Градации климата	Корреляция с горизонтами Западной Сибири
		T_{ex} т.л.н.	Q_s^{65N} ГДж/м ²		
O_I	6.86-0	4.16	5.973	у.х.	Оптимум голоцена
1_I	22.08-6.86	15.88	5.364	х.	Сартанский (I ледниковый)
2_I	39.5-22.08	31.28	7.4316	о.т.	Каргинский
3_I	53.8-39.5	46.44	4.7174	о.х.	Поздняя фаза Ермаковского оледенения (II ледниковый)
4_I	69.1-53.8	60.8	6.929	т.	Поздняя фаза Казанцевского потепления
5_I	76.96-69.1	72.8	5.7946	у.х.	
6_I	88.52-76.96	83.4	6.5197	у.т.	
7_I	102.56-88.52	95.92	4.9187	о.х.	Ранняя стадия Ермаковского оледенения (III ледниковый)
8_I	120.08-102.56	110.8	7.3757	о.т.	Ранняя фаза Казанцевского потепления
9_I	137-120.08	127.56	5.1832	х.	
10_I	161.08-137	144.8	6.4903	у.т.	
11_I	180.24-161.08	171.08	5.4419	х.	?
12_I	200.6-180.24	190.36	6.6781	т.	?

Все периоды инсоляции $4_I - 12_I$ перед самым значительным похолоданием 3_I в настоящее время не могут быть надежно связаны с

палеособытиями. С одной стороны, это обусловлено тем, что первыми двумя ледниковыми периодами следы более древних палеособытий во многих местах уничтожены. А с другой стороны, исследователи не имели перед собой руководящей линии, которая бы позволяла им привязать разнообразные палеособытия в отдаленных друг от друга местах к одной и той же причине их возникновения. Мы рассчитываем, что инсоляционная кривая, представленной на рис. 3.7, станет для палеоклиматологов таким инструментом, позволяющим более определенно согласовывать разрозненные палеособытия.

В табл. 3.2 приведена корреляция инсоляционных периодов с некоторыми горизонтами верхнего и среднего плейстоцена Западной Сибири. Период O_I соответствует оптимуму голоцена. Период I_I согласуется с Сарганским оледенением. Ему, согласно Svendsen et al (1999), Никифоровой и Певзнеру (1982) также соответствуют горизонты других регионов: верхний Вюрм, верхний Вейхелий, верхний Висконсин и Осташковский ледниковый период.

Периоду 2_I соответствует Каргинское потепление. С ним согласуется средний Вюрм, средний Вейхелий и средний Висконсин. Периоду 3_I следует сопоставить позднюю холодную фазу Ермаковского похолодания. С ней согласуется нижний Вюрм, нижний Вейхелий, нижний Висконсин и Днепровский ледниковый период.

С периодами 4_I , 5_I , 6_I , по-видимому, необходимо связать позднюю фазу Казанцевского потепления. Возможно, ей соответствует Эем, Рисс-Вюрм и Сангамон. Период 7_I можно сопоставить с ранней фазой Ермаковского похолодания, а фазы 8_I , 9_I , 10_I – с ранней фазой Казанцевского потепления, которой, по-видимому, соответствуют Микулинское и Эемское межледниковья.

При рассмотрении периодов 4_I - 10_I мы разбили Ермаковское похолодание и Казанцевский теплый период на две фазы: верхнюю и нижнюю, которые между собой пересекаются. Но это пересечение обусловлено теми свойствами, которые были наделены исследователями Ермаковский и Казанцевский горизонты при их введении. По-видимому, в дальнейшем с детализацией наших знаний о палеоклимате, идентификация горизонтов и палеоклиматических периодов будет уточняться.

Изменение инсоляции Земли является причиной изменения палеоклимата. Поэтому выше причина сравнивалась со следствиями, которые происходили в Западной Сибири. Изотопные стадии изменения отложений в океане также являются следствием. С ними тоже необходимо сравнить изменение инсоляции. Как известно, набор бентосных записей изотопа кислорода $\delta^{18}O$ за 5.3 млн. лет, например, LR4 в работе Lisiecki and Raymo (2005) составлен из данных, полученных в 57 местах мирового океана. С помощью статистических методов он был подогнан к изменениям инсоляции по прежним теориям за один день, а именно 21 июня на 65° северной широты. Экстремумы набора LR4 на интервале 500 т.л.н. обозначены как морские изотопные стадии МИС-1 ÷ МИС-13. Сейчас они широко используются при анализе палеоклимата. Например, по ним определяют объемы льда на Земле (Imbrie et al, 2011).

Однако, как было показано выше, инсоляция имеет широкий спектр изменения, как по времени, так и по пространству. В холодную эпоху для высоких широт, в экваториальной зоне – теплее. При теплом лете зима – холоднее. Имеется отличие в инсоляции Северного и Южного полушарий. Поэтому необходимо устанавливать обусловленные инсоляцией механизмы изменения изотопного состава морских отложений. Полученная таким образом зависимость его от инсоляции позволит более достоверно изучать изменение климата и понимать его. Здесь детально рассматривается изменение инсоляции за 200 тыс. лет. В главе 6 конспективно проанализирована эволюция инсоляции за 20 млн. прошедших лет. Эти данные можно использовать для сопоставления инсоляции, как причины изменения климата с реакцией донных отложений не только по изотопу кислорода $\delta^{18}O$, но и по другим параметрам.

ГЛАВА 4

РЕКОНСТРУКЦИИ ПАЛЕОКЛИМАТА ПО ИЗМЕНЕНИЮ ИНСОЛЯЦИИ

Аннотация

Рассмотрены новые решения по Астрономической теории палеоклимата, в которых амплитуда колебания инсоляции в 7-8 раз

больше по сравнению с прежней теорией. За последние 50 тыс. лет имеется 4 экстремума инсоляции 46.4, 31.3, 15.9 и 4.2 тыс. лет назад. Показано, что они, соответственно, совпадают с предпоследним ледниковым периодом, последовавшим за ним сильным потеплением, последним ледниковым максимумом и оптимумом Голоцена. Приведены критерии, с помощью которых осуществляется реконструкция палеоклимата. Рассмотрены этапы образования Баренцево-Карского ледникового щита около 50 тыс. лет назад, перекрытие им стока сибирских рек, образование пресноводного бассейна, сток его через Тоболо-Тургайскую ложбину в Приаралье. Аналогично рассматриваются и другие периоды. Кроме прямого влияния инсоляции на палеоклимат, существует ее опосредствованное влияние через процессы осадконакопления и роста ледников, испарения водных бассейнов, таяния ледниковых покровов и т.д. Для уточнения реконструкции палеоклимата необходимо создавать модели этих процессов.

4.1. Введение

Существуют разные мнения о причинах изменения палеоклимата (Котляков, Сонечкин, 2015). Одной из самых многообещающих причин в последнее столетие была Астрономическая теория, созданная М. Миланковичем (1939). Она основывалась на решении трех проблем: 1) как изменяется орбита Земли за интервалы времени в сотни тысяч лет; 2) как изменяется плоскость экватора Земли или ее ось вращения; 3) как изменяется количество солнечного тепла на поверхности Земли, т.е. ее инсоляция, в зависимости от параметров: эксцентриситета e орбиты Земли; угла ее наклона ε к плоскости экватора; угла φ_{py} между перигелием орбиты и восходящим узлом γ . В т. γ орбита пересекает плоскость экватора в момент весеннего равноденствия. Все эти задачи традиционно рассматривались аналитически, уравнения упрощались и решения представлялись в виде рядов. В последующем, через 20-30 лет решения М. Миланковича повторялись несколькими группами ученых. В последней четверти 20-го века количество членов в рядах увеличивалось до нескольких сотен, и расчеты проводились на ЭВМ. При этом физическая и математическая основа теории оставалась неизменной.

Однако небольшие изменения инсоляции всегда вызывали сомнения о реальной возможности их влияния на палеоклимат. Кроме того существовала масса качественных несоответствий в изменениях инсоляции и палеоклимата.

С конца 20-го века была начата работа по новому переосмыслению Астрономической теории изменения климата (Смутьский, 1999). По-новому были выведены уравнения всех трех задач (Мельников, Смутьский, 2009). Они не упрощались и решались высокоточными численными методами. Результаты орбитальной задачи были уточнены, но без качественного влияния на эволюцию инсоляции. Результаты третьей задачи по расчету инсоляции полностью совпали с прежней теорией (Смутьский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014). Достоинством новой теории инсоляции является простота ее изложения и программа расчета, позволяющая палеоклиматологам рассчитывать разные составляющие инсоляции и ее анализировать.

Решение второй задачи об эволюции оси вращения Земли привело к большим колебаниям оси: от 16.7° до 31° (Смутьский, 2013а; Смутьский, 2014; Smulsky, 2016), тогда как по прежним решениям ось Земли колебалась от 22.26° до 24.32° . Кроме того, так как дифференциальные уравнения этой задачи не упрощались, при ее решении получены короткопериодические колебания с полумесячными, полугодовыми периодами и с периодом 18.6 лет. Эти периоды и амплитуды колебаний совпали с наблюдаемыми. А большие амплитуды долгопериодических колебаний оси Земли были проверены решениями задачи еще тремя другими методами (Смутьский, 2014; Smulsky, 2016).

Новые решения по эволюции орбиты и оси вращения Земли привели к новым изменениям инсоляции. Ее колебания значительно больше колебаний в прежней теории (Смутьский, 2014; Smulsky, 2016), а также другие периоды колебаний и другие моменты времени наступления экстремумов инсоляции. Сравнения этих результатов с изменением палеоклимата показывают, что они хорошо согласуются с ним (Смутьский, 2015; Smulsky, 2015).

Изменения инсоляции получены с высокой точностью по отношению ко времени. Например, входящие в инсоляцию

орбитальные изменения имеют погрешность 6 сек к концу интервала 200 тыс. лет и 4 дня – к концу 100 млн. лет. Поэтому корреляция колебаний инсоляции с колебаниями палеоклимата позволяет точно привязать последние ко времени. Такая привязка является одной из главных сторон реконструкции палеоклимата. В настоящей главе рассмотрен опыт реконструкции палеоклимата на основе изменения инсоляции. При этом всплывает масса новых вопросов и проблем, которые в последующем потребуют своего решения.

4.2. Изменение инсоляции по широте в разные эпохи

Облучение Земли Солнцем, или инсоляция, рассматривается на верхней границе атмосферы, т.е. без учета отражения солнечной радиации Землей. Инсоляция имеет широкий спектр изменений, как по пространству, так и по времени, например, по месяцам, сезонам или полугодиям. Кроме того инсоляция Земли изменяется на больших интервалах времени, исчисляемых тысячелетиями. В главе 3 рассматривалось изменение инсоляции по широте в отдельные эпохи. Вкратце еще раз остановимся на этом. На рис. 3.1 составлены распределения летних инсоляций Q_s по широте за три эпохи: современную 1, самую теплую 2 и самую холодную 3 за 200 т.л.н. Самые большие изменения летней инсоляции происходят на высоких широтах, например, на полюсах Q_s изменяется больше чем в два раза. В экваториальной зоне летняя инсоляция изменяется мало. При этом в самую жаркую эпоху 2 лето на экваторе может быть немного холоднее, нежели в холодную эпоху 3.

Изменения зимних инсоляций Q_w , как видно из рис. 3.2, происходит однотипно. На полюсах величины $Q_w = 0$. В наибольшей мере зимние инсоляции изменяются в средних широтах, и в меньшей мере – на экваторе. При этом в более теплую эпоху 2 зимняя инсоляция меньше, чем в холодную 3. Другими словами, в теплые эпохи зимы холоднее, а в холодные – теплее.

Рис. 4.1, в отличие от рис. 3.3, представляет распределение годовой инсоляции Q_T по широте, как для прошлого, так и для будущего времени. Изменение годовой инсоляции разбивается на две зоны: высокоширотную ($\varphi > 45^\circ$), и низкоширотную ($\varphi < 45^\circ$). В высокоширотной зоне в более теплые эпохи тепла Q_T поступает больше, чем в холодные эпохи. Например, на полюсах – в два раза

больше. В низкоширотной области зависимость обратная: в более теплые эпохи тепла Q_T поступает меньше, чем в холодные. Однако величина этих изменений небольшая: она в четыре раза меньше, чем на полюсах.

Следует отметить, что здесь и далее рассматривается количество тепла на 1 м^2 . Поэтому общее количество тепла в высокоширотной и низкоширотной зонах необходимо определять в зависимости от их площадей. Кроме того, мы рассматриваем инсоляцию Q Земли на верхней границе атмосферы. Часть этого тепла отражается Землей в дневное время и часть переизлучается в ночное время. Поэтому полное количество тепла Q_{rsv} , получаемое Землей от Солнца, будет меньше инсоляции Q . Тем не менее, при пренебрежении вариациями Q_{rsv}/Q изменение инсоляции инсоляцию Q за разные эпохи позволяет судить об увеличении или уменьшении количества солнечного тепла поступающего на земную поверхность.

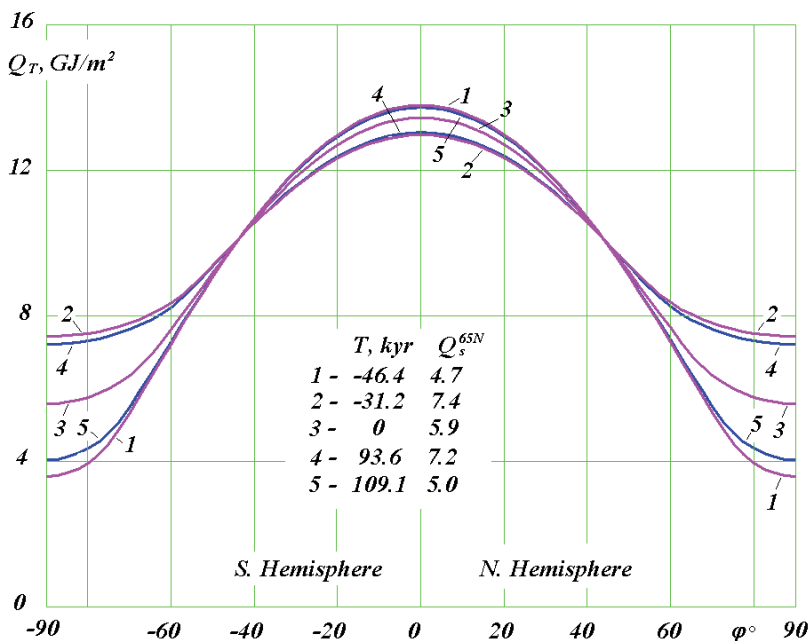


Рис. 4.1. Сравнение инсоляций за год Q_T за пять эпох: 3 – современная; 2 и 4 – очень теплые; 1 и 5 – очень холодные.

В будущие 200 тыс. лет (Смутьский, 2013а) годовая инсоляция Q_T в самую теплую $T = 93.6$ тыс. лет и самую холодную $T = 109.1$ тыс. лет эпохи ведут себя аналогично прошедшему времени. Поэтому отмеченные закономерности справедливы на всем исследованном интервале ± 200 тыс. лет.

Как видно из графиков на рис. 3.1 - рис. 3.2 и рис. 4.1, отличие инсоляции южного и северного полушарий Земли в наибольшей мере проявляется для летней инсоляции (рис. 3.1). При этом в экваториальных широтах это различие более выражено, чем в высоких широтах. Графики по годовой инсоляции Q_T (рис. 4.1) симметричны по широте, т.е. одинаковое количество тепла за год поступает в северное и южное полушария. Поэтому вариации зимней инсоляции по полушариям будут обратные летним вариациям.

4.3. Изменение инсоляции по времени на разных широтах

В главе 3 рассматривается эволюция за 200 тыс. прошедших лет годовой, летней и зимней инсоляций на разных широтах Земли (Смутьский, 2014; Smulsky, 2016). На рис. 3.4 сопоставлены изменения инсоляций Q_T , Q_s и Q_w на пяти разных широтах северного полушария. Эти изменения рассмотрим более детально на трех широтах 80° , 65° и 45° . На широте 65° летняя инсоляция Q_s хорошо отражает изменение годовой Q_T инсоляции. А зимняя инсоляция Q_w изменяется в противофазе с летней, т.е. при теплом лете зима немного холоднее. Таким образом, для широты 65° годовая Q_T и летняя Q_s инсоляции изменяются софазно, а зимняя Q_w – в противофазе первым двум.

Такой же характер изменения инсоляций наблюдается для широт 80° и 45° . Софазность и противофазность изменения свидетельствует, что на широте 45° и выше в теплую эпоху лета – более теплые, а зимы – более холодные.

Амплитуды колебаний инсоляций с широты 80° до широты 45° уменьшаются. Количественный порядок изменения амплитуд отражается ценой деления на рис. 3.4 годовой инсоляции Q_T^g по широте φ : $Q_T^g = 2.5; 1.5; 0.05$ ГДж/м² при $\varphi = 80^\circ; 65^\circ; 45^\circ$, соответственно.

Таким образом, в высоких широтах происходят наиболее существенные изменения инсоляции. Кроме того подтверждается

прежний вывод о том, что на широте 45° годовая инсоляция практически не изменяется.

На рис. 3.5 показаны изменения летней инсоляции I в эквивалентных широтах на восьми разных Северного и Южного полушарий Земли. Рассмотрим более детально изменения летней инсоляции в эквивалентных широтах на трех широтах: 80° , 65° и 45° Северного полушария. Верхние горизонтальные участки графиков отмечают отрезок времени, когда инсоляция в эпоху T летом больше чем в экваториальной зоне в современную эпоху $T = 0$. А нижние горизонтальные участки отмечают эпохи, когда летняя инсоляция меньше чем в области полюсов.

На широте 65° (рис. 3.5) по горизонтальным участкам видно, что имеются две теплые эпохи с экстремумами при $T = -31.28$ и $T = -110.8$ тыс. лет и 5 холодных. На широтах 80° и 45° инсоляция I изменяется подобным образом. Отличие заключается в том, что на широте 80° длительность холодных периодов увеличивается и добавляется еще один с экстремумом при $T = -75$ тыс. лет. На широте 45° нет холодных периодов с инсоляцией меньшей, чем на полюсе. А теплые периоды с инсоляцией больше, чем на экваторе, становятся более продолжительными, и добавляется еще четыре теплых периода.

Итак, летняя инсоляция Q_s^{65N} на широте $\varphi = 65$ северного полушария адекватно представляет периоды похолодания и потепления на высоких широтах. При этом годовая инсоляция Q_T изменяется софазно летней Q_s , а зимняя Q_w – противофазно. Амплитуда колебаний зимней инсоляции в 3 с лишним раза меньше колебаний летней Q_s . С уменьшением широты колебания инсоляции уменьшаются, на широте 45° колебания наименьшие. На этой широте похолоданий, приводящим к ледниковым периодам, не бывает.

4.4. Инсоляция и последние оледенения в Западной Сибири

Как уже отмечалось, за характеристику палеоклимата М. Миланкович выбрал летнюю инсоляцию Q_s^{65N} на широте 65° . Величина инсоляции летом определяет таяние снежного покрова, выпавшего за зиму. Поэтому от летней инсоляции зависит момент образования ледникового щита или начало его деградации. В табл. 4.1 приведены четыре экстремумы инсоляции Q_s^{65N} за последние 50 тысяч лет (Смольский, 2015; Smulsky, 2015). Потепления отмечены как

максимумы (max), а похолодания – как минимумы (min). На этом интервале величина летней инсоляции изменяется от 4.72 ГДж/м² до 7.43 ГДж/м². В главе 3 на рис. 3.7 границы инсоляционных периодов определены при пересечении летней инсоляции Q_s^{65N} со средним ее значением. Им присвоены номера 1_I , 2_I , 3_I и т.д. Первый небольшой оптимум инсоляции обозначен как O_I . Его границы определены при пересечении инсоляционной кривой современного значения инсоляции Q_s^{65N} .

Таблица 4.1. Экстремумы летней инсоляции Q_s^{65N} и инсоляционные периоды за последние 50 тысяч лет.

T , т.л.н.	4.16	15.88	31.28	46.44
Тип экстремума	max	min	max	min
Q_s^{65N} , ГДж/м ²	5.97	5.36	7.43	4.72
Инсоляционные периоды	O_I	1_I	2_I	3_I
Границы периодов, т.л.н.	0-6.86	6.86-22.08	22.08-39.5	39.5-53.8

В результате изучения разными специалистами палеоклимата выработано согласованное представление о его эволюции в Западной Сибири в позднем плейстоцене (Гросвальд, 2009; Svendsen et al., 1999). Особенно совпадает их мнение о двух последних оледенениях. Большая часть исследователей считает, что на севере Западной Сибири на шельфе Баренцева и Карского морей и на островах неоднократно образовывался ледниковый щит. Например, Соломатин В.И. и Белова Н.Г. (2012) полагают, что подземные пластовые льды, покрывающие побережье Ледовитого океана, являются погребенными остатками древних ледников. По Гросвальду М.Г. (2009), в ледниковые эпохи, которые многократно повторялись в последние 2.3 - 2.5 миллиона лет, Баренцево-Карский шельф превращался в сплошную область эрозии и сноса. Этот щит объединялся со скандинавским щитом, а их ледосбросы на Печорский бассейн взаимодействовали между собой, периодически отклоняя друг друга.

Самый южный пояс морен, доходящий до подножия Сибирских Увалов, относят к Ермаковскому времени (Архипов, 2000; Архипов и др., 1980). К этому ледниковому периоду относится максимальная

стадия Баренцево-Карского щита около 50 тыс. лет назад (Svendsen et al., 1999). Как видим из табл. 4.1, минимум инсоляции 46.44 т.л.н. и инсоляционные период 3_I с границами 53.8 - 39.5 т.л.н. хорошо согласуются с Ермаковским ледниковым периодом или ледниковым максимумом среднего Вейхеля (Svendsen et al., 1999).

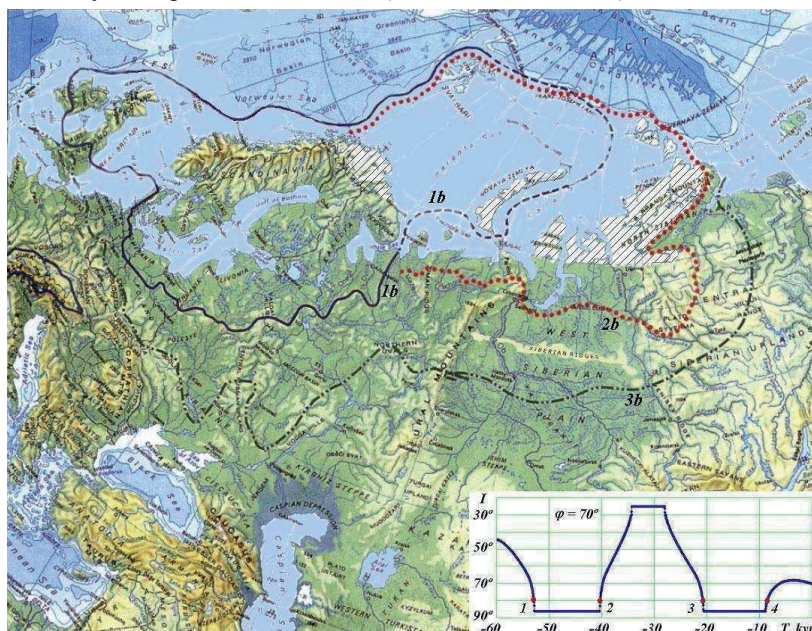


Рис. 4.2. Границы Сартанского и Ермаковского оледенений по Svendsen et al (1999) (линии 1b, 2b, и 3b) и оледенение Западной Сибири в момент времени 52.9 т.л.н. Белым цветом с косой штриховкой показаны территории покрытые ледником; внизу на графике инсоляции в эквивалентных широтах $I(T)$ на широте $\varphi = 70^\circ$ точкой 1 отмечено время этого события, когда достигается $I = 80^\circ$. Здесь и далее карта заимствована из работы Svendsen et al (1999). Масштаб 1:5000000.

После максимальной стадии этот ледниковый щит растаял примерно 40 т.л.н. (Svendsen et al., 1999). Во многих долинах Печорской низменности: Шапкиной, Хвостовой Созьвы и Соимы древесина и торф из-под рельефообразующих морен имеет возраст от 25 до 40 т.л.н. (Гросвальд, 2009). Под распространенной к северу от

Сибирских увалов мореной расположены озерно-болотные отложения, возрастом от 25 до 40 - 50 т.л.н. (Архипов, 1997). Этот период называют Каргинским межледниковьем. Как видим, максимум инсоляции 31.28 т.л.н. и инсоляционный период 2_I с границами 39.5-22.08 т.л.н. хорошо согласуются с Каргинским межледниковьем.

В Архангельском регионе максимум оледенения позднего Вейхелия или Сартанского времени относят к 17 т.л.н. и дегляциацию – к 16 т.л.н. (Svendsen et al., 1999). На Таймыре возраст этого ледника относится к 18 - 7.5 т.л.н. По С.А. Архипову (1997) радиометрический возраст Сартанского ледникового горизонта находится в пределах 23 - 10 т.л.н. Как видим, минимум инсоляции 15.88 т.л.н. и инсоляционный период 1_I с границами 22.08 – 6.86 т.л.н. хорошо согласуются с Сартанским ледниковым периодом или ледниковым максимумом позднего Вейхелия.

В процессе анализа данных по Западной Сибири было установлено (Баулин, 1959), (Некрасов и др., 1990), что верхняя толща многолетнемерзлых пород (ММП) сформировалась за последние 5 - 6 т.л.н. Формирование бугристых торфяников в южной зоне распространения ММП Западной Сибири началось примерно 3 т.л.н. (Некрасов и др., 1990; Шполянская, Евсеев, 1970). Начало этих процессов связывают с оптимумом Голоцена. Как видим, небольшой максимум инсоляции 4.16 т.л.н. и инсоляционный период O_I с границами 6.86 - 0 т.л.н. хорошо согласуются с оптимумом Голоцена.

В значительной мере согласованное представление о двух последних оледенениях в Западной Сибири выражено на карте в работе (Svendsen et al., 1999) (см. рис. 4.2). Сплошной и пунктирной линией $1b$ показана граница оледенения в поздний Вейхелий, эквивалентный Сартанскому оледенению (Svendsen et al., 1999). Согласно другим авторам, в частности М.Г. Гросвальду (2009), граница оледенения в Западной Сибири проходила восточнее. Она примерно показана точками $2b$. Ледниковый щит в средне-раннем Вейхелии, который эквивалентен Ермаковскому оледенению, имел по Svendsen et al (1999) восточную границу отмеченную точками $2b$. По М.Г. Гросвальду (2009) граница Ермаковского оледенения в Западной Сибири проходила восточнее и южнее, которую можно представить штрихпунктирной линией $3b$. Этой линией $3b$ показан (Svendsen et al.,

1999) предел оледенения в Европе и Западной Сибири, который мог быть, по мнению разных авторов в Четвертичном периоде. В рассматриваемой далее реконструкции палеоклимата будем ориентироваться на вышеотмеченные границы оледенений.

4.5. Критерии реконструкции палеоклимата

На основании данных об эволюции инсоляции попытаемся проследить изменение палеоклимата в Западной Сибири за 50 т.л.н. Начало оледенения территории можно определить, исходя из покрытия льдом суши в современную эпоху. В настоящее время льдом покрыта часть Новой Земли на широте 76° , высотные отметки которой имеют порядок 1000 м. На широте 80° льдом покрыты Северная Земля, Земля Франца Иосифа и Шпицберген, высота которых порядка сотен метров. Поэтому для континентальных, не горных, областей инсоляцию на широте 80° будем считать пороговой для начала оледенения.

Начало деградации ледника также относим к широте 80° . Полное исчезновение ледника при необходимом количестве тепла потребует некоторого времени. Поэтому отнесем этот момент к широте 70° . На этой широте ледников в Западной Сибири нет. Перечислим эти и другие критерии, которые будем использовать при реконструкции палеоклимата по эволюции инсоляции.

1. Если на широте φ инсоляция в эквивалентных широтах упала до $I = 80^\circ$, то ледник начал образовываться на этой широте.
2. Если после ледникового максимума на широте φ инсоляция в эквивалентных широтах увеличилась до $I = 80^\circ$, то начинается таяние ледника.
3. Если инсоляция в эквивалентных широтах повысилась до $I = 70^\circ$ на широте φ , то ледник деградировал на этой широте.
4. Озера-моря образуются при перекрытии ледником стока рек в Ледовитый океан.
5. Территории затапливаются водой в соответствии с их высотными отметками.
6. Озера-моря начинают уменьшаться при освобождении стока рек в Ледовитый океан.
7. При таянии ледников Гренландии и Антарктиды уровень Ледовитого океана повышается, и он наступает на берег.

8. Реконструируемые события должны согласовываться с палеоклиматическими данными.

4.6. Предпоследний ледниковый максимум или Ермаковское оледенение

Как видно из табл. 4.1, инсоляционный период 3, связанный с Ермаковским похолоданием, начался 53.8 т.л.н. Через 900 лет в эпоху 52.9 т.л.н. на широте 70° инсоляция в эквивалентных широтах достигла величины $I = 80^\circ$. В соответствии с первым критерием, льдом покрываются полностью Новая Земля, частично полуострова Ямал и Таймыр (рис. 4.2).

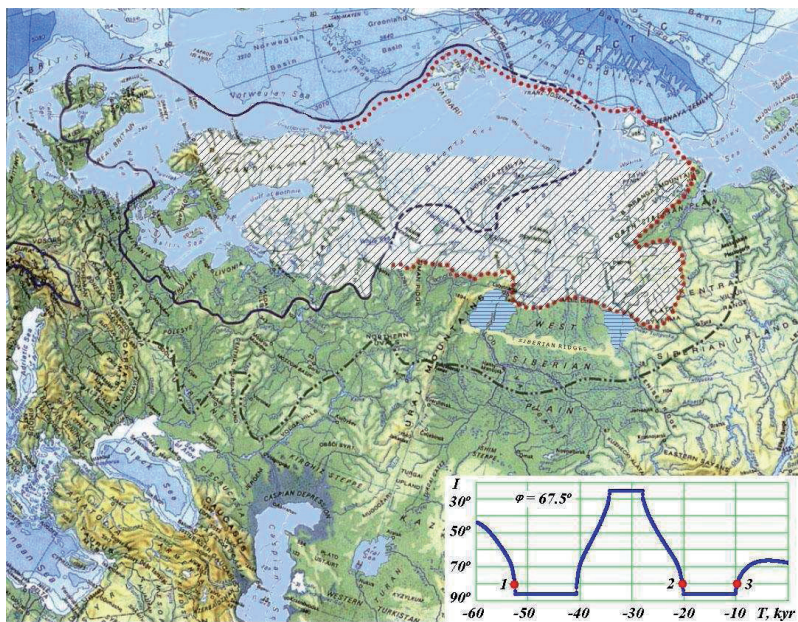


Рис. 4.3. Оледенение Западной Сибири в момент времени 52.6 т.л.н. Белым цветом с косой штриховкой показаны оледенения, а голубым цветом с горизонтальной штриховкой отмечены покрытые водой территории. На графике инсоляции в эквивалентных широтах $I(T)$ на широте $\phi = 67.5^\circ$ точкой 1 отмечено время этого события, когда $I = 80^\circ$.

В эпоху 52.6 т.л.н., когда инсоляция в эквивалентных широтах достигла величины $I = 80^\circ$ на широте 67.5° , оледенение территории распространяется до этой широты (рис. 4.3). При этом сток рек Оби,

Пура, Таза и Енисей в Северный Ледовитый океан перекрыт (Гросвальд, 2009). В устьях рек образуются пресноводные озёра.

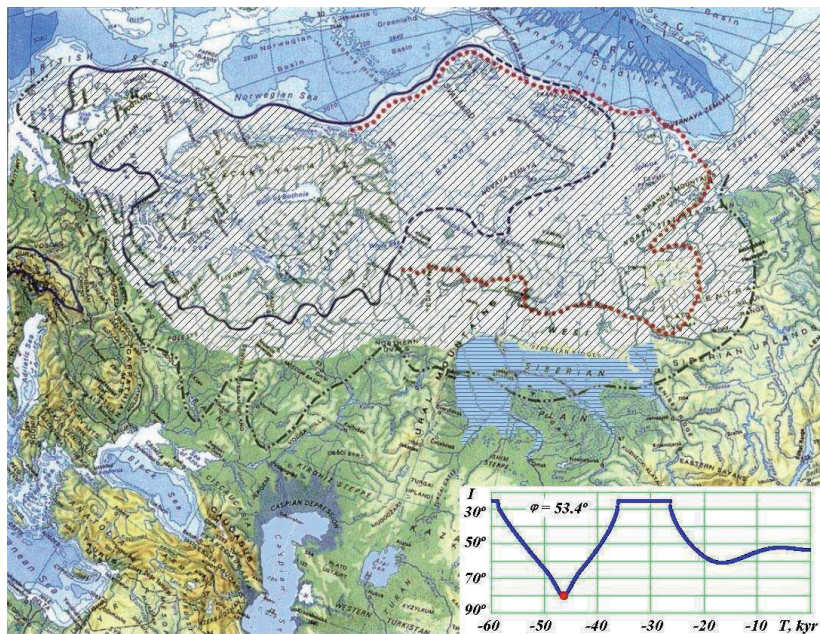


Рис. 4.4. Оледенение Западной Сибири в момент времени 46.4 т.л.н. В эту эпоху на широте $\varphi = 53.4^\circ$ инсоляция $I = 80^\circ$, т.е. оледенение может достигнуть этой широты. На графике инсоляции $I(T)$ точкой отмечено время этого события.

В момент максимального похолодания 46.4 т.л.н. инсоляция в эквивалентных широтах достигла величины $I = 80^\circ$ на широте 53.4° . Как видно из графика $I(T)$ на рис. 4.4 это происходит кратковременно. Поэтому широта 53.4° является предельной, на которой может наступить оледенение. При этом должно быть достаточное количество снежных осадков, чтобы за лето они не растаяли. Примерно на этой широте проводят максимальную границу оледенения Гросвальд М.Г. (2009) и Svendsen J.I. и др. (1999) (см. рис. 4.2). На рис. 4.4 мы провели границу оледенения до уровня Сибирских Увалов. В вышеотмеченных работах максимальную границу оледенения проводят как ниже Сибирских Увалов, так и выше. Южнее их располагается пресноводное озеро-море, которое может

препятствовать распространению оледенения. Поэтому полагаем, что ледник занимает территорию до Сибирских Увалов.

Озёра продвигаются южнее и растут в объеме. Во время максимального похолодания 46.4 т.л.н. на рис. 4.4 показано распространение воды по Западно-Сибирской равнине до высоты 68-69 м над уровнем моря. Так по Енисею она дошла до Енисейска (58° с. ш.), по Оби – практически до Томска, по Иртышу – до Омска, по Ишиму – до Ишима, а по Тоболу – до Кургана. При этом водой заполняется низковывотная местность вблизи рек. Исследователи выделяют Мансийское и Енисейское озера (Волков, Архипов, 1978; Волков и др., 1969). Первое занимает часть Западно-Сибирской равнины южнее Сибирских Увалов, а второе располагается в долине Енисея.

После минимума инсоляции 46.4 т.л.н. рост ледникового щита продолжался до 40.3 т.л.н., пока инсоляция на широте 70° не достигла значения $I = 80^\circ$ (см. т. 2 на графике $I(T)$ рис. 4.2). В эпоху 40.1 т.л.н. инсоляция в эквивалентных широтах достигает значения $I = 70^\circ$ на широте 67.5° (рис. 4.5). В соответствии с критерием 3 территория до этой широты освобождается от ледника. В связи с этим мощность озер на Западно-Сибирской равнине увеличивается. Севернее Сибирских увалов образуется Пуровское озеро. Оно совместно с Мансийским и Енисейским сливаются и образуют озеро-море Западной Сибири.

Для определения границ распространения водоемов определялись высоты местности. На рис. 4.5 показаны высоты вдоль основных рек, определенные с помощью общедоступной программы «Google Earth». На ней точками отмечены минимальные высоты над уровнем моря в ближайшей окрестности рек и древних водоемов.

С дальнейшим потеплением начинается таяние ледникового щита и происходит увеличение пресноводного моря до такой степени, что начинается его сток через Тоболо-Тургайскую ложбину в Туранскую низменность Приаралья и, возможно, с проходами на юге – в Каспийскую низменность.

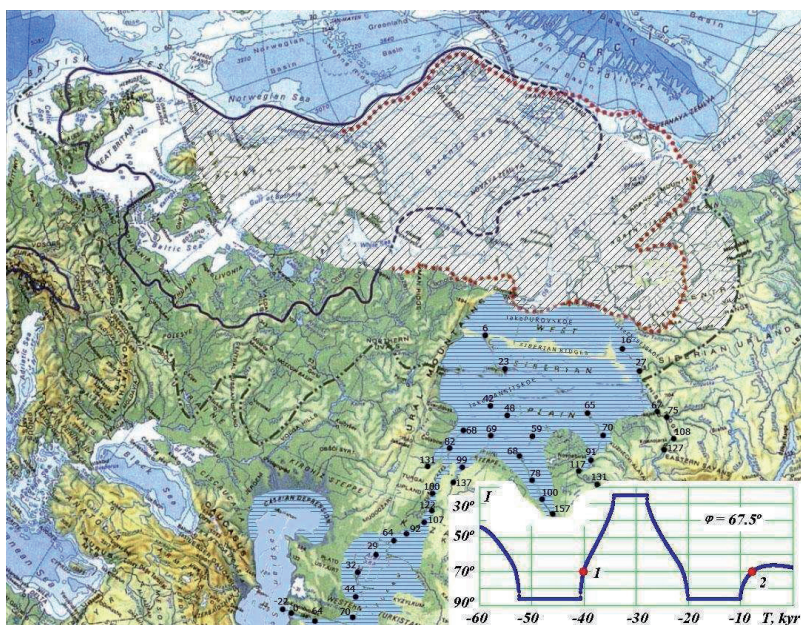


Рис. 4.5. Оледенение Западной Сибири в момент времени 40.1 т.л.н. На графике инсоляции $I(T)$ точкой 1 отмечено время этого события, когда достигается $I = 70^\circ$.

Центральная часть Тоболо-Тургайской ложбины простирается меридионально от истоков р. Убаган, (приток р. Тобол) до истоков р. Тургай (Илларионов, 2013). Ее поперечный профиль имеет корытообразную форму шириной 22-25 км. Как видно из рис. 4.5, современный уровень его дна преимущественно находится на отметке 100-107 м и не превышает 122 м. Древнее дно ложбины покрыто 70-90 м толщй четвертичных отложений, т.е. абсолютная отметка дна составляет 30-40 м (Илларионов, 2013). За прошедшие 40 т.л. часть этих отложений пополнились за счет размыва и сноса бортов ложбины многочисленными небольшими реками. Они питают озера Аксуат, Кушмурун, Жарман, Сарыкопа и др., которые находятся на дне ложбины.

Дополнительно отложения на дне ложбины пополнились во время Сартанского оледенения. Например, с глубины 75 - 77.5 м скважины 25 км южнее оз. Кушмурун обломок древесины имел

возраст 28800 (Гросвальд, 2009). Он был заключен в 3-метровый гравийно-галечный слой, покрытый 15-метровой толщей песка с гравием и галькой. Это свидетельствует об отложении его активным потоком в ложбине. Из скважины, расположенной 75 км южнее, с глубины 34 м старичная глина имела возраст 19140 лет. Эта глина преобладает в разрезе верхних 55 - 60 м отложений ложбины. Кроме того, по образцам из террас, врезанных в днище ложбины, получены датировки 10 800 и 11 600 л.н. (Гросвальд, 2009). Эти данные свидетельствуют, что высотные отметки дна ложбины 40 т.л.н. могли быть порядка 50 м. Это, во-первых, а во-вторых, во время Сарганского оледенения по ложбине шел сток из Западно-Сибирской низменности (Гросвальд, 2009), который также способствовал повышению ее высотной отметки. И, в-третьих, отмеченная выше толща песчано-галечных отложений на дне ложбины не является препятствием при появлении подпора воды. В течение нескольких лет она будет разжижена и снесена потоком воды.

Как видно рис. 4.5, высотные отметки к верховьям рек Енисей, Обь, Иртыш и Ишим превышают даже современную отметку Тоболо-Тургайской ложбины в 122 м. Поэтому истечение воды из образовавшегося пресноводного озера-моря могло быть только через эту ложбину, когда уровень озера-моря превышал уровень ложбины. Об этом имеется много свидетельств. Например, в 15-20 км ниже Новосибирска, в обнажении Красный Яр, на уровне 115 м выходит 8-10-метровая озерная толща, налегающая на горизонт древних почв с укоренившимися пнями с возрастом порядка 28-29 т.л.н. (Архипов и др., 1980). Это свидетельствует о высотной отметке озера-моря порядка 125 м (Волков, Архипов, 1978), (Волков и др., 1969). Следы этого озерного уровня сохранились также в долине Тобола, на Тобол-Ишимском и Ишим-Иртышском междуречьях. Чуть выше был уровень Енисейского озера, которое сообщалось с Мансийским через Кас-Кетскую и Верхнетазовскую сквозные долины. Как считал С.В. Гончаров (1986), это озеро достигало уровня 120-130 м, а по другим сведениям, оно поднималось выше 140 м (Гончаров, 1986).

В программе «Google Earth» был построен разрез местности (рис. 4.6) по предполагаемому водотоку (рис. 4.7), начиная от границы России и Казахстана и до Каспийского моря. Как видно из рис. 4.6, на

всем пути, длиной 2226 км, начиная от начала Тургайской ложбины и заканчивая Каспийским морем, современная высота дна ложбины в 122 м является наибольшей. Перед впадением р. Иргиз в р. Тургай имеется еще повышение поверхности до 107 м и до 70 м в районе Сарыкамышского озера.



Рис. 4.6. Разрез местности от границы России и Казахстана до Каспийского моря.

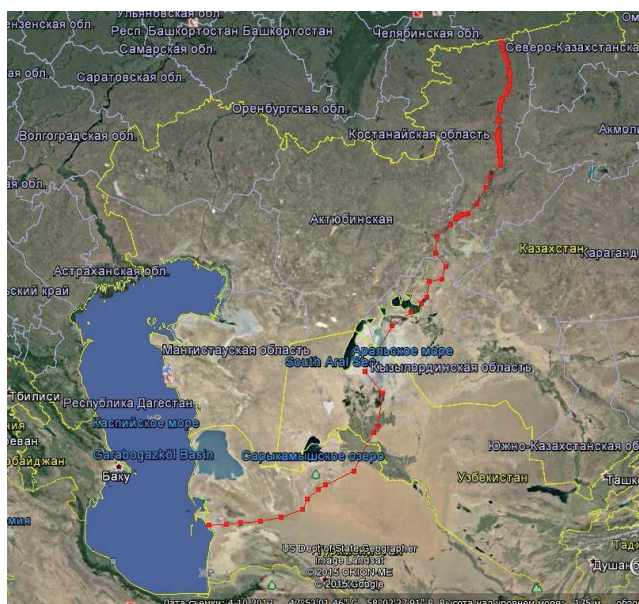


Рис. 4.7. Возможный путь воды с Западно-Сибирской низменности до Каспийского моря.

Итак, при стоке воды из Западно-Сибирской низменности через Тоболо-Тургайскую ложбину, она неизбежно попадает в Каспийское

море при одном условии. Сток должен быть такой мощности и продолжаться столько времени, чтобы заполнить водой территории с высотными отметками порядка 70-100 м.

Самый южный пояс морен, доходящий до подножия Сибирских Увалов, относят, как уже отмечалось, к Ермаковскому горизонту (Архипов, 2000; Архипов и др., 1980). Р.А. Бобков (2015) исследовал почвы Сибирских Увалов радиоуглеродным методом. Весь валунно-галечный материал в составе толщи Сибирских Увалов имеет изначально ледниковое происхождение, поскольку отличается слабой окатанностью, часто имеет ледниковые шрамы и царапины и абсолютно не характерен для данной территории. Однако внешний вид обломков показывает, что впоследствии каменный материал был интенсивно перемыт и долгое время находился в водной среде, чему свидетельствует тонкая коррозионная корка толщиной 1 – 2 мм поверхности валунов и галек (Бобков, 2015).

4.7. Каргинское межледниковье

Как видно из табл. 4.1, в эпоху 39.5 т.л.н. начинается Каргинский межледниковый период, который обозначен в табл. 4.1 как 2_I и длится до 22.08 т.л.н. Этот теплый период характеризуется самой большой инсоляцией $Q_s^{65N} = 7.43 \text{ ГДж/м}^2$ за 200 т.л.н., максимум которой наступает 31.28 т.л.н. Продолжается таяние ледника в высоких широтах. Инсоляция в эквивалентных широтах достигает значения $I = 70^\circ$ на широте 76° , которую можно отнести к середине Карского ледникового щита. В соответствии с критерием 3 ледниковые покровы небольшой толщины исчезают на территориях до этой широты. Освобождается сток рек в Ледовитый океан, вследствие чего озеро-море начинает уменьшаться (рис. 4.8). Его следы еще остаются в Туранской низменности.

Высота Карского ледникового щита достигала 1.5 км (Флинт, 1978), поэтому его таяние не завершается при достижении инсоляции значения $I = 70^\circ$ на средней его широте. Оценим время таяния Карского ледникового щита по времени его образования. Начало его образования мы отнесли ко времени 52.9 т.л.н., когда инсоляция достигла значения $I = 80^\circ$ на широте 70° (см. рис. 4.2). Рост ледника продолжался до эпохи 40.3 т.л.н., когда на этой же широте инсоляция после ее минимума не возросла снова до $I = 80^\circ$. Таким образом, рост

Карского ледникового щита продолжался 12.6 т.л. Будем считать, что не большее время потребуется для его таяния, т.е. ледниковый щит полностью растаял к 27.7 т.л.н.

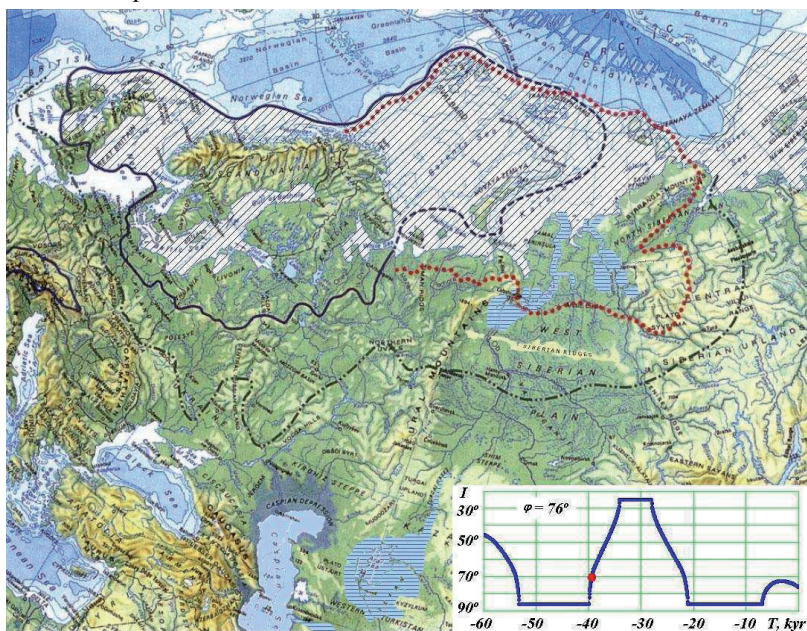


Рис. 4.8. Конец Ермаковского ледникового периода и начало Каргинского межледниковья в момент времени 39.5 т.л.н. На графике инсоляции в эквивалентных широтах $I(T)$ на широте $\varphi = 76^\circ$ точкой отмечено время этого события, когда $I = 70^\circ$.

С другой стороны северная граница Карского ледникового щита достигала широты 80° (Гросвальд, 2009), (Svendsen et al., 1999). На этой широте инсоляция в эквивалентных широтах принимает значение $I = 70^\circ$ в эпоху 39.3 т.л.н. Ледниковый щит такой мощности раньше времени 39.3 т.л.н. не мог растаять. Поэтому исчезновение Карского ледника может находиться в пределах от 39.3 т.л.н. до 27.7 т.л.н., и по среднему значению может быть отнесено ко времени 33.5 т.л.н. В этом случае его таяние длилось 6.8 т.л. Следует отметить, что таяние ледникового щита Сартанского времени, как считает Флинт Р.Ф. (Флинт, 1978), длилось 9 т.л.

Итак, в начале Каргинского потепления еще существуют остатки Западно-Сибирского моря. С его деятельностью связаны

террасы, озёрные отложения, конусы выноса входящих рек и эрозионные процессы на бортах выводных потоков (спилвеев). По Архипову (1997) казымская пачка Каргинского горизонта (дер. Казым-Мыс, правый берег нижней Оби) простирается по долине Оби до г. Колпашево и бассейна р. Васюган, а также до дер. Липовка на Тоболе. Ее возраст 33 - 31 т.л.н. На нижнем Енисее от г. Игарка до устья Бахты прослеживаются конощельские слои, аналог Казымскому слою с возрастом 33 - 32 т. л. Как правило, это аллювиально-озерные отложения с прослойками торфа.

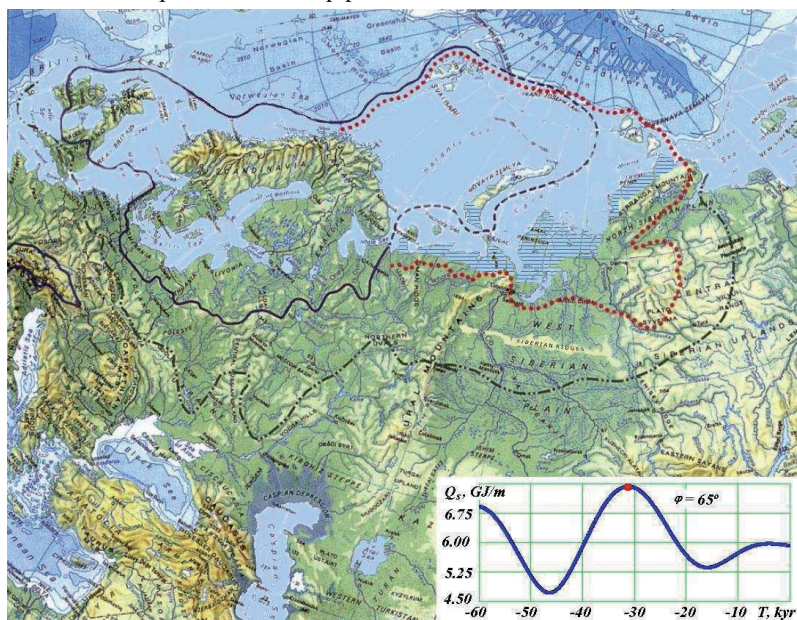


Рис. 4.9. Теплый период между оледенениями в момент времени 31.28 т.л.н. На графике инсоляции Q_s^{65N} точкой отмечено время этого события.

В самое теплое время 31.2 т.л.н. завершается таяние скандинавского и Карского ледниковых щитов. Тают также ледники Гренландии и Антарктиды. Уровень моря поднимается и затопляет низменные побережья (рис. 4.9). В северной части Западной и Восточной Сибири обнаруживаются следы морских отложений. Например, раковины на восточном Баренцево-Карском побережье и берегах Таймыра и Северной Земли имеют возраст от 24 до 38 т.л.н. (Гросвальд, 2009).

К концу этого периода 22.08 т.л.н. инсоляция приближается к среднему значению. Уровень океана понижается, и вода уходит с затопленных берегов.

4.8. Последний ледниковый максимум

Как видно из табл. 4.1, инсоляционный период I_1 , связанный с Сартанским похолоданием, начался 22.08 т.л.н. После двух тысяч лет непрерывного похолодания, в момент 20.8 т.л.н. (см. т. 3 на графике $I(T)$ на рис. 4.2) инсоляция в эквивалентных широтах достигла величины $I = 80^\circ$ на широте $\varphi = 70^\circ$, оледенение территории распространяется до этой широты. Поэтому картина оледенения территории такая же, как во время 52.9 т.л.н. на рис. 4.2.

Через 500 лет в момент 20.3 т.л.н. инсоляция в эквивалентных широтах (см. т. 2 на рис. 4.3) достигла величины $I = 80^\circ$ на широте 67.5° и оледенение распространяется до этой широты. Поэтому картина оледенения территории такая же, как во время 52.6 т.л.н. на рис. 4.3. В рассматриваемом случае ледник также перекрывает сток рек Оби, Пура, Таза и Енисея в Северный Ледовитый океан. В устьях рек образуются пресноводные озёра.

Этот период с минимумом инсоляции $Q_s^{65N} = 5.36$ ГДж/м² в эпоху 15.88 т.л.н. был теплее Ермаковского оледенения на 12%. Инсоляция в эквивалентных широтах достигла величины $I = 80^\circ$ на широте 61.5° , в отличие от широты $\varphi = 53.4^\circ$ в эпоху максимального похолодания 46.4 т.л.н. Но это происходило кратковременно, поэтому широта 61.5° является предельной, до которой могло доходить оледенение. По-видимому, в Западной Сибири, как показано на карте Svendsen J.I. и др. (1999) оледенение доходило до широты 65.5° . В этот период сформировался ледниковый рельеф Западной Сибири, в том числе краевые морены в зоне $65.5^\circ - 67^\circ$ с.ш. по южному подножию Салехардских увалов и Хадатейским грядам Тазовского полуострова (Архипов, 2000; Архипов и др., 1980). Севернее их расположены Ямало-Гыданские пояса морен на широте около 68° с.ш. от озёр Ярро-то на Ямале к востоку вдоль Гыданской гряды. Севернее расположены морены, которые являются самыми молодыми. Последние два гряда морен связаны с деградацией Сартанского ледника (Архипов, 2000; Архипов и др., 1980). Таким образом в

последнюю ледниковую эпоху ледник не достиг южный моренный пояс у Сибирских Увалов.

О существовании в этот период холодного климата в районе Сибирских Увалов подтверждают исследования энтомологов. Зиновьев Е.В. (2015) исследовал бассейн реки Вах, которая находится севернее Сибирских Увалов. До 15000 лет назад здесь был холодный климат, обусловивший распространение открытых тундровых ландшафтов, а формирование природных сообществ, близких к современным, началось после 12000 лет.

После минимума инсоляции на широте 67.5° инсоляция в эквивалентных широтах достигла значения $I = 80^\circ$ в эпоху 9.8. т.л.н. (см. т. 3 на графике $I(T)$ на рис. 4.3). На рис. 4.10 показана граница оледенения и образовавшееся озеро-море. С этого момента началось интенсивное таяние ледника. И во время 7.76 т.л.н. инсоляция $I = 70^\circ$, что привело к полному исчезновению ледника на этой широте. Флинт Р.Ф. (1978) считает, что разрушение ледникового покрова началось 15 т.л.н. и закончилось 6 т.л.н.

Когда началось таяние ледникового щита крупнейшие северные подводные желоба: Медвежинского, Франц-Виктория, Св. Анны и Воронина отводили ледяные потоки с Баренцево-Карского ледника в ледовитый океан (Гросвальд, 2009). Колонки, поднятые с глубины 470 м желоба Франц-Виктории содержали материал морены, покрытый ледниково-морскими илами с возрастом 12.9 т.л.н. и голоценовыми отложениями – 10 т.л.н. Деграция льда в желобе Св. Анны началась около 13 т.л.н. и завершилась к 10 т.л.н. (Гросвальд, 2009).

Ледниковый период Сартанского времени имел меньшую интенсивность, меньшую длительность по сравнению с Ермаковским. Кроме того после него не наступало такое сильное потепление, как после Ермаковского оледенения. Поэтому образовавшееся Мансийское озеро (см. рис. 4.10) имело меньшие размеры. По исследованиям (Архипов, 1997; Пятосина, 2005) его возраст порядка 20 - 10 т.л.н. и оно занимало меньшие площади, чем более древнее. Отложения более древнего озера перекрыты отложениями с останками мамонтов, возраст которых примерно 18 т.л.н. (Пятосина, 2005).

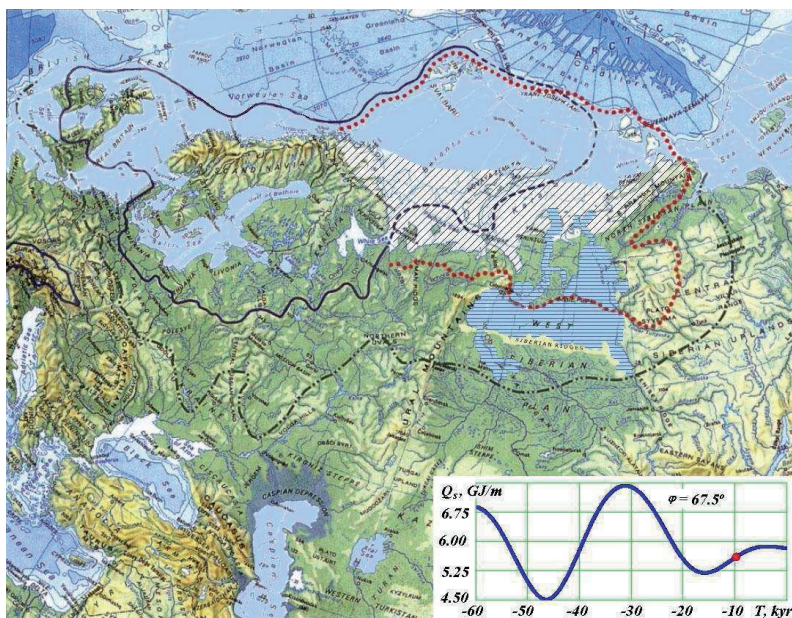


Рис. 4.10. Оледенение Западной Сибири в момент времени 9.8 т.л.н. На графике летней инсоляции Q_s в ГДж/м² на широте 67.5° точкой отмечено время этого события.

Возраст Колпашевской террасы на средней Оби на высоте 55 м., образованной Мансийским морем, находится в пределах 12.8 - 10.6 т.л.н. (Архипов, 1997). К ней примыкает транзитная терраса-равнина (Арсланов и др., 1983), которая прослеживается через всю зону Сарганского оледенения до устья Оби. Её возраст 12.26 ± 0.17 т.л.н. На среднем Енисее терраса высотой 60 - 70 м у Фарково имеет возраст от 16.4 до 11.7 т.л.н.

По Архипову (Архипов, 1997) конус выноса в бассейн верхней Оби выходит из Алтая по долинам рек Бии, Катунь и др., проходит по Бийско-Барнаульской впадине до Новосибирска и далее протягивается в акваторию Мансийского палеозера. Он формирует ряд террас, высота которых на Алтае достигает 220 - 240 м, у Новосибирска – 140 - 120 м., в Томском Приобье – 100 - 80 м. Далее конус выноса уходит по ложбинам Приобского плато в Кулундинскую равнину и в долину Иртыша. Возраст конуса выноса и его террас находится в пределах 17.6 - 10.4 т.л.н. (Архипов, 1997; Бутвиловский, 1993; Панычев, 1979).

4.9. Оптимум инсоляции в Голоцене

Как видно из табл. 4.1, инсоляционный период O_1 , связанный с оптимумом в Голоцене, начался 6.86 т.л.н. и продолжается по настоящее время. В эпоху $T = 4.16$ т.л.н. имеется небольшой максимум инсоляции. Он не превышает средний уровень инсоляции (Смутьский, 2015). Тем не менее, с минимума инсоляции 15.88 т.л.н. до этого максимума шло непрерывное потепление. Поэтому уменьшались в объеме ледниковые покровы, что приводило к повышению уровня моря и затоплению побережий.

По мнению исследователей (Васильчук, 1982; Ершов, 1989) оптимум Голоцена однозначно проявляется в интервале 9 – 3.3 т.л.н. Исходя из полинологических данных потепление в нем было выражено более слабо, чем в предыдущее межледниковье (Ершов, 1989). С конца ледникового периода до оптимума голоцена, т.е. 8 т.л.н. ÷ 5 т.л.н., принято считать, что происходила трансгрессия моря, с 5 т.л.н. и по настоящее время море отступает (Ломанченков, 1966). В связи с этим, формирование новой современной террасы и пойменных террас в долинах рек происходят после оптимума Голоцена (Ломанченков, 1966; Сакс, 1953).

4.10. Заключение

Выполненные сопоставления инсоляции и палеоклимата за последние 50 тыс. лет показывают, что ход событий в Западной Сибири определяется изменением инсоляции. Представленное в работе мнение геологов, географов и др. специалистов, которые объясняли палеоданные периодическими оледенениями побережья и шельфа Карского и Баренцевых морей, а также следующими из-за этого появлениями Западно-Сибирского моря, подкрепляются изменениями инсоляции. Поэтому представляется излишним привлечение гипотез о тектоническом опускании Западно-Сибирской равнины или о затоплении ее мировым океаном при чрезмерном повышении его уровня.

В главе учтена лишь малая часть имеющихся палеоданных. Повидимому, последовательные рассмотрения позволят их объяснить изменениями инсоляции. Например, отмечаемые рядом авторов засоленности грунтов или отложения не пресноводных водоемов не противоречит образованию Западно-Сибирского моря за счет

перекрытия стока рек. За тысячи лет непроточные водные бассейны, например, Аральское море, или их части, например, Балхаш, превращаются в соленые.

Предпринятая попытка реконструкции палеоклимата на данном этапе является весьма схематичной. Она позволяет лишь определиться с главной причиной изменения палеоклимата и в пределах нескольких тысяч лет сказать о возрасте палеособытий. В процессе этой работы было введено несколько критериев для определения начала и конца событий. Их выбор, а также величина в дальнейшем будет совершенствоваться. Кроме того, изменения палеоклимата определяется совокупностью многих процессов, которые характерны для каждой территории. А инсоляция на определенной широте одинакова по всему земному шару. Поэтому для полной реконструкции палеоклимата нужно рассматривать действие этих процессов. Например, рост ледника зависит от количества выпадающего снега зимой и от таяния его летом. Поэтому нужно разрабатывать модель снегонакопления. Она позволит уточнить время, необходимое для роста ледника до уровня, при котором перекроется сток рек Оби и Енисея. Затем начинается заполнение водой Западно-Сибирской низменности. Расход рек и испарение воды определяет время ее заполнения. Модель этих процессов позволит уточнить время, когда начнется сток сибирских рек через Тоболо-Тургайскую ложбину. Модель стока и испарения позволит также определить время, необходимое для заполнения Туранской низменности, а также установить возможность и время прохода стока Западно-Сибирского моря в Каспий.

После прохождения минимума инсоляции начинается таяние ледникового щита. Модель таяния позволит определить момент освобождения стока рек в ледовитый океан. Здесь снова можно использовать модель стока и испарения для определения времени осушения Западно-Сибирской низменности.

Модель таяния ледниковых щитов Евразии и Америки, а также ледников Гренландии и Антарктиды позволит определить динамику повышения уровня мирового океана, а также возраст и длительность трансгрессии моря.

Даже вышеперечисленные модели этих нескольких процессов позволят существенно детализировать реконструкцию палеоклимата, и она уже будет в большей степени определяться местными характеристиками территории. В дальнейшем могут быть вовлечены и другие процессы, оказывающие влияние на палеоклимат.

Во все вышеперечисленные процессы эволюция инсоляции входит одним из главных факторов. Поэтому ее влияние на изменение палеоклимата будет не только в виде общей причины его изменения, которая рассмотрена в настоящей работе, но и в виде опосредствованных воздействий через другие процессы.

Следует отметить, что палеоклиматические изменения в Западной Сибири связаны с таковыми в Европейской части России и в центральной Сибири. Если вода сибирских рек попадает в Каспий, то колебания его уровня будут привязаны к колебаниям палеоклимата Западной Сибири. Имеются свидетельства (Михайлов, 2000; Палеогеографический..., 1985; Рычагов, 1997), что уровень Каспия повышался до +27 м и он по Кумо-Манычской впадине стекал в Азово-Черноморский бассейн. Это могло происходить на стыке инсоляционных периодов $3_I - 2_I$ (см. рис. 4.5 и рис. 4.10). При этом высказываются противоположные мнения, что Черное море стекало в Каспий. Это также возможно во время Каргинского потепления. Уровень Каспия понизится из-за очень теплого лета. А за счет таяния льдов Гренландии и Антарктиды уровень мирового океана повысится (см. рис. 4.9). Если повышение будет больше 27 м, воды Черного моря потекут в Каспий. В плейстоцене по этому проливу бассейны Каспийского и Черного морей соединялись неоднократно (Попов, 1983). Последний раз пролив существовал 15-12 тысяч лет назад. В это время, по предположению ряда исследователей (Михайлов, 2000; Палеогеографический..., 1985; Рычагов, 1997), Каспий входил в Акчагыльское море, соединявшееся либо с Индийским океаном, либо с Северными морями.

Как видим, соединение Каспия могло быть с северными морями через Тоболо-Тургайскую ложбину и Западно-Сибирское море. Далее по Енисею, это соединение устанавливалось с о. Байкал.

По-видимому, дальнейшие исследования связей инсоляции с палеоклиматом по сопредельным с Западной Сибирью регионам, а

также создание моделей вышеупомянутых процессов позволяет установить хронологию и достоверность вышеперечисленных свидетельств и мнений.

ГЛАВА 5

ЭВОЛЮЦИЯ ЯВЛЕНИЙ СОЛНЦА

Аннотация

В главе рассмотрена теория явлений, связанных с прохождением Солнца на небе при изменении параметров орбитальном и вращательном движении Земли. В главе 1 показано, что изменение угла наклона экватора к эклиптике происходят от 14.8° до 32.1° . Эти результаты объясняют колебания палеоклимата, а также согласуются с рядом свидетельств палеоастрономии. Для расчета длительности солнечных суток, уравнения времени, долготы светового дня, азимутов суточного движения Солнца, его восходов и заходов, длины и азимута тени гномона, длительности полярных дней и ночей, сезонов года и других явлений разработана программа в среде MathCad. С ее помощью выполнены расчеты феноменов Солнца в современную эпоху и в 4 экстремальных эпохи на интервале 50 тыс. лет назад. Глава представляет интерес для широкого круга специалистов в области наук о Земле и может использоваться студентами при выполнении курсовых и дипломных работ.

5.1. Введение

Новые решения задачи об эволюции вращательного движения Земли (Смутьский и Сеченов, 2007; Smulsky, 2011a) показали, что ось вращения Земли совершает значительные колебания (Смутьский, 2013a; Смутьский, 2014; Smulsky, 2016). Эти решения уже рассматривались в главе 1. На рис. 1.12 линией 1 показано, что новые изменения угла наклона ε (угол между плоскостями экватора Земли и ее орбиты) происходят от 14.8° до 32.1° при современном его значении 23.4° . В то же время по прежним теориям, например (Laskar et al, 2004a) (см. рис. 1.12, линия 2) угол ε изменялся от 22.21° до 24.43° . На рис. 1.12 показана эволюция угла наклона ε за прошедшие

200 тыс. лет. Примерно такой же диапазон изменения ε получен (см. рис. 1.11) при решении задачи за будущие 200 тыс. лет (Смутьский, 2013а). Из приведенных значений видно, что диапазон колебания угла наклона по новым решениям в 7-8 раз больше, чем по прежним теориям.

Эти результаты на протяжении нескольких лет проверялись. Задача была решена еще тремя другими методами (Смутьский, 2014; Smulsky, 2016). Результаты не изменились. Кроме того, полученные в этой задаче изменения параметров вращательного движения Земли на интервале нескольких тысяч лет, для которых имеются наблюдения, совпали с данными наблюдений.

Как видно из рис. 1.12, новые решения 1 отличаются от прежних 2 не только амплитудами колебания, но и моментами наступления экстремумов. Эти отличия в эволюции угла наклона ε приводят к таким же существенным отличиям в эволюции инсоляции Земли (Смутьский, 2013а; Смутьский, 2014). При сопоставлении нового изменения инсоляции за прошедшие 50 тыс. лет с палеоклиматом было установлено (Смутьский, 2015), что оно объясняет все известные его колебания: суровый ледниковый период 46 тыс. лет назад, сильное потепления 31 тыс. лет назад, последний ледниковый период 16 тыс. лет назад и небольшое потепления 4 тыс. лет назад.

Существуют свидетельства, что угол наклона ε изменялся более существенно, чем это следует из прежних теорий. Например, М. И. Ибрапилов (2003) исследовал сотни древних календарей в Дагестане. Он пришел к выводу, что угол наклона ε изменялся от 19-20° до 32-33°. Возраст датировки календарей у него доходит до 65 тыс. лет. Б. Г. Тилак (2002) исследовал тексты Вед, Бхагавад-Гиты, Авесты и др. древних источников. В них используются характеристики полярной области, как будто древние арии обитали в ней. Это можно объяснить только большими углами наклона ε . В этом случае полярный круг проходит южнее современного и, дополнительно, на этих широтах становится теплее. Тем самым создаются необходимые для жизни человека условия в полярной области.

Ряд календарей в Дагестане М. И. Ибрапилов (2003) называет обсерваториями, т.к. они позволяли определять моменты наступления лунных и солнечных затмений. Таких обсерваторий найдено

достаточно много, в том числе Стоунхендж в Англии (Chippindale, 1983) и Ales Stones на юге Швеции (Mörner, Lind, 2012). Многие из них, в том числе последние, ориентированы по азимуту восхода Солнца в дни летнего и зимнего солнцестояния. Такие обсерватории и календари называют азимутальными. В зенитных обсерваториях и календарях (Исрапилов, 2003) объекты ориентированы так, чтобы можно было фиксировать зенитные углы солнцестояний, равноденствий и других моментов, важных для хозяйственной деятельности человека. В календарях третьего вида, которые были распространены на Алтае и в Сибири (Ларичев, 1989), календари выполнялись в виде жезлов, пластин, фигур животных и даже женских украшений. На них насечками или другим способом отмечены дни года и моменты наступления различных феноменов Луны и Солнца. По этим календарям можно определить продолжительность интервалов между днями равноденствий и солнцестояний, а также временные характеристики других астрономических явлений.

Характеристики календарей зависят от параметров орбитального и вращательного движения Земли, а также от широты места нахождения календаря. Однако зависимость эта сложна и не очевидна. Для понимания механизма функционирования календаря и его расшифровки необходимо использовать теорию солнечных явлений. Имеющееся в астрономии описание этих феноменов достаточно сложное. Оно не позволяет исследователям древних календарей оперативно рассчитывать условия применительно к рассматриваемому календарю и подбирать различные варианты параметров, от которых зависят зафиксированные календарем явления.

Целью настоящей главы является создание такой теории. В отличие от существующей таковой в астрономии, в ней используется другой алгоритм определения долгот Солнца при его годовом движении. Кроме того, все математические операции алгоритмизированы и представлены в виде программы SunPhnmen.mcd в среде MathCad. Для ориентировки исследователей древних календарей рассчитаны солнечные феномены при современных и при отличающихся от современных параметрах

орбитального и вращательного движения Земли. Они взяты для четырех экстремумов ε за последние 50 тыс. лет (см. рис. 1.12): $T = 2.8; 15.32; 31$ и 46.44 тыс. лет назад.

5.2. Геометрические характеристики движения Солнца по небосводу

5.2.1. Движение Солнца в течение года

Геометрические характеристики движения Солнца по небосводу применительно к расчету инсоляции уже рассматривались на рис. 1.1 в главах 1 и 3. Так как здесь потребуются дополнительные характеристики Солнца, то рассмотрим положение Солнца S над точкой M земной поверхности еще раз на рис. 5.1. Плоскость горизонта в т. M на небесной сфере l нанесена горизонтальным кругом NN' . Перпендикуляр к плоскости NN' пересекает поверхность небесной сферы l в точке зенита Z . Солнце S совершает вокруг Земли годовое движение по орбите, которая проектируется на небесную сферу в виде круга эклиптики EE' . Движение происходит против стрелки часов с началом отсчета долготы λ Солнца в точке весеннего равноденствия γ . В этой точке Солнце находится в плоскости экватора AA' , когда из южного полушария переходит в северное.

Видимое орбитальное движение Солнца вокруг Земли обусловлено неравномерным движением Земли вокруг Солнца по орбите, которая является эллипсом. Относительно неподвижных звезд, как уже упоминалось в главе 2, период движения по орбите P_{sd} называется сидерическим годом. В главе 2 представлен алгоритм расчета долгот Солнца λ_{jl} , где $j1 = 1, 2, \dots, 365$, по дням года $T_{d,j1} = 1, 2, \dots, 365$.

Отсчет дней начинается от момента весеннего равноденствия, т.е. $j1 = 0$ соответствует моменту равноденствия. Задача движения Земли относительно Солнца рассматривается в полярной системе координат (r, φ_o) , где r – расстояние Земли от Солнца, а φ_o – угловое положение Земли на орбите относительно перигелия орбиты. Время t_{fp} движения Земли по орбите от точки перигелия P_E (рис. 2.1а) до точки E ее нахождения с углом φ_o рассчитывается по формуле (2.4). Напомним принятые в ней обозначения:

R_p – радиус перигелия;

v_p – скорость Земли в перигелии.

$\alpha_1 = \mu_1 / (R_p v_p^2)$ – параметр траектории;

$\mu_1 = -G(M+m)$ – параметр взаимодействия;

G – гравитационная постоянная;

M – масса Солнца;

m – масса Земли;

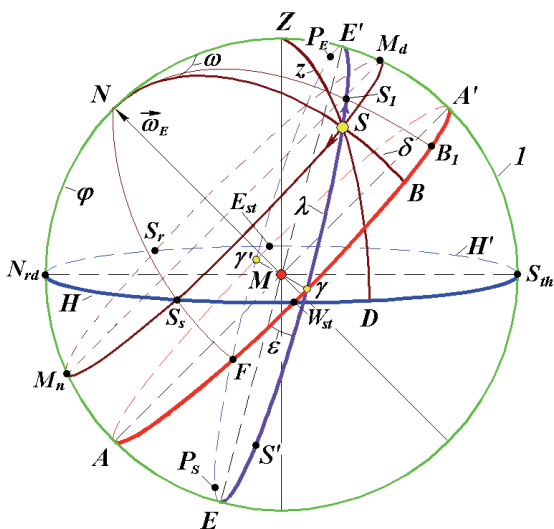


Рис. 5.1. Основные геометрические характеристики Солнца S и наблюдателя M на земной поверхности. Характеристики небесной сферы 1: AA' – плоскость подвижного экватора; EE' – плоскость подвижной

эклиптики, а ε – угол между плоскостями AA' и EE' ; N – северный полюс; Характеристики плоскости горизонта HH' : дуга $N_{rd}N = \varphi$ – географическая широта точки M на плоскости горизонта; Z – зенит точки M ; N_{rd} , E_{st} , S_{th} и W_{st} – точки Севера, Востока, Юга и Запада, соответственно, на круге горизонта HH' . Характеристики годового движения Солнца по кругу эклиптики EE' : $\delta = SB$ – склонение Солнца; $\lambda = \gamma S$ – долгота Солнца; точки γ , E' , γ' и E – точки нахождения Солнца в дни весеннего равноденствия, летнего солнцестояния, осеннего равноденствия и зимнего солнцестояния, соответственно; SS_1 – путь Солнца за одни солнечные сутки. Характеристики суточного движения Солнца по кругу $S_r M_d S_s M_n$: точки S_r , M_d , S_s и M_n положения центра Солнца в моменты восхода, полудня, захода и полуночи, соответственно; $z = \angle ZMS$ – зенитный угол Солнца; $\omega = \angle ZNS$ – часовой угол Солнца, отсчитываемый от полудня.

t_a – время движения от перигелия до афелия;

$e = -(1 + \alpha_1)/\alpha_1$ – эксцентриситет орбиты.

Этот алгоритм отличается от традиционного, основанного на уравнении Кеплера. Он, как уже отмечалось, базируется на точном решении задачи двух тел и является более простым в использовании. Программа `Ins12bd.mcd` в среде `MathCad` для расчета долгот λ_{jl} и других характеристик инсоляции Земли имеется в свободном доступе (Смутьский, 2013б). Алгоритм для определения долгот λ_{jl} включен в пункты 3-5 программы `SunPhnmen.mcd` расчета феноменов Солнца, которая представлена в Приложении.

Как уже отмечалось, формулой (2.4) определяется время движения Земли от точки положения ее перигелия P_E (см. рис. 5.1). Перигелий относительно восходящего узла γ определяется углом $\varphi_{p\gamma}$. Относительно Земли Солнце движется по той же орбите, но его перигей P_S сдвинут на 180° , т.е. угол перигея Солнца $\nu = \varphi_{p\gamma} + \pi$. Так как долгота Солнца λ , также отсчитывается от восходящего узла γ (см. рис. 5.1), то полярный угол φ_o в формуле (2.4) выразится через долготу λ так:

$$\varphi_o = \lambda - \nu = \lambda - \varphi_{p\gamma} - \pi \quad (5.1)$$

Итак, формулами (2.4) и (5.1) определяется время годового движения Солнца по небесной сфере, т.е. по эклиптике EE' , в зависимости от его долготы λ .

Эксцентриситет орбиты e , угол перигелия $\varphi_{p\gamma}$ и угол наклона орбиты ε к экватору изменяются со временем. Они определяются в результате решения рассмотренных в главе 1 двух задач об орбитальном и вращательном движении Земли. В рассматриваемых программах в среде `MathCad` эти параметры в зависимости от времени T , считываются из файла, например, файла `OrAl-200.prn` – за 200 тысяч лет назад (т.л.н.).

Положение Солнца S (рис. 5.1) на эклиптике EE' известно в любой момент времени t . А угловое расстояние Солнца SB от экватора, т.е. угол склонения δ , определяется известным в астрономии выражением

$$\delta = \arcsin(\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda). \quad (5.2)$$

Выражение (5.2) выведено в главе 2 и обозначено как (2.16). Многие из выведенных нами формул известны в астрономии. Однако необходимо осуществлять вывод формул по-новому, чтобы быть уверенным в возможности их использования при измененных параметрах орбитального и вращательного движения Земли.

Если в формулу (5.2) подставить $\lambda = \lambda_{j1}$, то мы получим склонение δ_{j1} для каждого дня года. В этой формуле и в последующих, с целью упрощения изложения, индекс $j1$ опускаем. Координатами λ и δ полностью определяется годовое движение Солнца по небосводу. В дальнейшем потребуется угловое расстояние Солнца γB (рис. 5.1) на экваторе AA' , которое известно в астрономии как прямое восхождение α_S . Здесь индекс S , обозначающий Солнце, введен для отличия при обозначении значком α других параметров.

В сферическом прямоугольном треугольнике γSB известны углы: $B = \pi/2$; $\gamma = \varepsilon$ и две стороны: $\gamma S = \lambda$, $BS = \delta$. Согласно преобразованиям сферической тригонометрии, например, формулы (1.1.013) в работе (Справочное руководство, 1976) можем записать для неизвестной стороны $\gamma B = \alpha_S$:

$$\sin \alpha_S = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon.$$

После подстановки в это выражение δ из (5.2) получаем прямое восхождение Солнца в следующем виде:

$$\alpha_{S0} = \arcsin \frac{\cos \varepsilon \cdot \sin \lambda}{\sqrt{1 - (\sin \varepsilon \cdot \sin \lambda)^2}}; \quad \alpha_S = \alpha_{S0} \text{ при } \lambda \leq 0.5\pi; \quad (5.3)$$

$$\alpha_S = \pi - \alpha_{S0} \text{ при } 0.5\pi < \lambda \leq 1.5\pi; \quad \alpha_S = 2\pi + \alpha_{S0} \text{ при } \lambda > 1.5\pi.$$

В формулу (5.3) входит долгота Солнца λ , которая изменяется от 0 до 2π . Так как функция $\arcsin$ многозначна, то на интервалах λ , больших $\pi/2$, необходимо выбирать нужные значения по представленному алгоритму.

Плоскости экватора AA' и эклиптики EE' изменяются в пространстве, вследствие чего точка весеннего равноденствия γ по часовой стрелке перемещается по эклиптике за год на $50''.25641$. Как уже отмечалось, годовое движение Солнца проходит по кругу эклиптики EE' против часовой стрелки, что отражается изменением долготы λ , начиная от точки весеннего равноденствия γ . Поэтому

время прохождения Солнцем двух последовательных точек весеннего равноденствия, т.е. тропический год $P_{tr} = 365.24219879$ дней, меньше сидерического года P_{sd} . Для того, чтобы сезоны года не смещались по датам, современный календарь основан на тропическом годе.

Солнце S при годовом движении по эклиптике EE' (см. рис. 5.1) в момент весеннего равноденствия находится в т. $\gamma (\lambda = 0)$, а в день летнего солнцестояния Солнце проходит т. $E' (\lambda = \pi/2)$, в момент осеннего равноденствия находится в т. $\gamma' (\lambda = \pi)$, а в день зимнего солнцестояния проходит т. $E (\lambda = 3\pi/2)$. В п. 8 программы SunPhnmen.mcd вычислены моменты в днях прохождения точек лета T_{dsm} , осени T_{dau} и зимы T_{dwn} . Точку весеннего равноденствия, как уже отмечалось, Солнце проходит в момент $T_{dsp} = 0$. Так как ряд долгот λ_{jl} расположен по целочисленному ряду дней T_{djl} , то эти расчеты проводятся интерполяцией по соседним значениям долгот. Продолжительности сезонов: весны, лета, осени и зимы рассчитываются по разностям этих моментов, соответственно:

$$\begin{aligned} \Delta T_{dsp} &= T_{dsm} - T_{dsp}; & \Delta T_{dsm} &= T_{dau} - T_{dsm}; \\ \Delta T_{dau} &= T_{dwn} - T_{dau}; & \Delta T_{dwn} &= P_{tr} - T_{dwn}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Результаты расчетов моментов наступления сезонов и их длительностей, согласно (5.4), приведены в табл. 5.1 для пяти эпох. Как уже отмечалось, четыре эпохи выбраны в моменты наступления экстремумов угла наклона ε . Как видно из табл. 5.1 величина ε изменяется от 0.25841 до 0.55875 в радианах, или от 14.8° до 32.1° в градусах. В современную эпоху ($T = 0$) наибольшую длительность имеет лето ($\Delta T_{dsm} = 93.654$ дня), а наименьшую – зима ($\Delta T_{dwn} = 88.981$ дня). В эпоху $T = 2.8$ т.л.н лето имеет еще большую длительность, а наименьшую – осень. В эпоху $T = 15.32$ т.л.н лето имеет наименьшую длительность, а наибольшую – осень. Аналогичные изменения длительности сезонов происходят в остальные эпохи. Однако эти изменения не очень большие и не превышают 6 дней.

В табл. 5.1 приведены длительности сезонов для северного полушария. Эти данные применимы и для южного полушария, если весну заменить осенью, а лето – зимой. Следует отметить, что приведенные в табл. 5.1 длительности сезонов для современной эпохи ($T = 0$) совпадают с известными в астрономии.

Таблица 5.1. Количество дней до начала сезонов в Северном полушарии и их продолжительность в эпохи T наступления экстремумов угла наклона ε . T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.

№	T	ε	T_{dsm}	T_{dau}	T_{dwn}	ΔT_{dsp}	ΔT_{dsm}	ΔT_{dau}	ΔT_{dwn}
1	0	0.40916	92.770	186.425	276.261	92.770	93.654	89.837	88.981
2	-2.8	0.41343	94.226	186.029	274.484	94.226	91.803	88.454	90.759
3	-15.3	0.33237	88.484	181.276	275.458	88.484	92.792	94.183	89.784
4	-31	0.55875	91.191	179.887	271.280	91.191	88.697	91.393	93.962
5	-46.4	0.25841	92.806	185.831	275.649	92.806	93.026	89.818	89.593

5.2.2. Суточное движение Солнца

Земля совместно с наблюдателем M (см. рис. 5.1), кругом горизонта HH' и меридианом $NZE M_d A'$ вращается вокруг оси вращения Земли MN , с угловой скоростью $\bar{\omega}_E$. Вращение происходит против часовой стрелки. Поэтому Солнце относительно Земли и, в частности, относительно круга горизонта HH' по часовой стрелке перемещается по кругу $S_r M_d S_s$ параллельно экватору AA' . В точке S_r оно восходит над горизонтом HH' , в точке M_d находится в полдень, а в точке S_s заходит за горизонт, а в точке M_n находится в полночь. Часовой угол ω Солнца S отсчитывается от меридиана $NZE M_d A'$, проходящего через точку полдня M_d . Часовой угол ω равняется дуге AB на круге экватора AA' . Угловое расстояние Солнца от зенита Z определяется дугой $ZS = z$, где z называется зенитным углом. Вывод углов z и ω уже рассматривался в главе 2. Так как с их выводом связан вывод других феноменов Солнца, то повторим его.

В сферическом треугольнике NZS известны две стороны: $NZ = \pi/2 - \varphi$; $NS = \pi/2 - \delta$ и угол $N = \omega$ между ними. Тогда по теореме косинусов (Справочное руководство, 1976) $\cos ZS = \cos NZ \cdot \cos NS + \sin NZ \cdot \sin \varphi \cdot \cos N$ он запишется в следующем виде (Смутьский и Кротов, 2013; Smulsky and Krotov, 2014):

$$\cos z = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \omega. \quad (5.5)$$

Зенитный угол z отсчитывается от точки зенита Z против часовой стрелки. В точке восхода S_r он равен: $z = -\pi/2$, в точке захода S_s угол $z = \pi/2$. При этих углах из выражения (5.5) определяется часовой угол заходов и восходов Солнца.

$$\omega_0 = \pm \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta). \quad (5.6)$$

В представленном на рис. 5.1 положении наблюдателя M и Солнца S длительность дня больше длительности ночи. При нахождении Солнца S в полдень в точке E' длительность дня будет наибольшая. Это точка летнего солнцестояния, по-другому, летнего солнцеворота. До этого момента Солнце каждый день приближалось к зениту Z , а в последующие дни оно будет удаляться от зенита. При нахождении Солнца S в точке E наибольшей будет длительность ночи. Это точка зимнего солнцестояния. А при нахождении Солнца S в точках γ или γ' его суточное перемещение будет происходить по кругу экватора AA' . Этот круг пересекает круг горизонта HH' по его диаметру, поэтому время нахождения Солнца над горизонтом и под ним одинаково, т.е. длительность дня равна длительности ночи.

Если наблюдатель в точке M на рис. 5.1 будет находиться на большей широте, т.е. дуга $N_{rd}N$ будет больше, то окружность SM_d не пересечет круг горизонта HH' . В этом случае для наблюдателя M наступит полярный день. При нахождении Солнца S' в южном полушарии вблизи т. E круг его суточного движения также не пересечет линию горизонта HH' . В этом примере широты для наблюдателя в точке M наступит полярная ночь.

5.3. Длительность солнечных суток

Длительность солнечных суток T_{sd} определяется периодом прохождения Солнца через точку полдня M_d (рис. 5.1). За время T_{sd} Солнце S по эклиптике EE' переместится в точку S_l с прямым восхождением $\alpha_{sl} = \gamma B_l$, которое определяется формулой (5.3). В связи с этим полдень наступит при часовом угле $\omega_{sd0} < 2\pi$ на величину $\Delta\alpha_0 = \alpha_{sl} - \alpha_s$, т.е. часовой угол солнечных суток будет

$$\omega_{sd0} = 2\pi - \Delta\alpha_0. \quad (5.7)$$

Как следует из (5.3) величина $\Delta\alpha_{0,jl}$ определяется разностью долгот Солнца λ_{jl} за два соседних дня. Величина $\Delta\lambda_{jl}$ изменяется по двум причинам: из-за неравномерного движения Солнца по эллиптической орбите и из-за наклона орбиты под углом ε к плоскости экватора. Из-за наклона одинаковые дуги SS_l на круге эклиптики EE' проектируются в неодинаковые дуги BB_l на круге экватора AA' . Разность прямых восхождений за два соседних дня запишем в виде:

$$\Delta\alpha_{0,jl} = \alpha_{s,jl} - \alpha_{s,jl-1}.$$

Найдем среднюю за год разность прямых восхождений

$$\Delta\alpha_m = \sum_{j=1}^{365} \frac{\Delta\alpha_{0,jl}}{365}. \quad (5.8)$$

Тогда по отношению к средней величине $\Delta\alpha_m$ разность долгот за солнечные сутки будет $\Delta\alpha = \Delta\alpha_0 - \Delta\alpha_m$ и часовой угол солнечных суток запишется

$$\omega_{sd} = 2\pi - (\Delta\alpha_0 - \Delta\alpha_m). \quad (5.9)$$

А длительность солнечного дня в часах будет иметь вид:

$$T_{sd,jl} = \frac{24}{2\pi} \omega_{sd} = 12(2 - \frac{\Delta\alpha_{0,jl} - \Delta\alpha_m}{\pi}), \quad (5.10)$$

где $24/2\pi$ – коэффициент преобразования дуги, измеряемой в радианах, в часы.

Нетрудно убедиться, что средняя за год длительность солнечных суток, согласно (5.10), $T_{sdm} = 24$ часа. Тогда отклонение длительности солнечных суток в минутах от средних составляет

$$\Delta T_{sd} = 60(T_{sd} - 24). \quad (5.11)$$

Приведем некоторые значения для 2015 года. Отклонение солнечных суток от средних в день весеннего равноденствия $j_l = 1$ будет $\Delta T_{sd} = 0.297$ мин, наибольшее значение $\Delta T_{sd} = 0.358$ минуты при $j_l = 181$, и наименьший солнечный день при $j_l = 278$: $\Delta T_{sd} = -0.497$ минуты. В современной цивилизации счет времени t происходит по средним солнечным суткам T_{sdm} . Они делятся на 24 часа, 1 час состоит из 60 минут, а минута – из 60 секунд. За счет отклонения ΔT_{sd} солнечных суток от средних T_{sdm} накапливается отличие η_0 солнечного времени от среднего. Последовательное суммирование отклонений запишем в виде

$$\eta_{0,jl} = \eta_{0,jl-1} + \Delta T_{sd,jl-1}. \quad (5.12)$$

Найдем среднее отклонение за год

$$\eta_{0m} = (\sum_{j=1}^{365} \eta_{0,jl}) / 365. \quad (5.13)$$

Средняя величина отклонения η_{0m} образуется при счете времени по средним солнечным суткам. Тогда отклонения солнечного времени от среднего солнечного времени будет

$$\eta_{jl} = \eta_{0,jl} - \eta_{0m}. \quad (5.14)$$

Величина η в астрономии называется уравнением времени. Поэтому истинное солнечное время m_a в часах будет выражаться через среднее солнечное время m так:

$$m_a = m + \eta, \quad (5.15)$$

где m – отсчитывается от полуночи.

Этот алгоритм длительности солнечных суток и уранения времени приведен в п. 9 программы SunPhnmen.mcd. График для уравнения времени $\eta(T_d)$ приведен на рис. 5.2. Отклонения времени η для дня весеннего равноденствия $j_l = 1$ равно $\eta = -7.47$ мин, наименьшее значение $\eta_{mn} = -14.25$ мин при $j_l = 329$, а наибольшее $\eta_{mx} = 16.43$ мин при $j_l = 229$. Величины отклонения η не отличаются от известных в астрономии (Труды ИПА РАН, 2004). Отличие имеется в начале отсчета времени T_d в днях: в астрономии дни отсчитываются с 1 января, а на рис. 5.2 – с момента весеннего равноденствия.

Следует отметить, что по величине отклонения времени η можно также определить отклонение истинных солнечных суток от средних

$$\Delta T_{sd,jl} = \eta_{jl+1} - \eta_{jl}. \quad (5.16)$$

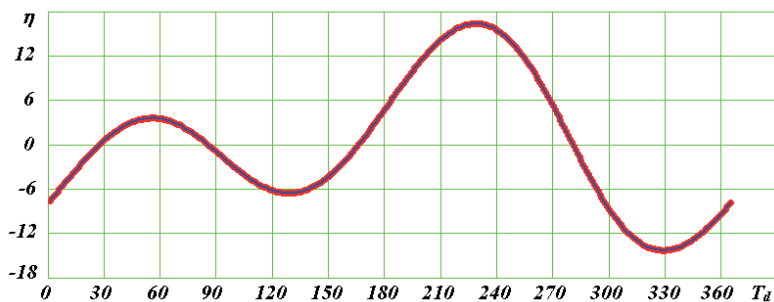


Рис. 5. 2. Уравнение времени в современную эпоху 30.12.1949 г.: η – в мин; T_d – в днях от момента весеннего равноденствия.

Клавдий Птолемей (1998) использовал равноденственные часы. Как показано выше, весенние равноденственные сутки больше среднесолнечных на $\Delta T_{sd} = 0.297$ мин. Если он и предшествующие ему астрономы использовали равноденственное время, оно может отличаться от среднесолнечного времени на величину порядка 10 минут. Роберт Ньютон (1985) обвинил Клавдия Птолемея в искажении

моментов древних наблюдений, потому что они не совпадают с современной теорией примерно на такое же количество минут. Как видим, одной из причин несовпадения может быть разная длительность использованных часов времени.

Длительность солнечных суток, согласно (5.10), определялась разностями долгот $\lambda_{j1} - \lambda_{j1-1}$ за средние солнечные сутки $T_{sdm} = 24$ часа. Был рассчитан скорректированный ряд долгот $\lambda_{c,j1}$ по фактической длительности суток $T_{sd,j1}$ и повторены расчеты по формулам (5.7) – (5.14). Наибольшее отличие скорректированной длительности суток ΔT_{sdc} от ΔT_{sd} равно 0.092 сек при $j_1 = 278$. Это составляет относительную погрешность отклонения длительности солнечных суток 0.3%. Поэтому алгоритм расчета (5.7) – (5.14) для длительности суток T_{sd} и уравнения времени η можно использовать без коррекции.

На рис. 5.3 изменение длительности солнечных суток ΔT_{sd} в современную эпоху ($T = 0$) сопоставлено с этими изменениями в другие четыре эпохи. Как видно время экстремумов ΔT_{sd} примерно совпадает и приходится на моменты равноденствий ($T_d \approx 0$ и $T_d \approx 180$) и солнцестояний ($T_d \approx 90$ и $T_d \approx 280$). При этом изменение длительности солнечных суток происходят в пределах от -0.5 мин до 0.35 мин от средней длительности в 24 часа.

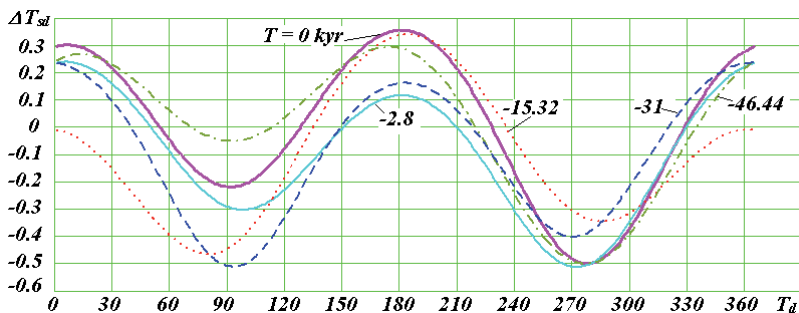


Рис. 5.3. Отклонение ΔT_{sd} длительности солнечных суток в эпохи T от средних за год в эти же эпохи: ΔT_{sd} – в минутах; T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.

В табл. 5.2 основные параметры уравнения времени η , представленного на рис. 5.2 для современной эпохи ($T = 0$), сопоставлены с таковыми для других четырех эпох. Среднее отклонение η_{0m} , согласно (5.13), как видно из табл. 5.2 изменяется в

широких пределах: от -4.7 мин в эпоху 31 т.л.н. до 7.8 мин в современную эпоху. Максимальное отклонение η_{mx} и минимальное η_{mn} также изменяются в 2-3 раза. В то же время средняя разность прямых восхождений $\Delta\alpha_m$ за одни сутки, согласно (5.8), остается неизменной $\Delta\alpha_m = 0.0172$. Это является следствием неизменности периодов орбитального и вращательного движения Земли.

Таблица 5.2. Изменения параметров уравнения времени по эпохам T : T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.

T , kyr	η_{0m}	η_{mx}	η_{mn}	$\Delta\alpha_m$
	мин			радианы
0	7.80093	16.4349	-14.2489	0.0172030
-2.8	7.21693	12.1048	-18.0700	0.0172034
-15.32	-2.54582	11.8227	-14.7360	0.0172024
-31	-4.69624	26.1632	-19.2286	0.0172042
-46.44	6.45078	9.00746	-8.54319	0.0172025

На рис. 5.1 мы рассматривали вращения Земли со средней угловой скоростью $\bar{\omega}_E$. Угловая скорость Земли имеет свои независимые колебания (Smulsky, 2011a; Смульский, 2014; Smulsky, 2016), но их амплитуда на три порядка меньше амплитуды изменения солнечных суток. Поэтому колебания угловой скорости вращения Земли здесь не учитываются.

5.4. Долгота светового дня

5.4.1. Долгота светового дня в течение года

Длительность светового дня, или долгота дня D_0 в часах определяется (см. рис. 5.1) суммой часовых углов ω_0 восходов и заходов центра Солнца (5.6):

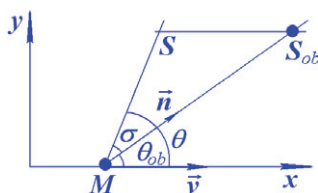
$$D_0 = (24/2\pi) \cdot 2\omega_0 = (24/\pi) \cdot \omega_0. \quad (5.17)$$

Так как часовой угол ω_0 отсчитывается до центра Солнца, то величина D_0 определяет длительность нахождения над горизонтом HH' центра Солнца. Световой день начинается с появления края Солнца и заканчивается с опусканием его за горизонт. Кроме того, из-за уменьшения плотности атмосферы с высотой происходит преломление (рефракция) светового луча так, что Солнце видно на угол ρ_{90} под горизонтом. В общем случае для наблюдаемых на небе объектов отклонение ρ_{90} при зенитном угле $z = 90^\circ$, или рефракция,

зависит от ряда факторов, которыми для Солнца можно пренебречь. Поэтому в астрономии (Труды ИПА РАН, 2004) рефракция принята постоянной и равно $\rho_{90} = 34' = 9.8902 \cdot 10^{-3}$ радиан.

На рис. 5.1 часовой угол z показан между центром Солнца и зенитом Z наблюдателя M , находящегося на поверхности Земли. А формулой (5.5) угол z определяется от центра Земли. Угол p , под которым расстояние наблюдателя M от центра Земли видно с Солнца, называется его параллаксом. На угол p необходимо уменьшить рассчитанную по (5.5) величину зенитного угла. Наибольшая величина параллакса p не превышает $8''.8$ (Труды ИПА РАН, 2004). Эта величина в 230 раз меньше величины рефракции ρ_{90} , поэтому параллаксом можно пренебречь.

Рис. 5.4. Угол θ_{ob} видимого положения Солнца S_{ob} при движении наблюдателя M со скоростью $\vec{v}$ и угол θ действительного положения Солнца S .



Имеется еще один источник искажения положения Солнца на небосводе (см. рис. 5.4), который обусловлен движением наблюдателя M относительно Солнца S со скоростью $\vec{v}$. Это явление называется абберацией света.

При движении наблюдателя относительно источника света S происходят изменения всех характеристик света. Точное выражение для измененных характеристик света приведено в работе (Smulsky, 2014). При скорости движения v , значительно меньшей скорости света c для угла смещения источника справедливо выражение

$$\sigma = \beta \cdot \sin \theta_{ob}, \quad (5.18)$$

где $\beta = v/c$

Истинное положение источника S отличается от наблюдаемого положения S_{ob} на угол σ . Упрощенно, как это принято в астрономии (Труды ИПА РАН, 2004), можно рассмотреть движение наблюдателя M относительно Солнца за счет суточного вращения Земли v_{rt} и за счет ее орбитального движения (v_{or}) относительно Солнца. При суточном вращении в точках восхода и захода Солнца углы θ между ним и скоростью v_{rt} близки к 0 и π . Поэтому, согласно (5.18), угол

смещения σ будет близкий к нулю. За счет орбитального движения в этих же точках угол θ между Солнцем и скоростью v_{or} близок к $\pi/2$. В этом случае угол наблюдаемого Солнца будет на величину σ меньше, чем угол истинного. Это будет приводить к более раннему восходу Солнца и более раннему его заходу. Так что на длительность светового дня это явление не оказывает влияние. При этом угол смещения σ не превышает $20''$ (Труды ИПА РАН, 2004). Эта величина в 100 раз меньше величины рефракции ρ_{90} , а также меньше неопределенности величины ρ_{90} . Поэтому абберацией света можно пренебречь.

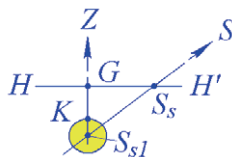
Следует отметить, что в силу пренебрежения абберацией света такое рассмотрение этого явления по составляющим скорости v_{or} и v_{ob} допустимо. Однако при точном его рассмотрении, необходимо рассматривать полный вектор скорости, его три угла наклона к линии MS_{ob} (рис. 5.4). Затем вычислять изменение этих углов по точным формулам в работе (Smulsky, 2014).

Теперь рассмотрим восходы и заходы верхнего края Солнца. На рис. 5.5 показано смещение края диска Солнца на угловое расстояние $GK = \rho_{90}$ ниже уровня горизонта HH' в момент его захода. Видимый радиус Солнца KS_{sl} согласно (Труды ИПА РАН, 2004) равен:

$$KS_{sl} = \frac{961''.18}{\rho} = \frac{4.6599 \cdot 10^{-3}}{\rho}, \quad (5.19)$$

где ρ – расстояние Солнца от Земли, отнесенное к большой полуоси a орбиты Земли. Величина ρ рассчитывается по уравнению траектории (2.26) в зависимости от долготы λ (Смольский, 1999; Смольский, 2007).

Рис. 5.5. Абберационное смещение $GK = \rho_{90}$ края диска Солнца в момент его захода: HH' – линия горизонта; S_{sl} – положение центра Солнца во время захода его края.



С учетом (5.19) дуга GS_{sl} будет равна в радианах

$$GS_{sl} = 10^{-3} \cdot (9.8902 + \frac{4.6599}{\rho}). \quad (5.20)$$

Дуга GS_{sl} расположена на окружности большого круга, проходящего через точку зенита Z (рис. 5.1), поэтому она является приращением зенитного угла, т.е. $\Delta z = GS_{sl}$. Тогда зенитный угол видимого края заходящего Солнца будет

$$z_{0a} = \pi/2 + GS_{sl}. \quad (5.21)$$

Так как часовой угол ω связан с зенитным углом z выражением (5.5), то часовой угол видимого захода края Солнца можно записать так:

$$\cos \omega_{0a} = \frac{\cos z_{0a} - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi}. \quad (5.22)$$

Так как правая часть по модулю может превышать 1, то перепишем выражение (5.22) в виде:

$$\omega_{0a} = \arccos(Fn), \quad (5.23)$$

где функция Fn определяется в зависимости от промежуточной функции

$$Fn0 = \frac{\cos z_{0a} - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi} \quad (5.24)$$

так:

$$\begin{aligned} Fn &= Fn0 \text{ при } -1 \leq Fn0 \leq 1; \quad Fn = -1 \text{ при } Fn0 < -1; \\ Fn &= 1 \text{ при } Fn0 > 1. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Как следует из рис. 5.1, зенитный угол видимого края восходящего Солнца будет $z_{0ra} = -\pi/2 - GS_{sl}$, т.е. по модулю такой же, как и z_{0a} . Поэтому модуль часового угла восхода Солнца будет определяться также выражением (5.23). Тогда долгота светового дня в радианах равна $2 \cdot \omega_{0a}$, а в часах запишется так:

$$D = 24 \cdot \omega_{0a} / \pi. \quad (5.26)$$

Этот алгоритм приведен в п. 10 программы SunPhnmen.mcd. На рис. 5.6 показано изменение долготы дня D в течение года на разных широтах. Например, на широте $\varphi = 60^\circ$ в момент весеннего равноденствия ($T_d = 1$) $D = 12.31$ часа, затем она увеличивается до 18.87 часа в момент летнего солнцестояния. В момент осеннего равноденствия $D = 12.26$ часа, а затем уменьшается до $D = 5.87$ часа в день зимнего солнцестояния. С уменьшением широты φ экстремумы долготы дня D уменьшаются и приближаются к 12.1 часа на экваторе ($\varphi = 0^\circ$).

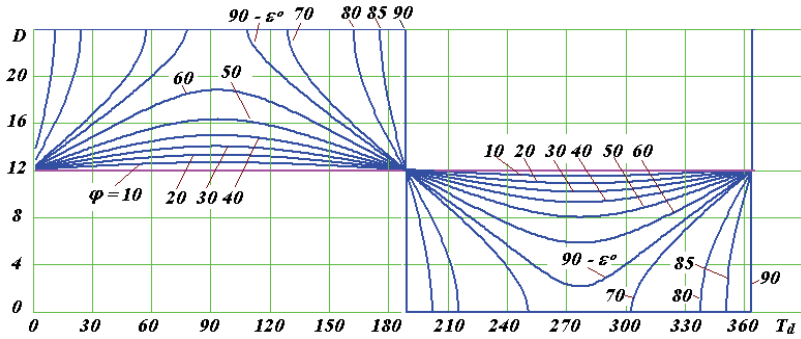


Рис. 5.6. Продолжительность (долгота) светового дня в году на разных широтах φ Северного полушария в современную эпоху 30.12.1949 г.

С увеличением широты $\varphi > 60^\circ$ наибольшая долгота дня в день летнего солнцестояния приближается к 24 часам. На полярном круге ($\varphi = 90^\circ - \varepsilon^\circ$) наступает полярный день, который длится 31 сутки. С увеличением широты длительность полярного дня увеличивается до половины года на полюсе. В день зимнего солнцестояния долгота дня с увеличением широты уменьшается до $D = 2.17$ часа на полярном круге. С дальнейшим увеличением широты наступает полярная ночь.

Представленная на рис. 5.6 картина изменения долготы дня совпадает с таковой в астрономии (Труды ИПА РАН, 2004).

5.4.2. Полярные дни и ночи: моменты наступления и длительность

Рассмотрим моменты наступления полярных дней и ночей и их длительность. Для этого необходимо рассчитать долготы λ этих событий. Как уже отмечалось, полярному дню соответствует долгота (длительность) дня $D_d = 24$ часа, а полярной ночи $D_n = 0$ часов. Тогда из (5.26) получаем часовые углы полярного дня $\omega_{0ad} = \pi$ и полярной ночи $\omega_{0an} = 0$. После подстановки в (5.23) вместо ω_{0a} этих значений часового угла, получаем $Fn_d = -1$ для полярного дня и $Fn_n = 1$ для полярной ночи. Здесь функция Fn определяется выражением (5.24). Перепишем его в следующем виде:

$$\cos z_{0a} - \sin \delta \cdot \sin \varphi = Fn \cdot \cos \delta \cdot \cos \varphi.$$

Подставив в это выражение значение $\sin \delta$, согласно (5.2), получим следующее уравнение для долготы λ

$$\cos z_{0a} - \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi = F_n \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon \cdot \sin^2 \lambda} \cdot \cos \varphi. \quad (5.27)$$

После возведения (5.27) в квадрат и преобразований с учетом того, что для рассматриваемого случая $Fn^2 = 1$, получаем для $\sin\lambda$ квадратное уравнение

$$\sin^2 \lambda - 2 \frac{\sin \varphi \cdot \cos z_{0a}}{\sin \varepsilon} \cdot \sin \lambda - \frac{\cos^2 \varphi - \cos^2 z_{0a}}{\sin^2 \varepsilon} = 0. \quad (5.28)$$

Оно имеет два решения, отличающиеся знаками «+» и «-» перед квадратным корнем. Запишем это решение в виде одной формулы:

$$\sin \lambda = Fn01; Fn02, \quad (5.29)$$

где функция со знаком «+» имеет вид:

$$Fn01 = [\sqrt{(\sin \varphi \cdot \cos z_{0a})^2 + \cos^2 \varphi - \cos^2 z_{0a}} + \sin \varphi \cdot \cos z_{0a}] / \sin \varepsilon. \quad (5.30)$$

Функция $Fn02$ перед корнем имеет знак «-».

Чтобы исключить значения по модулю превышающие 1 вводятся функции

$$Fn1 = Fn01 \text{ при } 1 \geq Fn01 \geq -1; \quad Fn1 = 1 \text{ при } Fn01 > 1; \quad (5.31)$$

$$Fn2 = Fn02 \text{ при } 1 \geq Fn02 \geq -1; \quad Fn2 = -1 \text{ при } Fn02 < -1. \quad (5.32)$$

Летнее полугодие характеризуется долготами $0 < \lambda < \pi$, а зимнее $-\pi < \lambda < 2\pi$. Так как функция $Fn1 > 0$, то она будет давать летние долготы, а отрицательная функция $Fn2$ – зимние долготы. Тогда в соответствии с (5.29) летние долготы полярных дней будут $\lambda_{pd} = \arcsin(Fn1)$. Эта функция будет давать два решения: для первого λ_{pd} и второго квадранта λ_{pd1} . Как следует из рис. 5.6 меньшее значение соответствует началу полярного дня, а большее – концу. Окончательно долготы начала и конца полярных дней запишутся в виде:

$$\lambda_{pd} = \arcsin(Fn1); \quad \lambda_{pd1} = \pi - \arcsin(Fn1). \quad (5.33)$$

Аналогично долготы начала и конца полярных ночей определяются так:

$$\lambda_{pn} = 2\pi + \arcsin(Fn2); \quad \lambda_{pn1} = \pi - \arcsin(Fn2). \quad (5.34)$$

Чтобы найти моменты по времени T_d , соответствующие долготам λ_{pd} , λ_{pd1} , λ_{pn} , λ_{pn1} , необходимо найти индексы j_1 соседних долгот. Затем интерполяцией определяются моменты: T_{dd} и T_{ddl} – начала и конца полярного дня, а также T_{dn} и T_{dn1} – начала и конца полярной ночи. Алгоритм вычисления приведен в п. 11 программы SunFhnm.mcd в Приложении, а на рис. 5.7 моменты начала и конца наступления полярных дней и ночей представлены в виде графиков. В

области *I* приблизительно до $T_d = 90$ дней изображены начала полярных дней в зависимости от широты φ . Разными линиями и точками показаны графики для 5 эпох. Аналогично в области *II* приблизительно при $90 < T_d < 180$ дней этими же линиями показаны моменты T_d окончания полярных дней. Аналогично приблизительно при $180 < T_d < 270$ и $T_d > 270$ изображены начала (*III*) и окончания (*IV*) полярных ночей.

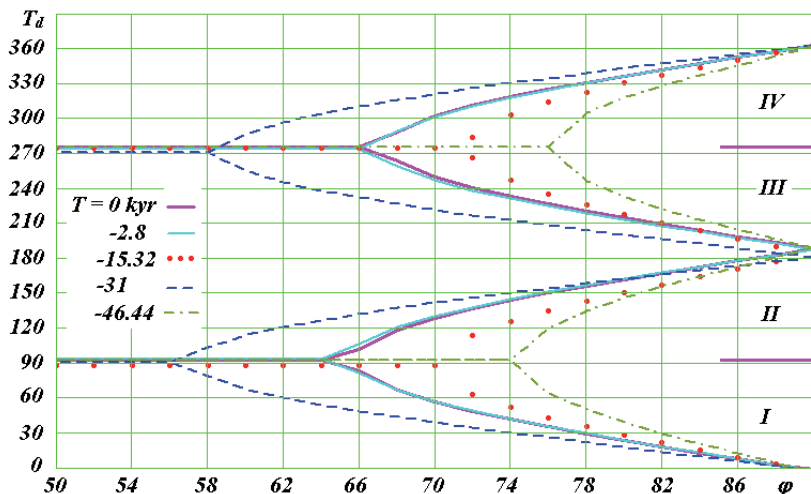


Рис. 5.7. Моменты T_d наступления (*I*, *III*) и окончания (*II*, *IV*) полярных дней (*I*, *II*) и ночей (*III*, *IV*) на разных широтах Северного полушария в экстремальные эпохи за последние 50 т.л.н.

Например, в современную эпоху $T = 0$ на широте $\varphi = 70^\circ$ в $T_d = 56.88$ день от момента весеннего равноденствия наступает полярный день. Он заканчивается в $T_d = 128.82$ день. Полярная ночь наступает в $T_d = 250.05$ день и заканчивается в $T_d = 302.39$ день. С увеличением широты φ начала полярных дней и ночей происходит раньше, а окончание позже. С уменьшением широты φ начала полярных дней отдаляются и приближаются к $T_d = 92.8$ дню, а начала полярных ночей приближаются к $T_d = 275.5$ дню. Это происходит на широтах близких к широте полярного круга, которая для современной эпохи равна 66.56° .

В другие эпохи графики начала и конца полярных дней и ночей, как видно из рис. 5.7, идентичны, но широта их начала может

существенно смещаться. При этом изменяется продолжительность полярных дней и ночей. Например, в эпоху 31 т.л.н. широта начала полярных дней и ночей смещается до 56° и 58° , соответственно, а в эпоху 46.44 т.л.н. – до 74° и 76° соответственно.

Следует отметить, что древние арии (Тилак, 2002) в эпоху 31 т.л.н. могли обитать на территории близкой по широте г. Тюмени ($\varphi = 57.15^\circ$) и наблюдать полярные дни и ночи. С приближением последнего ледникового периода с минимумом инсоляции 15.32 т.л.н. они вынуждены были мигрировать на южные территории.

Начала полярных дней и ночей и их продолжительность $\Delta T_{dd} = T_{ddl} - T_{dd}$ и $\Delta T_{dn} = T_{dnl} - T_{dn}$; соответственно, на разных широтах представлены в табл. 1П в Приложении для пяти разных эпох. Для сравнения, для современной эпохи приведены длительности полярных дней и ночей в астрономии. Они обозначены как *ЕА* по названию источника Эфемеридной астрономии (Труды ИПА РАН, 2004). Данные *ЕА* приведены с точностью 1 день. Округление начала и конца полярных дней и ночей может приводить к разности их длительности в 2 дня. В табл. 1П такое отличие наблюдается. А в целом представленные на рис. 5.7 и табл. 1П результаты для современной эпохи совпадают с известными данными в астрономии.

5.4.3. Долготы светового дня в моменты солнцестояний

Рассмотрим долготу светового дня в моменты летнего и зимнего солнцестояний в неполярных широтах. Как уже отмечалось, наибольшая долгота светового дня будет в момент летнего солнцестояния $\lambda_s = \pi/2$, а наименьшая – в момент зимнего солнцестояния $\lambda_w = 1.5 \cdot \pi$. Тогда склонение Солнца δ , согласно (5.2), в этих случаях будет $\delta_s = \varepsilon$ и $\delta_w = -\varepsilon$, соответственно. Тогда после подстановки угла δ_s в (5.24) часовой угол видимых восходов и заходов края Солнца в момент летнего солнцестояния запишется аналогично (5.23)-(5.27) так:

$$\omega_{0sa} = \arccos(Fn_s); \quad (5.35)$$

$$Fn0_s = \frac{\cos z_{0a1} - \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi}{\cos \varepsilon \cdot \cos \varphi}; \quad (5.36)$$

$$Fn_s = Fn0_s \text{ при } -1 \leq Fn0_s \leq 1; \quad Fn_s = -1 \text{ при } Fn0_s < -1; \\ Fn_s = 1 \text{ при } Fn0_s > 1. \quad (5.37)$$

В формуле (5.28) использован зенитный угол z_{0a1} , в котором безразмерное расстояние от Земли до Солнца ρ , согласно (5.20), из-за малого влияния его изменения принято $\rho = 1$.

После подстановки угла $\delta_w = -\varepsilon$ в (5.24) часовой угол видимых восходов и заходов края Солнца в момент зимнего солнцестояния запишется аналогично (5.35)-(5.39) так:

$$\omega_{0wa} = \arccos(Fn_w); \quad (5.38)$$

$$Fn0_w = \frac{\cos z_{0a1} + \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi}{\cos \varepsilon \cdot \cos \varphi}; \quad (5.39)$$

$$Fn_w = Fn0_w \text{ при } -1 \leq Fn0_w \leq 1; \quad Fn_w = -1 \text{ при } Fn0_w < -1; \\ Fn_w = 1 \text{ при } Fn0_w > 1. \quad (5.40)$$

Тогда долгота светового дня в моменты летнего и зимнего солнцестояний запишутся, соответственно, так:

$$D_s = 24 \cdot \omega_{0sa} / \pi; \quad D_w = 24 \cdot \omega_{0wa} / \pi. \quad (5.41)$$

Алгоритм расчетов долготы дня в моменты солнцестояний по формулам (5.35) – (5.41) реализован в п. 12 программы SunPhenmn.mcd, а на рис. 5.8 результаты вычислений даны для пяти разных эпох. Графики представляют изменение долготы дня D по широтам φ северного полушария. Для зимнего солнцестояния долгота дня $D \leq 12$ часов отмечена как область I , а для летнего солнцестояния – как область II .

В современную эпоху, как видно из рис. 5.8, на широте 50° в зимнее солнцестояние день длится 8 часов, а в летнее – 16.37 часа. С уменьшением широты день в зимнее солнцестояние увеличивается и приближается к 12 часам на экваторе. А в летнее солнцестояние день уменьшается и на экваторе также приближается к 12 часам. С увеличением широты φ долгота зимнего дня уменьшается и приближается к нулю. То есть наступает полярная ночь, а долгота летнего дня увеличивается до 24 часов и наступает полярный день.

Для остальных эпох изменения долготы дня изменяются подобным образом, но с разными наклонами зависимостей $D(\varphi)$. Например, для эпохи 31 т.л.н. полярные ночи и дни начинаются на меньших широтах, а в эпоху 46.44 т.л.н. – на больших широтах.

В Приложении в табл. 2П приведены долготы дней для летнего солнцестояния (D_s) и зимнего (D_w) для пяти разных эпох. Изменение широты φ дается через 2° , начиная с экватора. Широты изменяются

до величин, после которых наступает полярный день ($D_s = 24$ часа) и полярная ночь ($D_w = 0$ часов).

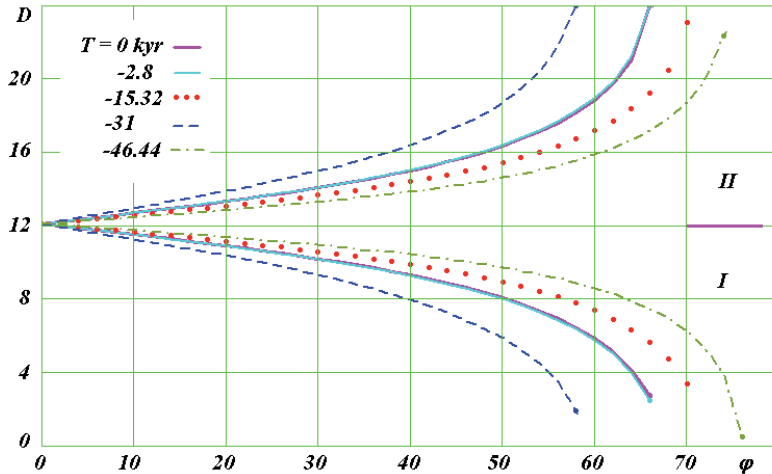


Рис. 5.8. Долгота светового дня D в моменты зимнего солнцестояния (I) и летнего солнцестояния (II) на разных широтах φ° Северного полушария в экстремальные эпохи T за последние 50 т.л.н.: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.; D – долгота светового дня в часах.

5.5. Азимуты Солнца

5.5.1. Азимуты движения Солнца в течение суток

Азимут Солнца A_S отсчитывается на круге горизонта HH' (рис. 5.1) от точки севера N_{rd} до проекции Солнца в т. D за часовой стрелкой

$$A_S = N_{rd}S_{th} + S_{th}D = 2\pi - DN_{rd}. \quad (5.42)$$

В треугольнике $N_{rd}ZD$, две стороны которого $N_{rd}Z$ и ZD равны $\pi/2$, дуга DN_{rd} равняется углу Z . В треугольнике NZS известны две стороны: $NS = \pi/2 - \delta$ и $ZS = z$, а также угол $N = \omega$. По теореме синусов $\sin Z / \sin NS = \sin N / \sin ZS$,

находим

$$\sin Z = \sin \omega \cdot \cos \delta / \sin z, \quad (5.43)$$

где дуга z является зенитным углом Солнца и согласно (5.5) определяется выражением:

$$z = \arccos(\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \omega). \quad (5.44)$$

Тогда с учетом (5.43) азимут Солнца (5.42) $A_S = 2\pi - Z$ запишется в радианах так:

$$A_{S,rad} = 2\pi - \arcsin(\sin\omega \cdot \cos\delta / \sin z). \quad (5.45)$$

Так как функция $\arcsin$ в (5.45) неоднозначна и после достижения экстремальных значений $\pm \pi/2$ имеет изломы, то проводятся следующие операции. Вводится функция

$$Fn03 = \arcsin(\sin\omega \cdot \cos\delta / \sin z). \quad (5.46)$$

Находятся максимальные значения $mxFn$ функции $Fn03$ и минимальные ее значения $mnFn$. При изменении часового угла ω от $-\pi$ до π определяются индексы часового угла $in9$, соответствующего $mnFn$, и $in10$, соответствующего $mxFn$. В зависимости от этих индексов рассчитываются диапазоны индекса k часового угла ω_k и значения функции $Fn3$ так:

$$Fn3 = Fn03 \text{ при } ind9 \leq k \leq in10; \quad Fn3 = -\pi - Fn03 \text{ при } k < in9;$$

$$Fn3 = \pi - Fn03 \text{ при } k > in10. \quad (5.47)$$

Как видно из (5.46) при $\omega = 0$, в полдень, функция $Fn03$ может быть равной 0 или π . Согласно рис. 5.1 в полдень $Fn03 = N_{rd}D = \pi$. Тогда с учетом этого и (5.46) – (5.47) азимут Солнца в градусах в соответствии с (5.45) запишется так:

$$A_S = 180^\circ + (180^\circ/\pi) \cdot Fn3. \quad (5.48)$$

Следует отметить, что минимальное и максимальные значения $Fn03$ могут принадлежать не центральному участку. В этом случае на азимуте A_S при большом интервале между делениями ω будут всплески при переходе через 0.5π и 1.5π . В этом случае нужно использовать следующее условие:

$$Fn3 = Fn03 \text{ при } ind9 < k < in10; \quad Fn3 = -\pi - Fn03 \text{ при } k \leq in9;$$

$$Fn3 = \pi - Fn03 \text{ при } k \geq in10.$$

Этот алгоритм реализован в п. 13 программы SunPhenmn.mcd. На рис. 5.9 приведены азимуты движения Солнца по небосводу на широте Москвы в современную эпоху. Линией 1 показано изменение азимута в день весеннего равноденствия. Азимут Солнца в полночь $\omega = -12$ часов равен нулю и увеличивается на рассвете ($\omega \approx -6$ часов) до 90° . В течение дня продолжает увеличиваться: в полдень ($\omega = 0$ часов) до 180° и в полночь ($\omega = 12$ часов) достигает значения 360° . Вертикальными линиями показаны часы восхода и захода Солнца.

В дни солнцестояний: летнего (линия 2) и зимнего (линия 3) изменение азимутов происходит аналогичным образом, но границы дня существенно изменяются. Кроме того, по сравнению с

изменением азимута в дни равноденствия, в эти дни характер изменения азимуты более существенно отличается от линейного закона. Нелинейный характер изменения A_S свидетельствует, что определение промежутков времени по азимуту Солнца или по тени гномона, будет характеризоваться соответствующей неравномерностью хода времени. На рис. 5.9 часовые промежутки нанесены кружками. Так как в дни равноденствий I азимут A_S изменяется наиболее близко к линейному закону, то равноденственные часы наиболее равномерны. Поэтому в древней астрономии пользовались равноденственными часами (Птолемей, 1998).

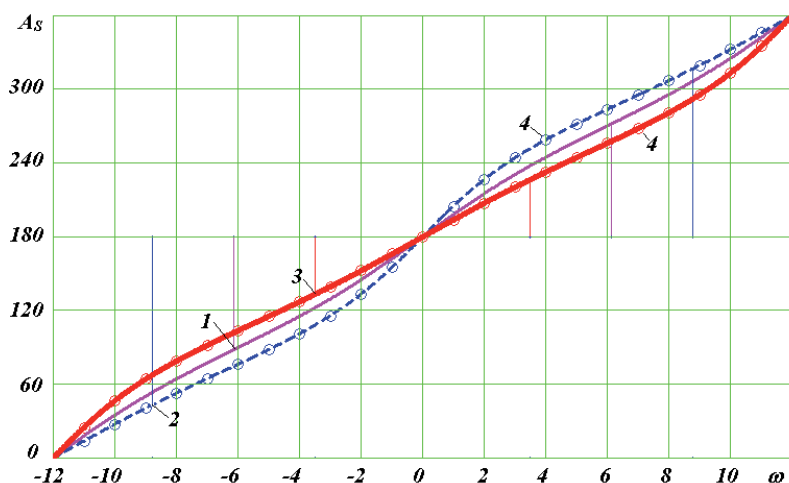


Рис. 5.9. Азимуты A_S на широте Москвы ($\varphi^\circ = 55.7522^\circ$) суточного движения Солнца в дни весеннего равноденствия (1), летнего (2) и зимнего (3) солнцестояний в современную эпоху 30.12.1949 г. Вертикальными линиями отмечены часовые углы восходов ($\omega < 0$) и заходов Солнца ($\omega > 0$). Кружками 4 отмечены часовые промежутки времени.

Условия (5.47) при вычислении азимута Солнца справедливы для нетропических широт. В тропических широтах Северного полушария широта φ меньше угла наклона ε , т.е. $\varphi - \varepsilon < 0$. Для зенитного угла z в полдень ($\omega = 0$) из (5.5) следует

$$z_n = \varphi - \delta. \quad (5.49)$$

Поэтому, как уже отмечалось, зенитный угол в тропических широтах изменяется от

$$z_{ns} = \varphi - \varepsilon \quad (5.50)$$

в день летнего солнцестояния ($\delta = \varepsilon$ см. рис. 5.1) до

$$z_{nw} = \varphi + \varepsilon \quad (5.51)$$

в день зимнего солнцестояния ($\delta = -\varepsilon$). Из (5.50) видно, что в день летнего солнцестояния зенитный угол z_{ns} становится отрицательным, т.е. для наблюдателя M (см. рис. 5.1) Солнце находится в северной стороне неба. В этом случае в полдень ($\omega = 0$) азимут Солнца $A_{Sn} = 0$, а не π , как в нетропических широтах. Следует отметить, что в этом случае суточное движение Солнца для наблюдателя M происходит на южной стороне неба справа налево, а не как на северной стороне слева направо, как это наблюдается в нетропических широтах.

Ситуации с отрицательным углом z_n , согласно (5.49), имеют место не только для дня летнего солнцестояния, но и для других дней. Поэтому необходимо определять номера дней, для которых $z_n < 0$. Тогда для рассмотренного случая тропических широт азимут Солнца запишется так:

$$A_{Sl} = (180/\pi) \cdot F n 03 \quad \text{при } z_n < 0. \quad (5.52)$$

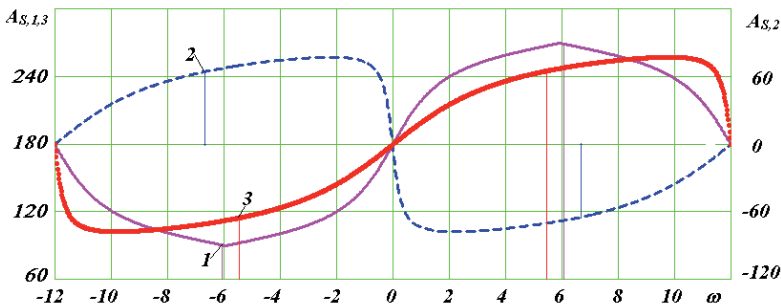


Рис. 5.10. Азимуты в тропических широтах ($\varphi^\circ = 20^\circ$) суточного движения Солнца в дни весеннего равноденствия 1, летнего 2 и зимнего 3 солнцестояний в современную эпоху 30.12.1949 г. Шкала азимута дня летнего солнцестояния 2 сдвинута на 180° (см. справа графика). Вертикальными линиями отмечены часовые углы восходов ($\omega < 0$) и заходов Солнца ($\omega > 0$).

Полностью алгоритм расчета азимута Солнца приведен в п. 13 программы SunPhenmn.mcd в Приложении. На рис. 5.10 представлено изменение азимута Солнца в течение суток на широте $\varphi = 20^\circ$. В день весеннего равноденствия 1 и зимнего солнцестояния 3 азимут Солнца изменяется от 180° в полночь ($\omega = -12$ часов) до некоторого минимального значения. Для зимнего солнцестояния 3 оно приходится на ночь, а для весеннего равноденствия – на рассвет. В полдень азимут Солнца снова равняется 180° , т.е. Солнце находится в южной стороне неба. При движении Солнца от полдня к полночи оно проходит максимальные значения азимута и в полночь снова приходит на юг ($A_S = 180^\circ$).

В день летнего солнцестояния (линия 2, правая шкала графика) Солнце в полночь находится на Севере ($A_S = 0^\circ$), затем движется по северной стороне неба ($A_S < 90^\circ$). Перед полднем ($\omega \approx 1$ час) достигает максимального отклонения к востоку и в полдень возвращается на север ($A_S = 0^\circ$). После полдня Солнце переходит в западную сторону неба и достигает максимального отклонения к западу ($A_S \approx -70^\circ$). К полночи Солнце снова возвращается на север ($A_S = 0^\circ$). Следует отметить, что здесь мы использовали для определения азимута шкалу не от 0 до 360° , а от -180° до 180° . Это позволяет избежать разрыва графика на интервале часового угла ω от -12 часов до +12 часов.

В нетропических широтах суточное движение Солнца происходит по полному кругу вокруг наблюдателя M , т.е. $A_S = 0 \div 2\pi$. В тропических широтах суточный круг движения Солнца происходит в стороне от наблюдателя: летом (линия 2) в северной стороне неба, зимой, включая дни равноденствия, (линии 1 и 3) – в южной стороне неба.

5.5.2. Проекция дневного пути Солнца на плоскости горизонта

Рассмотрим проекцию на плоскость горизонта дневное движение Солнца. Положение Солнца S (рис. 5.1) над плоскостью горизонта HH' определяется зенитным углом z и углом азимута A_S , который определяется дугой $N_{rd}S_rS_{th}D$. На плоскости горизонта введем две оси координат с началом в точке M : N_S – направленная на Север N_{rd} и E_S – направленная на Восток E_{st} . Тогда проекции центра Солнца на эти оси запишутся так:

$$N_S = \sin z \cdot \cos A_S; \quad E_S = \sin z \cdot \sin A_S, \quad (5.53)$$

где A_S – азимут Солнца в радианах.

Выражением (5.53) также определяются координаты N_S , E_S точек восхода и захода верхнего края Солнца, если углами z и A_S будут определены их моменты времени. На рис. 5.11 проекции дневного пути Солнца показаны для трех случаев: в день весеннего равноденствия и в дни солнцестояний на широте Москвы.

В день весеннего равноденствия центр Солнца всходит на Востоке и заходит на Западе. А восход и заход верхнего края Солнца немного сдвигается на Север. Летом восход и заход Солнца находится в северной части горизонта. С увеличением широты φ траектория 2 Солнца будет приближаться к окружности. На широте, где траектория станет окружностью, наступит полярный день.

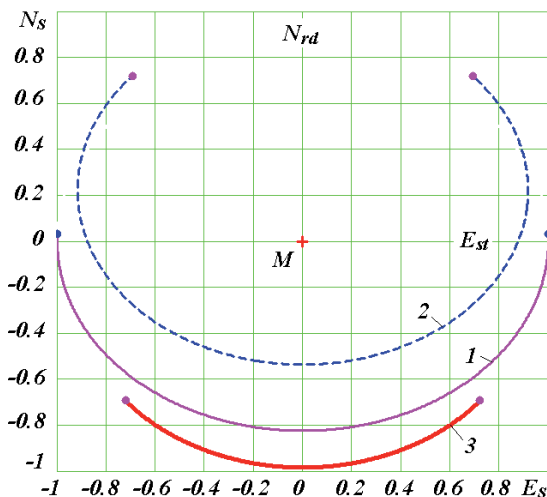


Рис. 5.11. Проекция дневного пути Солнца на плоскости горизонта на широте Москвы ($\varphi = 55.7522^\circ$) в современную эпоху 30.12.1949 г.: 1 – в дни весеннего равноденствия; 2 – летнего и 3 – зимнего солнцестояний. Ось N_S направлена на Север (N_{rd}), а ось E_S – на восток (E_{st}). Положение наблюдателя (M) в начале координат отмечено крестиком. Точками на линиях отмечены восходы верхнего края Солнца (с правой стороны) и его заходы (с левой стороны).

В день зимнего солнцестояния траектория 3 Солнца укорачивается и находится в южной стороне неба. С увеличением

широты длина ее уменьшается, и там, где траектория исчезает, наступает полярный день.

Следует отметить, что конечные точки на траектории Солнца в дни равноденствий 1 и в дни солнцестояний 2 и 3 играют ключевую роль в древних астрономических календарях (Chippindale, 1983; Mörner, Lind, 2012). Представленный в п. 15 программы SunPhnmen.mcd алгоритм позволяет рассчитать их для любой эпохи.

5.5.3. Азимуты восходов и заходов Солнца

В отличие от азимутов суточного движения Солнца азимуты точек восхода и захода необходимо отсчитывать до точек появления и исчезновения верхнего края Солнца. Как видно из рис. 5.1 и рис. 5.5, азимут наблюдаемой точки G захода края Солнца состоит из дуг на круге горизонта HH'

$$A_{Gs} = N_{rd}E_{st}S_{th}W_{st} + W_{st}S_s + S_sG, \quad (5.54)$$

где E_{st} и W_{st} – точки Востока и Запада на круге горизонта.

Дуга $N_{rd}E_{st}S_{th}W_{st}$ равна $1.5 \cdot \pi$ (см. рис. 5.1). Через точку S_s и полюс N проведена дуга большого круга S_sF , поэтому она перпендикулярна дуге экватора AA' , т.е. угол $F = 0.5 \cdot \pi$. Дуга S_sF равна δ . В треугольнике S_sFW_{st} угол $W_{st} = \pi/2 - \varphi$. Поэтому дуга $W_{st}S_s$ определяется по теореме синусов

$$W_{st}S_s = \arcsin(\sin\delta/\cos\varphi). \quad (5.55)$$

Сторона GS_s может быть найдена из треугольника GS_sI_{s1} (см. рис. 5.5), в котором угол $S_s = W_{st} = \pi/2 - \varphi$. В виду малости треугольника, его можно рассматривать как плоский и линейный со сторонами $R_E \cdot GS_{s1}$ и $R_E \cdot GS_s$, где R_E – радиус Земли. Для угла S_s можно записать: $\text{tg}(\pi/2 - \varphi) = R_E \cdot GS_{s1} / (R_E \cdot GS_s)$. Отсюда получаем:

$$GS_s = GS_{s1} \cdot \text{tg} \varphi. \quad (5.56)$$

Подставляя в (5.54) составляющие получим азимут точки захода Солнца в градусах в виде:

$$A_{Gs} = (180/\pi) \cdot (1.5\pi + \arcsin(\sin\delta/\cos\varphi) + GS_{s1} \cdot \text{tg}\varphi). \quad (5.57)$$

Ввиду того, что $\sin\delta/\cos\varphi$ по модулю может превышать 1, введем обозначение:

$$Fn04 = \sin\delta/\cos\varphi \quad (5.58)$$

и определим функцию:

$$\begin{aligned} Fn4 &= Fn04 \text{ при } -1 \leq Fn04 \leq 1; \quad Fn4 = -1 \text{ при } Fn04 < -1; \\ Fn4 &= 1 \text{ при } Fn04 > 1. \end{aligned} \quad (5.59)$$

Тогда азимут точки захода Солнца будет:

$$A_{Gs} = (180/\pi) \cdot (1.5\pi + \arcsin(Fn4) + GS_{sl} \cdot \operatorname{tg}\varphi). \quad (5.60)$$

Чтобы рассчитать азимут точки восхода, обозначим точку S_{rl} видимого восхода края Солнца на дуге $M_n S_r$ (на рис. 5.1 эта точка не приведена). Она находится под горизонтом HH' и дуга $S_{rl} S_r$ равна по величине дуге $S_{sl} S_s$ (см. рис. 5.5), т.е. $S_{rl} S_r = S_{sl} S_s$. Поэтому точка наблюдаемого восхода края Солнца G_s будет ближе к точке севера N_{rd} на величину дуги $S_r G_l = S_s G$. Тогда азимут наблюдаемой точки G_s восхода будет определяться следующими дугами:

$$A_{Gr} = N_{rd} E_{st} - E_{st} S_r - S_r G_r, \quad (5.61)$$

где точка E_{st} находится в пересечении кругов горизонта HH' и экватора AA' , а ее азимут $N_{rd} E_{st} = \pi/2$. Дуга $E_{st} S_r = W_{st} S_s$. Подставляя в (5.61) все составляющие азимут точки восхода края Солнца с учетом (5.58)-(5.61) получаем в виде:

$$A_{Gr} = (180/\pi) \cdot (0.5\pi - \arcsin(Fn4) - GS_{sl} \cdot \operatorname{tg}\varphi). \quad (5.62)$$

Как видим из (5.60) и (5.62) сумма азимутов восходов и заходов

$$A_{Gs} + A_{Gr} = 360^\circ. \quad (5.63)$$

Сумма $A_{Gs} + A_{Gr}$ может отличаться от 360° , если горизонт в восточной части отличается от горизонта в западной части высотой окружающей местности. Приведенные формулы для азимутов не учитывают этой особенности и дают симметричные азимуты восходов и заходов относительно направления MN_{rd} на север (рис. 5.1).

Этот алгоритм реализован в п. 14 программы SunPhenmn.mcd. На рис. 5.12 показано изменение азимута точки восхода края Солнца A_{Gr} в течение года на разных широтах. Например, на широте $\varphi = 60^\circ$ в момент весеннего равноденствия ($T_d = 1$) азимут $A_{Gr} = 87.76^\circ$, затем он уменьшается до 35.84° в день летнего солнцестояния. В момент осеннего равноденствия $A_{Gr} = 88.23^\circ$, а затем увеличивается до $A_{Gr} = 141.27^\circ$ в день зимнего солнцестояния.

С уменьшением широты φ экстремумы азимута Солнца A_{Gr} уменьшаются и на экваторе ($\varphi = 0^\circ$) приближаются к 66.56° в день летнего солнцестояния и к 113.44° в день зимнего солнцестояния. С увеличением широты $\varphi > 60^\circ$ наименьший азимут точки восхода края Солнца A_{Gr} в день летнего солнцестояния приближается к 0° , т.е. Солнце восходит на Севере. На полярном круге ($\varphi = 90^\circ - \varepsilon^\circ$) наступает полярный день. С увеличением широты в день зимнего

солнцестояния ($T_d = 276$) азимута Солнца A_{Gr} увеличивается до 180° на полярном круге ($\varphi = 90^\circ - \varepsilon^\circ$), т.е. Солнце восходит на Юге. С дальнейшим увеличением широты наступает полярная ночь.

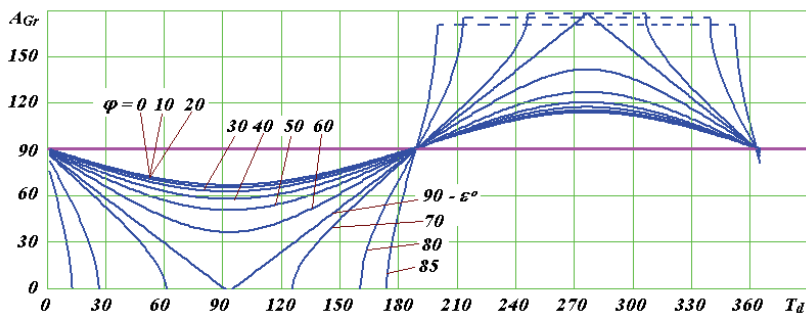


Рис. 5.12. Азимуты восходов верхнего края Солнца в современную эпоху 30.12.1949 г. в течение года на разных широтах φ° Северного полушария: A_{Gr} — азимуты восходов Солнца в градусах.

Следует отметить, что графики на рис. 5.12 напоминают графики долготы светового дня на рис. 5.6, если их перевернуть вокруг горизонтальной линии $A_{Gr} = 90^\circ$. Азимуты точки захода края Солнца A_{Gs} , как следует из (5.63), $A_{Gs} = 360^\circ - A_{Gr}$, поэтому их графики будут похожи на графики долготы светового дня на рис. 5.6.

5.5.4. Экстремальные азимуты восходов и заходов Солнца в дни солнцестояний

Наибольшие азимуты заходов и наименьшие азимуты восходов верхнего края Солнца имеют место в день летнего солнцестояния $\lambda_s = \pi/2$. В день зимнего солнцестояния $\lambda_s = 1.5\pi$ экстремумы азимутов становятся обратными: азимуты заходов — наименьшие, а азимуты восходов — наибольшие. Приведем предельные азимуты восходов (5.62) в день летнего солнцестояния:

$$A_{Grsm} = (180/\pi) \cdot (0.5\pi - \arcsin(\sin\varepsilon/\cos\varphi) - (9.8902 \cdot 10^{-3} + 4.6599 \cdot 10^{-3}/\rho_s) \cdot \operatorname{tg}\varphi) \quad (5.64)$$

и в день зимнего солнцестояния:

$$A_{Grwn} = (180/\pi) \cdot (0.5\pi + \arcsin(\sin\varepsilon/\cos\varphi) - (9.8902 \cdot 10^{-3} + 4.6599 \cdot 10^{-3}/\rho_w) \cdot \operatorname{tg}\varphi). \quad (5.65)$$

Азимуты заходов Солнца (5.60) в дни солнцестояний запишутся аналогичным образом. При вычислениях по формулам (5.64)–(5.67) в

алгоритм необходимо ввести условия, чтобы избежать $|\sin\epsilon/\cos\varphi| > 1$ (см. п. 14 программы в Приложении).

Результаты расчетов азимуты восходов Солнца в дни солнцестояний по формулам (5.64) - (5.65) для пяти разных эпох даны на рис. 5.13. Графики представляют изменение азимута A_{Gr} по широтам φ Северного полушария. Для летнего солнцестояния азимуты $A_{Gr} \leq 90^\circ$ отмечены как область I, а для зимнего солнцестояния – как область II.

В современную эпоху, как видно из рис. 5.13, на широте 50° в летнее солнцестояние азимут восхода Солнца A_{Gr} равен 50.77° , а в зимнее – 127.24° . С уменьшением широты азимут восхода увеличивается и приближается к 66.56° на экваторе. А в зимнее солнцестояние азимут восхода уменьшается и на экваторе приближается к 113.44° . С увеличением широты φ азимут восхода A_{Gr} дня летнего солнцестояния уменьшается и приближается к нулю. То есть Солнце восходит на Севере и наступает полярный день. А азимут восхода A_{Gr} дня зимнего солнцестояния с увеличением широты φ увеличивается до 180° и наступает полярная ночь.

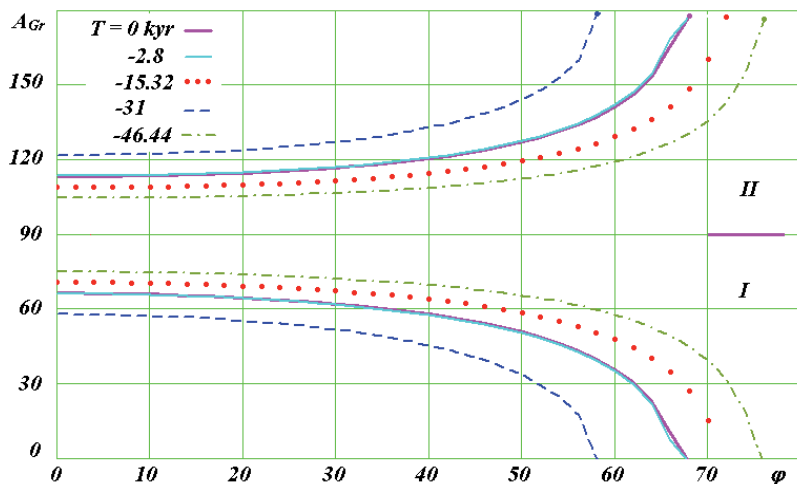


Рис. 5.13. Азимуты восходов верхнего края Солнца в моменты летнего солнцестояния (I) и зимнего солнцестояния (II) на разных широтах φ° Северного полушария в экстремальные эпохи T за последние 50 т.л.н.: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.; A_{Gr} – азимуты восходов Солнца в градусах.

Для остальных эпох изменения азимута восхода Солнца A_{Gr} происходит подобным образом, но с разными наклонами зависимостей $A_{Gr}(\varphi)$ при больших φ . Например, для эпохи 31 т.л.н. полярные ночи и дни начинаются на меньших широтах, а в эпоху 46.44 т.л.н. – на больших широтах.

Следует отметить, что графики на рис. 5.13 напоминают графики долготы светового дня D в разные эпохи на рис. 5.8, однако области I и II у них разные. Азимуты точки захода края Солнца, например, в день летнего солнцестояния A_{Gss} , как следует из (5.63), $A_{Gss} = 360^\circ - A_{Grsm}$. Поэтому графики A_{Gssm} и A_{Gswm} будут похожи на графики долготы светового дня на рис. 5.8.

В Приложении в табл. 3П приведены азимуты восходов Солнца для летнего солнцестояния (A_{Grsm}) и зимнего (A_{Grwn}) для пяти разных эпох. Изменение широты φ дается через 2° , начиная с экватора. Широты изменяются до величин, после которых наступает полярный день ($A_{Grsm} = 0^\circ$) и полярная ночь ($A_{Grwn} = 180^\circ$).

5.6. Солнечная тень гномона

5.6.1. Относительная длина тени гномона

Гномоном (др.-греч. γῶμων – указатель) называется предмет, тень от которого используется в солнечных и лунных часах и календарях. На рис. 5.14 показана длина тени l_{sh} вертикального гномона длиной l_g , которая возникает от верхнего края Солнца. Величина l_{sh} зависит от зенитного угла z Солнца и его углового радиуса S . Ранее формулой (5.19) величина S приводилась в виде дуги KS_l на рис. 5.5. Как следует из рис. 5.14, относительная длина тени гномона будет:

$$l_{sh1} = l_{sh}/l_g = \operatorname{tg}(z - S) = \operatorname{tg}(z - 4.6599 \cdot 10^{-3}/\rho), \quad (5.66)$$

где зенитный угол z Солнца определяется выражением (5.44).

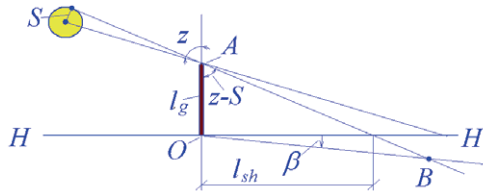


Рис. 5.14. Длина тени l_{sh} гномона длиной l_g при освещении его солнцем S .

Чтобы избежать отрицательных значений относительной длины теней l_{shl} расчет проводится по следующему алгоритму:

$$Fn06 = z - 4.6599 \cdot 10^{-3} / \rho; \quad (5.67)$$

$$Fn6 = Fn06 \text{ при } -0.5 \cdot \pi \leq Fn0 \leq 0.5 \cdot \pi; \quad Fn6 = -0.5 \cdot \pi \text{ при } Fn06 < -0.5 \cdot \pi; \\ Fn6 = 0.5 \cdot \pi \text{ при } Fn06 > 0.5 \cdot \pi; \quad (5.68)$$

$$l_{sh10} = \operatorname{tg}(Fn6); \quad l_{sh1} = l_{sh10} \text{ при } l_{sh10} > 0; \quad l_{sh1} = 0 \text{ при } l_{sh10} < 0. \quad (5.69)$$

5.6.2. Изменение длины тени в течение дня

По алгоритму (5.67)-(5.69) рассчитано изменение относительной длины тени l_{sh1} гномона в течение суток для трех разных дней на широте г. Москвы и для одного дня на широте г. Тюмени (рис. 5.15). В левой части графика вертикальными линиями показаны часовые углы восходов Солнца, а в правой – часовые углы его заходов. Так как в эти моменты длина тени стремится к бесконечности, и ординату l_{sh1} графика приходится ограничивать, то асимптотическое приближение линий l_{sh1} к вертикальным линиям восходов и заходов находится вне рисунка.

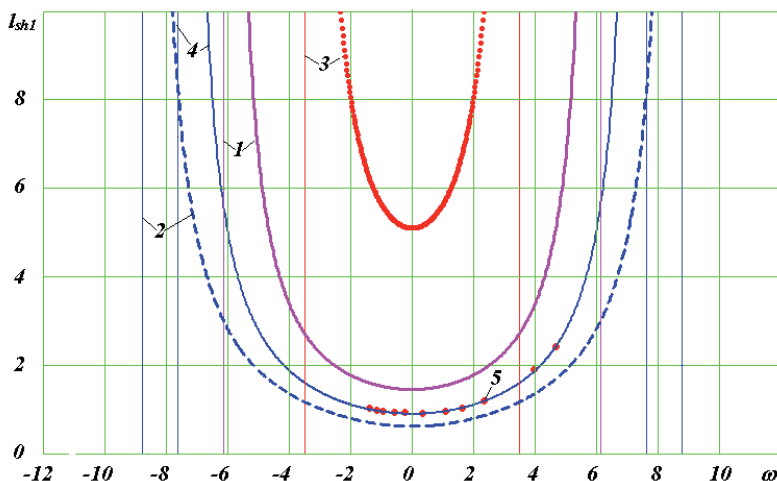


Рис. 5.15. Изменение длины солнечной тени гномона единичной длины в течение суток в дни весеннего равноденствия 1, летнего 2 и зимнего 3 солнцестояний на широте Москвы ($\varphi^\circ = 55.7522^\circ$) в современную эпоху 30.12.1949 г. 4 – длина солнечной тени гномона 15 августа 2015 г. вблизи Тюмени ($\varphi^\circ = 57.301575^\circ$) по расчету и 5 – по наблюдениям. Вертикальными линиями отмечены часовые углы восходов ($\omega < 0$) и заходов Солнца ($\omega > 0$).

Как видно из рис. 5.15, в день весеннего равноденствия (линия 1) длина тени l_{shl} после восхода Солнца ($\omega < 0$) уменьшается и в полдень ($\omega = 0$) достигает минимального значения $l_{shl} = 1.433$. Затем она увеличивается до бесконечности в момент захода Солнца ($\omega > 0$). В день летнего солнцестояния (линия 2) минимальная длина тени уменьшается до $l_{shl} = 0.626$, а в день зимнего солнцестояния (линия 3) минимальная длина тени увеличивается до $l_{shl} = 5.108$. Таким образом, на широте г. Москвы длина полуденной тени изменяется в пределах $5.108 \geq l_{shl} \geq 0.626$.

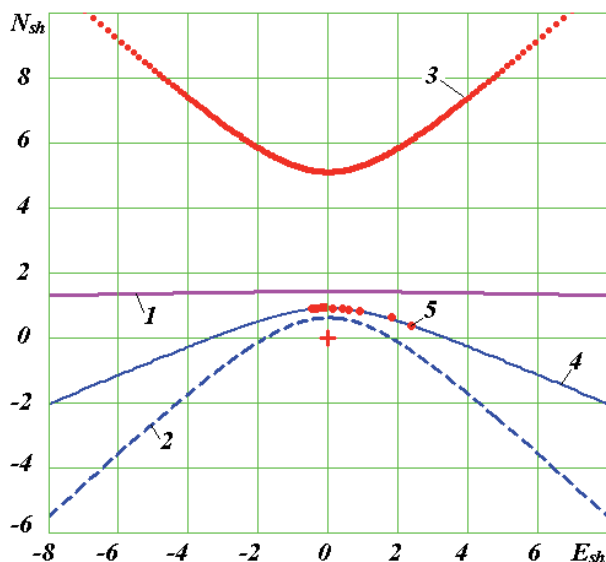


Рис. 5.16. Суточная траектория тени конца гномона единичной длины на плоскости горизонта $N_{sh}(E_{sh})$ в дни весеннего равноденствия 1, летнего 2 и зимнего 3 солнцестояний на широте Москвы ($\varphi^\circ = 55.7522^\circ$) в современную эпоху 30.12.1949 г. 4 – траектория тени гномона 15 августа 2015 г. вблизи Тюмени ($\varphi^\circ = 57.301575^\circ$) по расчету и 5 – по наблюдениям. Ось N_{sh} направлена на Север, а ось E_{sh} – на восток. Положение гномона в начале координат отмечено крестиком.

Рассмотрим траекторию движения тени конца гномона в координатах N_{sh}, E_{sh} , где ось N_{sh} направлена на Север, а ось E_{sh} – на Восток. Азимут тени A_{sh} отсчитывается от оси N_{sh} и выражается через

азимут Солнца так: $A_{sh} = A_S + 180^\circ$. Тогда проекции тени на плоскость горизонта запишутся:

$$N_{sh} = l_{shl} \cdot \cos A_{sh} = -l_{shl} \cdot \cos A_S; \quad E_{sh} = -l_{shl} \cdot \sin A_S. \quad (72)$$

На рис. 5.16 показана траектория дневной тени конца гномона относительной длины для трех дней на широте г. Москвы и одного дня на широте г. Тюмени. В начале координат крестиком отмечено положение гномона. На широте г. Москвы в день весеннего равноденствия (линия 1) конец тени гномона движется с Запада ($E_{sh} < 0$) на Восток почти по прямой линии. При этом тень находится севернее гномона. В день летнего солнцестояния тень гномона (линия 2) начинает утром движение с Юго-запада и заканчивает движение вечером на Юго-востоке. Только вблизи полудня, ± 2 часа, тень находится севернее гномона. Линией 3 показано, что в день зимнего солнцестояния тень полностью движется на Севере от гномона.

5.6.3. Измерение длины тени гномона

С целью проверки полученных результатов на местности, недалеко от г. Тюмени, были выполнены наблюдения за перемещением тени гномона. На рис. 5.17 показан нехитрый инструментарий из подручных материалов: лист ватмана, компас, карандаш, металлический прут, рулетка и отвес, с помощью которого выполнены наблюдения. Наблюдения проводились 15.08.2015 г., что составляет $T_d = 148$ день после дня весеннего равноденствия 21 марта. Вдоль тени карандашом проводились линии на ватмане и отмечались конец тени и время ее наблюдения. Затем были измерены азимуты A_{shM} теней от направления от направления на Север N_M , определенный по компасу.

На рис. 5.18 показаны результаты наблюдений в виде зависимости относительной длины тени l_{shl} от времени в г. Тюмени t_m . Как видно, минимум l_{shl} приходится на время t_m отличное от 12 часов. На рис. 5.15 данные наблюдения точками 5 нанесены на рассчитанную согласно (5.67)-(5.71) зависимость 4 $l_{shl}(\omega)$. Положение полдня ($\omega = 0$) приходится на 12 ч. 44 мин тюменского времени.

Для рассматриваемой широты места наблюдения и дня $T_d = 148$ по формуле (5.48) был рассчитан азимуты A_S Солнца. Аналогично рис. 5.9 он был представлен в виде графика $A_S(\omega)$. В этих же координатах нанесены определенные азимуты Солнца A_{SM} по замеренным

азимутам тени $A_{SM} = A_{shM} - 180^\circ$. Азимуты A_{SM} оказались эквидистантно сдвинуты на $\Delta A = 14.47059^\circ$ вниз по отношению к азимутам A_S , т.е. $A_{SM} < A_S$. Это обусловлено тем, что Северный магнитный полюс сдвинут к Востоку на величину ΔA по отношению к географическому Северному полюсу.

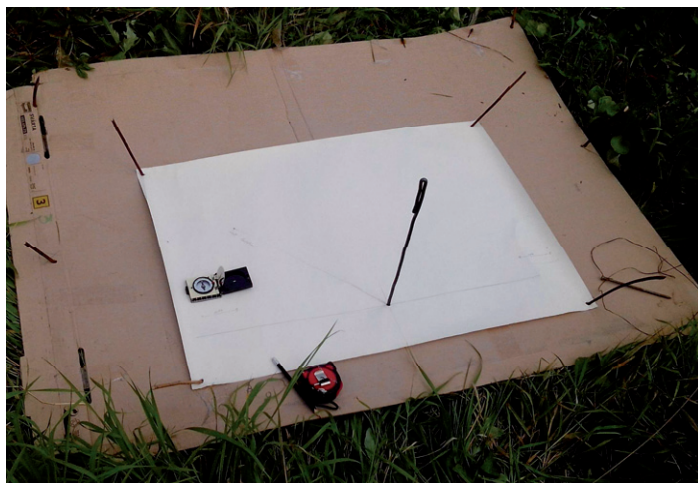


Рис. 5.17. Наблюдение тени гномона 15 августа 2015 г. вблизи Тюмени ($\varphi^\circ = 57.301575^\circ$) и основные инструменты: лист ватмана, компас, карандаш, металлический прут диаметром 6 мм – гномон, рулетка и отвес.

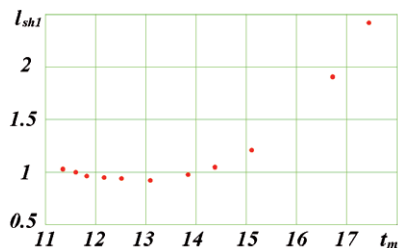


Рис. 5.18. Результаты наблюдения относительной длины тени l_{shl} гномона в зависимости от времени t_m в г. Тюмени 15 августа 2015 г. на широте $\varphi^\circ = 57.301575^\circ$.

Скорректированные данные измерения азимута тени и времени ее наблюдения использованы для расчета по формулам (5.70) ее траектории. На рис. 5.16 она нанесена точками 5. Как видим, измеренная траектория тени гномона 5 совпала с рассчитанной 4. Некоторый разброс точек 5 вокруг линии 4 объясняется погрешностью измерений.

Итак, выполненные наблюдения и измерения тени гномона подтвердили представленный алгоритм её расчета. Кроме того, измерения позволили определить истинный полдень в 12 ч. 44 мин тюменского времени и восточное отклонение ΔA магнитной стрелки. Следует отметить, что азимут солнечного полдня и его время наступления можно непосредственно определить по данным наблюдения, представленным на рис. 5.18. Но для этого наблюдения необходимо производить более часто и за больший промежуток времени.

5.6.4. Полуденная длина тени гномона в течение года

Как видно из рис. 5.15, наименьшая тень наступает в полдень ($\omega = 0$). В этом случае зенитный угол z_n центра Солнца определяется выражением (5.49), тогда в соответствии с (5.66) единичная длина полуденной тени запишется так

$$l_{s1n} = \operatorname{tg}(\varphi - \delta - 4.6599 \cdot 10^{-3} / \rho). \quad (5.71)$$

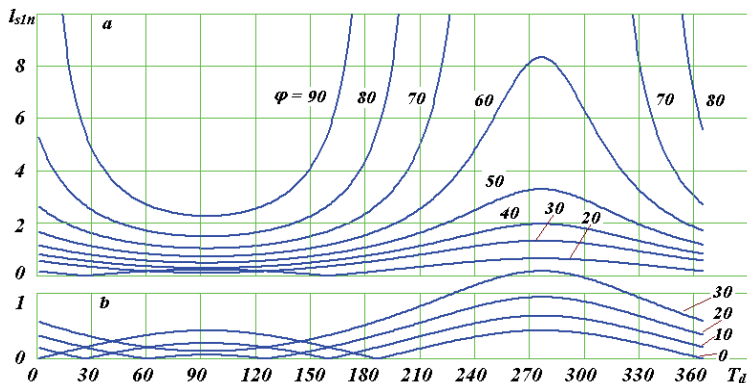


Рис. 5.19. Длина полуденной солнечной тени гномона единичной длины l_{s1n} в зависимости от дней года T_d в современную эпоху 30.12.1949 г. на разных широтах φ° Северного полушария: *a* – в обычном масштабе; *b* – при увеличении ординаты l_{s1n} в 2 раза.

Алгоритм расчета относительной длины тени в п. 17.3 программы SunPhnmen.mcd приведен с учетом особенностей функции tg . Результаты расчетов изменения длины полуденной тени в течение года на разных широтах Северного полушария показаны на рис. 5.19. В этих расчетах ввиду незначительного влияния относительного расстояния ρ принято $\rho = 1$. Как видно из рис. 5.19, на широте $\varphi = 60^\circ$

в день весеннего равноденствия ($T_d = 0$) длина относительной полуденной тени $l_{sln} = 1.687$. Затем она уменьшается и в день летнего солнцестояния достигает минимального значения 0.734. Далее увеличивается и принимает максимальное значение 8.351 в день зимнего солнцестояния. С увеличением широты φ минимальные и максимальные значения возрастают, а с уменьшением φ – уменьшаются. В тропических широтах ($\varphi < \varepsilon$) зависимость $l_{sln}(\varphi)$ имеет два максимума и два минимума. В минимумах длина тени равна нулю: в эти моменты Солнце находится в зените. А максимумы l_{sln} наступают в дни солнцестояний.

5.6.5. Экстремальные длины солнечной тени гномона в дни солнцестояний

Как показано выше, экстремальные длины теней происходят в дни солнцестояний, которые характеризуются углом $\delta = \pm\varepsilon$. Тогда из (5.71) с учетом $\rho = 1$ получаем относительные длины теней

$$l_{sls} = \operatorname{tg}(\varphi - \varepsilon - 4.6599 \cdot 10^{-3}); \quad l_{slw} = \operatorname{tg}(\varphi + \varepsilon - 4.6599 \cdot 10^{-3}), \quad (5.72)$$

для дней летнего и зимнего солнцестояний, соответственно. С учетом особенностей функции tg алгоритм расчета приведен в п. 17.3 программы SunPhnmen.mcd.

Результаты расчетов экстремальных длин тени для пяти разных эпох в зависимости от широты φ даны на рис. 5.20. Шкала для длин теней в летнее солнцестояние l_{sls} приведена справа, а для зимнего солнцестояния l_{slw} – слева. В современную эпоху, как видно из рис. 5.20 при $T = 0$, в полдень летнего солнцестояния на экваторе ($\varphi = 0$) длина тени $l_{sls} = 0.428$. Затем она уменьшается на тропике $\varphi \approx \varepsilon$ до 0, а с дальнейшим увеличением широты длина тени возрастает до $l_{sls} = 2.277$ на широте $\varphi = 90^\circ$.

В другие эпохи графики полуденной тени в летнее солнцестояние почти эквидистантно сдвигаются по широте φ , в зависимости от угла наклона ε . На широтах $\varphi = \varepsilon$ длина тени равна нулю: $l_{sls} = 0$.

В современную эпоху ($T = 0$) в полдень зимнего солнцестояния на экваторе ($\varphi = 0$) длина тени $l_{slw} = 0.428$, т.е. такая же, как и в полдень летнего солнцестояния. Затем она с увеличением широты φ растет до бесконечности до широты $\varphi = 90^\circ - \varepsilon^\circ$ полярного круга, где начинается полярная ночь. В другие эпохи полуденная тень на

экваторе изменяется от 0.259 ($T = 46.44$ т.л.н.) до 0.618 ($T = 31$ т.л.н.). С увеличением широты длины теней в день зимнего солнцестояния увеличиваются во все эпохи и тем в большей степени, чем меньше широта полярного круга ($90^\circ - \varepsilon^\circ$).

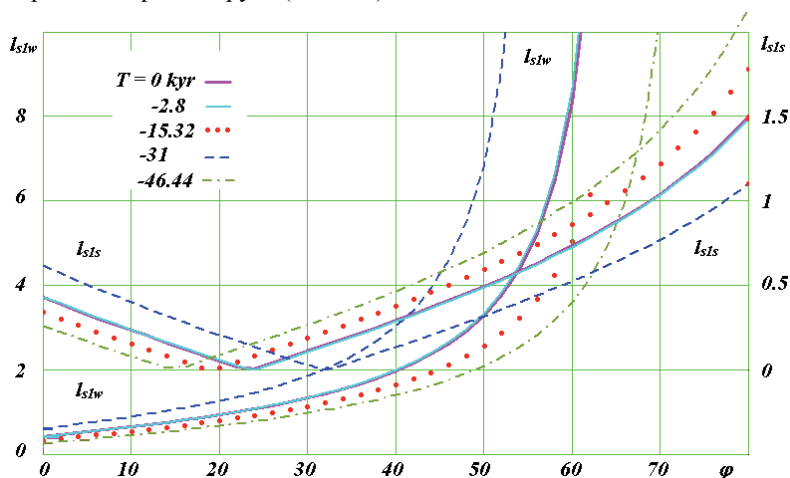


Рис. 5.20. Тени гномона единичной длины в полдень летнего солнцестояния (l_{slw}) и зимнего солнцестояния (l_{slw}) на разных широтах φ° Северного полушария в экстремальные эпохи T за последние 50 т.л.н.: T — время в тыс. лет от 30.12.1949 г.; масштабы длин l_{slw} и l_{slw} — разные и отличаются в 4 раза.

В приложении в табл. 4П приведены длины полуденных теней в дни летнего (l_{slw}) и зимнего (l_{slw}) солнцестояний для пяти разных эпох. Изменение широты φ дается через 2° , начиная с экватора до широты 80° . Бесконечная длина тени выражена числом $1.6e+16$ и обозначена ∞ .

5.7. Основные феномены Солнца

Подведем итоги по основным феноменам Солнца. Освещение Солнцем поверхности в точке нахождения наблюдателя M (см. рис. 5.1), т.е. ее инсоляция, зависит от эксцентриситета e орбиты Земли, угла наклона ε плоскости экватора Земли к плоскости ее орбиты, угла φ_{py} между перигелием орбиты Земли и восходящим углом γ и широты места φ (Smulsky, 2016). Эти четыре параметра создают разнообразие инсоляции поверхности Земли, из которого наблюдатель может

определить следующие основные 6 явлений, или феноменов (см. табл. 5.3). Первым феноменом является количество дней до начала сезона T_d , отсчитываемое от момента весеннего равноденствия. Для весны $T_{dsp} = 0$, для лета наблюдатель определяет количество дней до летнего солнцестояния T_{dsm} , для осени – до момента осеннего равноденствия T_{dau} и для зимы – до момента зимнего солнцестояния T_{dwn} . С этим феноменом также связана продолжительность сезонов ΔT_d , которая, согласно (5.4) рассчитывается по разности величин T_d . В рассмотренном выше алгоритме начала сезонов определяются долготами $\lambda = 0; \pi/2; \pi; 3\pi/2$. По зависимости $\lambda(T_d)$, определяется время T_d в днях до начала каждого сезона. Этот феномен не зависит от широты φ наблюдателя, а определяется только параметрами e , δ и φ_{py} .

Таблица 5.3. Основные феномены Солнца

№ п/п	Наименование	Параметр	Сезоны и долготы λ их начала			
			Весна 0	Лето $\pi/2$	Осень π	Зима $3\pi/2$
1	Количество дней до начала сезона	T_d , дни	0	T_{dsm}	T_{dau}	T_{dwn}
2	Длительность полярных дней и ночей	$\Delta T_{dd,n}$, дни	–	ΔT_{dd}	–	ΔT_{dn}
3	Зенитные углы Солнца в полдни равноденствий и солнцестояний	z_n	z_{nsp}	z_{nsm}	z_{nau}	z_{nwn}
4	Долгота светового дня в дни солнцестояний	D , часы	–	D_s	–	D_w
5	Азимуты восхода Солнца в дни равноденствий и солнцестояний	A_{Gr}	A_{Grsp}	A_{Grsm}	A_{Grau}	A_{Grwn}
6	Относительные длины теней гномона в полдни равноденствий и солнцестояний	l_{sln}	l_{slsp}	l_{sls}	l_{slau}	l_{slw}

Второй феномен, характерный для высоких широт, – это длительность в днях полярных дней (ΔT_{dd}) и полярных ночей (ΔT_{dn}). Наблюдатель на широте φ своего места может определить

длительность полярных ночи и дня. А в теории полярные ночи и дни определяются долготами λ_{pd} и λ_{pn} (см. формулы (5.33)- (5.34)), по которым длительность этих феноменов рассчитывается по зависимости $\lambda(T_d)$. Этот феномен сильно зависит от широты φ наблюдателя. Поэтому он в наибольшей степени находит для уточнения широты палеонаблюдателя, если он находился в высоких широтах.

Третьим феноменом является зенитный угол z_n Солнца в полдни равноденствий и солнцестояний. Как уже отмечалось для весны, лета, осени и зимы Северного полушария равны, соответственно:

$$z_{nsp} = \varphi, z_{nsm} = \varphi - \varepsilon, z_{nau} = \varphi \text{ и } z_{nwn} = \varphi + \varepsilon. \quad (5.73)$$

Следует отметить, что в наблюдениях может использоваться высота l Солнца над горизонтом. Она определяется через зенитный угол так:

$$l = \pi/2 - z_n. \quad (5.74)$$

Четвертый феномен – это долгота светового дня во время летнего солнцестояния D_s и зимнего солнцестояния D_w . Для наблюдателя существует сложность в измерении этого феномена. Эти измерения требуют высокой технологии определения времени и хранения сведений о нем. Тем не менее, возможны приемы выполнения этой работы. В теории этот феномен определяется выражением (5.41).

Пятый феномен – азимуты восходов и заходов Солнца в дни солнцестояний и равноденствий. Они могут быть зафиксированы наблюдателем в зависимости от какого-то направления. В теории азимут восхода Солнца в день летнего солнцестояния определяется выражениями (5.64), а зимнего – (5.65). В дни равноденствий при $\delta = 0$, согласно (5.58) и (5.62) азимут восхода Солнца будет:

$$A_{Grsp} = A_{Graw} = 90^\circ \cdot [1 - (9.8902 \cdot 10^{-3} + 4.6599 \cdot 10^{-3}) \cdot \operatorname{tg} \varphi / 0.5\pi]. \quad (5.75)$$

Шестой феномен – длина теней гномона в полдни. Для дней солнцестояний: летнего (l_{sls}) и зимнего (l_{slw}) определяется согласно (5.72), а в дни равноденствий при $\delta = 0$, согласно (5.71), длина тени будет:

$$l_{slsp} = l_{slau} = \operatorname{tg}(\varphi - 4.6599 \cdot 10^{-3}). \quad (5.76)$$

Наблюдатель может зафиксировать эти феномены по отношению к гномону, длина которого неизвестна. В этом случае могут

потребуется дополнительные данные для определения относительной длины тени. В теории относительные длины теней определяются выражениями (5.72) и (5.76).

5.8. Восстановление параметров наблюдателя и движения Земли по древним феноменам Солнца

Параметрами наблюдателя являются его древние широта местонахождения и направление на Север. Исследователи древних календарей отмечают изменение этих параметров наблюдателя. Например, М.И. Исрапилов пришел к выводу о смещении Северного полюса в Якутию несколько тысяч лет назад (Исрапилов, 2003). Рассмотрим как определить параметры наблюдателя по феноменам Солнца.

В дни равноденствий зенитный угол z , согласно (5.73), в полдень будет равняться широте места $z_{nsp} = \varphi$. А длина тени l_{slsp} согласно (5.75) также зависит от широты φ . Тогда широта места наблюдателя определяется по одному из этих феноменов:

$$\varphi = z_{nsp} \quad \text{либо} \quad \varphi = \arctg(l_{slsp} + 4.6599 \cdot 10^{-3}). \quad (5.77)$$

В дни равноденствий суточное движение Солнца происходит по кругу экватора AA' (рис. 5.1). Поэтому центр Солнца восходит на Востоке, а заходит на Западе. Палеонаблюдатель отмечает восходы и заходы Солнца по его верхнему краю. По формуле (5.75) при известной широте φ может быть найден азимут A_{Grsp} восхода верхнего края Солнца. Обозначим наблюдаемое значение азимута палео-Востока как $A_{Eapa} = 90^\circ$, тогда из (5.75) можем записать:

$$A_{Eapa} = A_{Glsp} + 90^\circ \cdot (9.8902 \cdot 10^{-3} + 4.6599 \cdot 10^{-3}) \cdot \tg \varphi / 0.5\pi. \quad (5.78)$$

Тогда азимут палео-Севера запишется так:

$$A_{Npa} = A_{Eapa} - 90^\circ = A_{Glspa} - 90^\circ \cdot [1 - (9.8902 \cdot 10^{-3} + 4.6599 \cdot 10^{-3}) \cdot \tg \varphi / 0.5\pi], \quad (5.79)$$

где A_{Glspa} – наблюдаемый азимут древнего восхода Солнца во время весеннего равноденствия.

Азимут палео-Севера также можно определить через азимут восхода Солнца в момент осеннего равноденствия, а также через азимуты заходов в дни равноденствий. Четырехкратные способы определения предоставляют возможности для проверки результатов определения A_{Npa} .

Теперь на основе феноменов Солнца определим параметры движения Земли. В полдень солнцестояний ($\lambda = \pi/2, 1.5\pi$) зенитные углы z Солнца, согласно (5.73), и длины теней в полдень, согласно (5.72), зависят от $\varphi - \varepsilon$ и $\varphi + \varepsilon$. Поэтому при известной широте φ угол наклон ε плоскости экватора к плоскости орбиты Земли может быть определен по одной из четырех зависимостей:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varphi - z_{nsm}; \quad \varepsilon = -(\varphi - z_{nsm}); \quad \varepsilon = \varphi - \arctg(l_{slsm}) - 4.66 \cdot 10^{-3}; \\ \varepsilon &= -[\varphi - \arctg(l_{slwn})] - 4.66 \cdot 10^{-3}.\end{aligned}\quad (5.80)$$

Как видим зависимости (5.80) позволяют разными четырьмя способами определить угол наклона ε при известной широте φ . Если широта φ неизвестна, то соотношения (5.80) позволяют определить и широту φ и угол ε , при этом двумя способами.

Предельные азимуты восходов в дни солнцестояний определяются выражениями (5.64) и (5.65), которые зависят от ε и φ . Вычтем из (5.65) выражение (5.64) и выразим угол наклона ε :

$$\varepsilon = \arcsin[\sin(\pi \cdot \Delta A_{sr}/360) \cdot \cos \varphi], \quad (5.81)$$

где $\Delta A_{sr} = A_{Grwn} - A_{Grsm}$ – разница азимутов восходов в дни солнцестояний.

Аналогичное выражение для угла наклона запишется через разницу ΔA_{ss} азимутов заходов в дни солнцестояний. Поэтому, если величины ΔA_{ss} и ΔA_{sr} имеются, то этим предоставляется возможность проверки определения ε . Выражение (5.81) знаменательно тем, что в него входит разность азимутов восходов. Это исключает возможное, отличное от современного, толкование восхода и определение его момента. В этом случае на определение ε также меньше влияют географические особенности места наблюдения.

Долготы светового дня в моменты солнцестояний определяются выражениями (5.41). С учетом (5.35) – (5.38) найдем разность светового дня $\Delta D = D_s - D_w$

$$\Delta D = \frac{24}{\pi} \left(\arccos \left(\frac{\cos z_{0al} - \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi}{\cos \varepsilon \cdot \cos \varphi} \right) - \arccos \left(\frac{\cos z_{0al} - \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi}{\cos \varepsilon \cdot \cos \varphi} \right) \right). \quad (5.82)$$

Упростим выражение (5.82), рассматривая его для центра Солнца, т.е. согласно (5.21) $z_{0al} = \pi/2$. Тогда оно приобретет вид:

$$\Delta D = \frac{24}{\pi} [\arccos(-\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varepsilon) - \arccos(\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varepsilon)], \quad (5.83)$$

После упрощения (5.83) выразим угол наклона ε :

$$\varepsilon = \arctg\{\sin(0.5\pi \cdot \Delta D_{ud})/\tg\varphi\}, \quad (5.84)$$

где

$$\Delta D_{ud} = \Delta D/24 - \quad (5.85)$$

– разность светового дня в моменты солнцестояний, по отношению к длительности суток.

Выражение (5.84) позволяет определить угол наклона ε при известной широте места φ . Оно не требует знания способа деления суток на части, так как в (5.84) входит доля от суток, на которую солнечный день в летнее солнцестояние больше дня в зимнее солнцестояние. После нахождения ε из (5.84), по выражению (5.82) можно уточнить ΔD , а затем по (5.84) определить уточненное значение угла наклона ε .

Определенные по представленным формулам широта φ и угол наклона ε в дни равноденствий и солнцестояний содержат ошибки, связанные с определением палеонаблюдателем азимута, длины тени, продолжительности разности дня ΔD . Кроме того в формулах содержится ошибка, связанная с тем, что принятые моменты равноденствий и солнцестояний на заходе и восходе Солнца или в полдень могут не совпадать с моментом прохождения Солнца через соответствующие точки γ , γ' , E и E' на эклиптике EE' (рис. 5.1). Разность моментов может достигать 0.5 дня. Он дает погрешность пропорциональную отношению 0.5 дня к периоду прецессии оси Земли, равному 25780 тыс. лет. То есть эта погрешность незначительна. Погрешность наблюдений палеонаблюдателя также может быть оценена. Для этого необходимо современному наблюдателю повторить наблюдения в месте нахождения палеонаблюдателя. Обработка их результатов позволит определить погрешность палеонаблюдателя.

При известных палеопараметрах φ и ε остальные параметры: эксцентриситет e орбиты Земли и долгота φ_{py} перигелия могут быть определены по количеству дней T_{dsm} , T_{dau} , T_{dwn} до начала сезона и по длительности полярных дней ΔT_{dd} или ночей ΔT_{dn} . Эти параметры зависят от долготы λ , которая рассчитывается численно в прилагаемой программе SunPhnmen.mcd. Методом последовательных приближений с ее помощью параметры e и φ_{py} могут быть найдены. Они могут быть

определены разными способами, так как нахождения двух неизвестных e и φ_{py} существует 5 уравнений для величин T_{dsm} , T_{dau} , T_{dwn} , ΔT_{dd} и ΔT_{dn} .

Изменение параметров ε , e и φ_{py} во времени известно в результате решения задач об орбитальном движении Земли и о ее вращательном движении. В файле OrAl-5kyg.rpn величины ε , e и φ_{py} даны с интервалом 1 год за 5 т.л.н., а в файле OrAl-200ky.rpn – с интервалом 40 лет за 200 т.л.н. Поэтому, по трем параметрам ε , e и φ_{py} должен однозначно определиться возраст эпохи палеонаблюдателя. Если из археологических исследований примерный возраст эпохи наблюдения известен, то по одной из зависимостей ε , e или φ_{py} от времени этот возраст может быть уточнен.

Рассмотрим схематически алгоритмы определения параметров e и φ_{py} в двух случаях: 1) при известном примерном возрасте эпохи наблюдения и 2) при неизвестном. Пусть и в первом и во втором случаях определены два каких-либо параметра палеоклимата, например, $T_{dsm,p}$ и $\Delta T_{dd,p}$. Индекс p , здесь и далее добавленный к обозначению параметра, обозначает, что этот параметр определен по древнему палео-календарю.

В первом случае пусть T_1 и T_2 – время начальной и конечной эпох, в пределах которого находится предполагаемый возраст древнего календаря. С помощью программы SunPhnmen.mcd на интервале от T_1 до T_2 рассчитываются T_{dsm} и ΔT_{dd} и строятся графики $T_{dsm}(\varphi_{py})$ и $\Delta T_{dd}(e)$. По этим графикам по величинам $T_{dsm,p}$ и $\Delta T_{dd,p}$ определяются угол перигелия $\varphi_{py,p}$ и эксцентриситет e_p , которые были в эпоху древнего календаря. Время эпохи T_p определяется из файла данных OrAl-5kyg.rpn или OrAl-200ky.rpn.

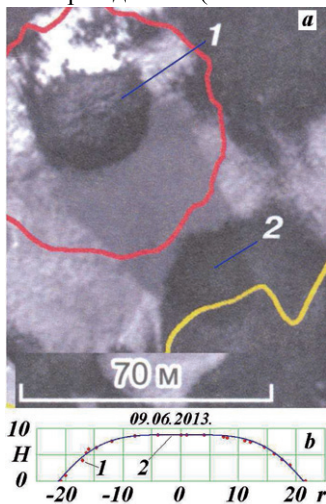
Во втором случае, когда возраст календаря неизвестен, при заданных параметрах φ и ε с помощью программы SunPhnmen.mcd производится первая серия расчетов при неизменном угле перигелия φ_{py} варьируется эксцентриситет e . Во второй серии при неизменном эксцентриситете e варьируется угол перигелия φ_{py} . Затем строится первая серия графиков $T_{dsm}(\varphi_{py})$ при разных e и вторая серия графиков $\Delta T_{dd}(e)$ при разных φ_{py} . Затем на графиках $T_{dsm}(\varphi_{py})$ проводится горизонтальная линия $T_{dsm,p} = \text{const}$, а на графиках $\Delta T_{dd}(e) - \Delta T_{dd,p} = \text{const}$. По пересечению этих линий с линиями графиков $T_{dsm}(\varphi_{py})$ и

$\Delta T_{dd}(e)$ определяются параметры угол $\varphi_{p,r}$ и эксцентриситет e_p , которые были в эпоху древнего календаря. Время эпохи T_p определяется из файла данных OrAl-5kyg.prn или OrAl-200ky.prn по трем параметрам: ε , $\varphi_{p,r}$ и e_p .

5.9. Использование результатов в аэрокосмических исследованиях рельефа

Рассмотренный алгоритм и программа SunPhnmen.mcd по расчету феноменов Солнца может быть использована для определения высоты возвышенностей и глубины выемок при аэрокосмическом исследовании поверхности Земли или других планет. В качестве примера рассмотрим определение профиля бугра по его тени.

Осенью 2013 г. оленеводами на Ямале, в 30 км Бованенковского месторождения ($70^{\circ}21'44''$ с.ш. и $68^{\circ}26'46''$ в.д.) (Богоявленский,



Гарагаш, 2015) обнаружен провал в земле, который еще называют воронкой. Он имел диаметр 25 м и глубину больше 50 м (Кизяков и др., 2013). Вверху провал завершается коническим раструбом диаметром около 60 м. По космическому снимку от 09.06.2013 г. (см. рис. 5.21a) было установлено (Кизяков и др., 2013), что на месте провала находился бугор 1. Цифрой 2 показана тень от бугра.

Рис. 5.21. Бугор (a) от 9 июня 2013 г. вблизи Бованенково на Ямале ($\varphi^{\circ} = 70^{\circ}$)

(Кизяков и др., 2013) перед появлением осенью 2013 г. воронки и профиль бугра (b), рассчитанный по его тени: точки – по результатам измерения тени, линия – аппроксимационная зависимость (5.88).

Солнце находится в направлении противоположном тени, и, как следует из рис. 5.21a, азимут Солнца равен $A_{Shl} = 326.5^{\circ}$. Широта бугра $\varphi = 70.3622^{\circ}$, а дата его наблюдения соответствует $T_d = 81$ день от дня равноденствия 21 марта. По зависимости азимута Солнца A_S от часового угла ω (5.48) время T_d и широта бугра φ позволяют

рассчитать часовой угол Солнца ω , который обозначим как ω_{hs} . Эти расчеты выполнены в в п. 18 программы SunPhnmen.mcd.

Ряд азимутов Солнца $A_{S,k}$ по формуле (5.48) рассчитан для ряда часовых углов $\omega_{h,k}$. По значению азимута A_{Shl} из ряда азимутов $A_{S,k}$ выбирается индекс $in12$, при котором азимут $A_{S,in12}$ находится вблизи значения A_{Shl} , но меньше его. Тогда часовой угол Солнца находится интерполяцией по следующей формуле

$$\omega_{hs} = \omega_{h,in12} + \frac{(\omega_{h,in12+1} - \omega_{h,in12})(A_{S,in12+1} - A_{Shl})}{A_{S,in12+1} - A_{S,in12}}. \quad (5.86)$$

По часовому углу Солнца ω_{hs} с помощью формулы (5.69) рассчитывается единичная длина гномона l_{sh1hl} в месте нахождения бугра. Так как формула (5.69) и входящие в нее выражения являются сложными нелинейными зависимостями, то вычисления в п. 18 программы SunPhnmen.mcd производятся аналогично определению часового угла по формуле (5.86).

Наблюдаемую длину тени бугра l_{Osh} можно определить по космоснимку с учетом приведенного на нем масштаба длины, равному 70 м (см. рис. 5.21). Тогда высота бугра определяется так:

$$H = \frac{l_{Osh}}{l_{sh1hl}}. \quad (5.87)$$

Такие расчеты выполнены для ряда точек тени и получен профиль бугра. На рис. 5.21b точками 1 представлен профиль бугра, определенный по замерам длины тени. Линией 2 приведена аппроксимация профиля бугра зависимостью

$$H_{cs} = H_{mx} \cdot \cos \left[0.5\pi \left(\frac{r}{R_h} \right)^2 \right], \quad (5.88)$$

где $H_{mx} = 8.76$ м – высота бугра в центральной точке;

$R_h = 21.2$ м – радиус бугра.

В работе (Кизяков и др., 2013) по стереопаре снимков оценили диаметр бугра в основании: 45-48 м и его высоту: 5-6 м. Как видим, полученные по тени размеры бугра согласуются с этими оценками: диаметр бугра по тени меньше на 9.7%, а высота – больше на 37%. В работе (Кизяков и др., 2013) сообщается, что в месте нахождения воронки наблюдается уклон местности. Возможно, наличие уклона увеличивает высоту холма.

Рассчитаем тень от гномона, когда она падает не на горизонтальную поверхность, а имеющую уклон β к горизонтальной поверхности HH' (см. рис. 5.14). Обозначим длину тени гномона на наклонной поверхности $l_{sh\beta} = OB$. В треугольнике AOB угол $B = 90^\circ - (z - S) - \beta$. Тогда по теореме синусов $l_g / \sin B = OB / \sin(z - S)$ находим длину тени гномона на наклонной поверхности OB

$$l_{sh\beta} = l_g \cdot \frac{\sin(z - S)}{\cos(z - S + \beta)}. \quad (5.89)$$

После преобразования (5.89) длину тени гномона единичной длины на поверхности с углом уклона β получаем в виде:

$$l_{sh1\beta} = \frac{l_{sh1}}{\cos \beta - l_{sh1} \cdot \sin \beta}, \quad (5.90)$$

где l_{sh1} – длина тени гномона единичной длины на горизонтальной поверхности;

β – угол наклона поверхности в направлении тени.

При наличии уклона в месте нахождения бугра длина тени согласно (5.90) увеличится. Это приведет, в соответствии с (5.87), к уменьшению высоты H бугра.

Представляет интерес полученный профиль (5.88) бугра. Если бугор образован движением льдистого материала, то его профиль даже при движении с неизменным ускорением будет такой же, как и профиль скорости. При ламинарном течении вязкой жидкости в трубе профилем скорости является парабола:

$$v = v_{\max} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_h} \right)^2 \right]. \quad (5.91)$$

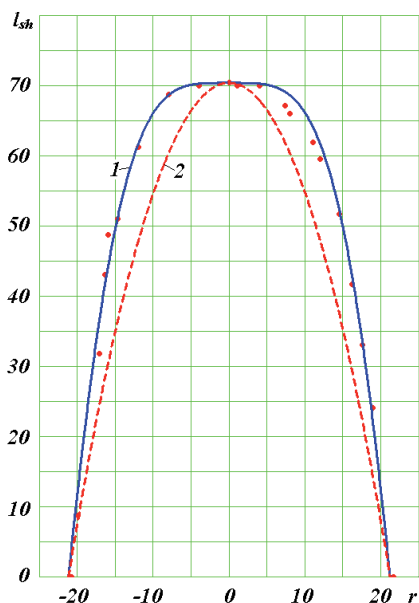
Тогда профиль бугра будет иметь вид:

$$H_q = H_{mx} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_h} \right)^2 \right]. \quad (5.92)$$

Профиль скорости, аналогичный профилю бугра (5.88), получен для вертикальной скорости в сходящемся к центру течения жидкости, например, в пористой трубе с одним заглушенным торцом (см. стр. 59 (Смольский, 1992)). Профили (5.88) и (5.92) для лучшего сравнения на рис. 5.22 нанесены на профиль тени. При этом в выражениях (5.88) и (5.92) вместо H_{mx} использована максимальная длина тени $l_{Oshmx} = 70.4$

м. Как видно из графиков, профиль (5.88) для сходящегося течения значительно лучше согласуется с профилем тени, нежели профиль ламинарного течения (5.92). Имеющееся в правой части отличие наблюдаемого профиля тени от зависимости (5.88) вызвано влиянием снега на правой стороне бугра (рис. 5.21а).

Природа образования воронки на Ямале неизвестна. В настоящее время существуют разные предположения о причинах ее возникновения. Полученный по тени профиль бугра (5.88) может быть объяснен стоком пласта льдистого вещества к центру бугра,



вследствие чего происходит его вертикальное движение вверх. Насколько возможен такой механизм образования воронки могут показать только дальнейшие ее исследования.

Рис. 5.22. Сравнение профиля тени с аппроксимационными зависимостями: 1 — для сходящегося течения (5.88); 2 — для ламинарного течения (5.92); точки — по результатам измерения тени; l_{sh} и r — длина тени бугра и его радиус в м.

Рассмотренный пример использования феноменов Солнца для аэрокосмических исследований показывает большие потенциальные возможности этого метода.

5.10. Заключение

Большие колебания оси вращения Земли объясняют колебания палеоклимата и имеют косвенное подтверждение в некоторых древних календарях и в исторических свидетельствах. Расшифровка древних календарей затруднена сложностью процессов, от которых зависят солнечные явления, фиксируемые календарями. Разработана теория феноменов Солнца, которая алгоритмизирована и реализована в виде программы в среде MathCad. В отличие от традиционной

теории, основанной на уравнении Кеплера, в новой теории долготы λ годового движения Солнца в зависимости от номера дня года определяется по результатам точного решения задачи двух тел.

Рассчитаны длительности сезонов, долготы светового дня, временные характеристики полярных дней и ночей, азимуты восходов и заходов Солнца, длины теней гномона и их азимуты, а также другие феномены Солнца для современной эпохи и для четырех экстремальных эпох на интервале 50 тысяч лет назад. По современной эпохе результаты подтверждены результатами традиционной теории феноменов Солнца и выполненными наблюдениями.

Подведен итог по основным феноменам Солнца. Рассмотрены алгоритмы восстановления отдельных параметров орбитального и вращательного движения Земли, а также широты и возраста эпохи по древним календарям. Показаны возможности разработанного алгоритма и программы SunPhnmen.mcd при аэрокосмических исследованиях рельефа Земли.

ГЛАВА 6

ДАЛЬНЕЙШАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ОСИ ЗЕМЛИ И ПАЛЕОКЛИМАТА

Аннотация

Рассмотрены результаты решения задачи о вращении Земли за 1 млн. лет назад. Показана эволюция угла наклона ε и также летних инсоляций Q_s^{65N} и I за этот период. Пранализированы уровни изменения климата за 1 млн. лет и рассмотрена эволюция инсоляции в эквивалентных широтах за 20 млн. лет назад.

6.1. Введение

Представленные в главах 3 и 4 исследования показали, что экстремумы инсоляции в эпохи: 4.16, 15.88, 31.28 и 46.44 т.л.н. совпадают с ключевыми событиями за последние 50 т.л.н., а именно: оптимумом Голоцена, Сартанским оледенением, Каргинским межледниковьем и Ермаковским ледниковым периодом, соответственно. Совпадение происходит как по времени наступления этих явлений, так и по их интенсивности. Эти изменения инсоляции обусловлены в 7-8 раз большими амплитудами колебаний угла

наклона ε по сравнению с работами предшественников. Приведенные результаты показывают, что колебания инсоляции являются основной причиной изменения климата в прошлом.

Представляет интерес дальнейшее поведение оси Земли и инсоляции. При решении задач орбитального и вращательного движения на суперкомпьютерах за большие промежутки времени возможны перерывы в решении задачи из-за аварийных и регламентных остановок. Поэтому чтобы не запускать задачу с начального момента времени, необходимо чтобы программы работали в режиме продолжения счета. Сложность решения этой проблемы заключается в том, что две разные системы дифференциальных уравнений (1.6) и (1.8) - (1.10) решаются разными методами. Кроме того, каждая система уравнений имеет свои начальные условия и параметры вычислительного процесса. В результате поисков вариантов решения проблемы в программе `glc3rte2.for` был реализован следующий алгоритм. При первом запуске задачи исходные данные и начальные условия считываются с соответствующих файлов каждой задачи. В процессе решения результаты каждой задачи выдаются в файлы с разным интервалом выдачи. Кроме того, выдаются двоичные файлы состояния каждой задачи, но с интервалом выдачи орбитальной задачи. В случае прерывания работы задача может быть запущена вновь с момента последней выдачи двоичных файлов.

Весь процесс решения проблемы является многостадийным. Результаты выдачи программы `glc3rte2.for` обрабатываются с помощью других программ для получения параметров орбиты Земли и оси ее вращения в своих системах координат. Затем рассчитываются параметры подвижной орбиты относительно подвижной оси вращения Земли. По последним параметрам рассчитывается инсоляция Земли. В этих расчетах используется три программы в среде MathCad и комплекс программ под управлением программы `Paorbit2.bat`.

По этой технологии были выполнены решения за 20 млн. лет назад. Вначале рассмотрим поведение оси Земли и инсоляции за 1 м.л.н., а в конце главы – эволюцию инсоляции I в эквивалентных широтах за 20 м.л.н.

6.2. Результаты решения задачи о вращении Земли за 1 млн.

На рис. 6.1 представлены результаты решения задачи (1.8) - (1.10) о вращательном движении Земли в виде разностей углов прецессии оси $\Delta\psi$ и ее наклона $\Delta\theta$, а также производных этих углов $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$. Как уже отмечалось в главе 1, угол прецессии ψ (рис. 1.5) измеряется на плоскости неподвижной орбиты на эпоху 2000.0 г. до линии пересечения ее плоскостью подвижного экватора (точка γ_I) от первоначального положения этой линии в эпоху 2000.0 г. (точка γ_0). А угол θ – это угол между двумя этими плоскостями.

Угол прецессии ψ колебательно возрастает в прошлое со средней скоростью $\dot{\psi}_m = -0.024417016$ 1/столетие практически по линейному закону:

$$\psi_a = \dot{\psi}_m \cdot T, \quad (6.1)$$

где T – время в сидерических столетиях. Отрицательный знак $\dot{\psi}_m$ означает, что ось вращения Земли прецессирует по часовой стрелке.

Средняя скорость $\dot{\psi}_m$ связана с периодом прецессии $P_{pr} = 2\pi/\dot{\psi}_m$ оси вращения Земли. По результатам решений за 1 млн. лет период прецессии равен: $P_{pr} = 25738$ лет.

На рис. 6.1 показано изменение разности угла ψ

$$\Delta\psi = \psi - \psi_a \quad (6.2)$$

за 1 млн.л.н. На этом интервале времени колебания $\Delta\psi$ происходят от -0.184 до 0.233 радиан, т.е. размах колебаний равен 0.417 радиана.

Разность угла $\Delta\theta$ на рис. 6.1 приведена по отношению к начальному значению $\theta_0 = 0.40904645$. Величина $\Delta\theta$ колеблется подобно колебаниям $\Delta\psi$, но в меньшем диапазоне: от -0.0845 до 0.0855, т.е. размах колебаний равен 0.17 радиан. Таким образом, амплитуда колебаний угла θ в 2.45 раз меньше амплитуды колебаний ψ . Кроме того, колебания $\Delta\theta$ не совпадают по фазе с колебаниями $\Delta\psi$, они сдвинуты по оси времени T на -7.5 тыс. лет.

Производные $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$, как видно из рис. 2, на этом интервале времени устойчиво колеблются от -0.0704 до 0.0027 и от -0.0166 до 0.0175, соответственно. При этом амплитуда колебаний $\dot{\theta}$ в 3.8 раз меньше амплитуды колебаний $\dot{\psi}$.

Устойчивое колебание скоростей $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$, а также отсутствие тренда в их изменении свидетельствует о хорошей точности метода

интегрирования дифференциальных уравнений вращательного движения (1.8) - (1.10). При меньшей точности интегрирования этих уравнений происходит увеличение амплитуд, а также может появиться тренд в изменении $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$.

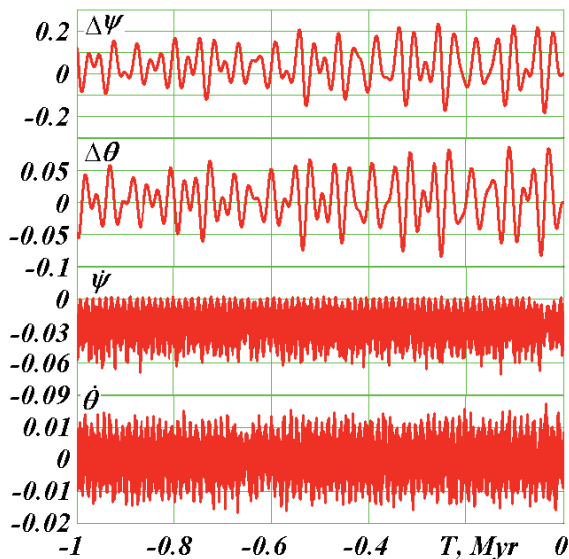


Рис. 6.1. Воздействие Солнца, Луны и планет на вращательное движение Земли за 1 млн. лет. Разности углов прецессии $\Delta\psi$ и нутации $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ даны в радианах, а скорости $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$ - в радианах в столетие; T – время в млн. лет.

6.3. Подвижная плоскость орбиты относительно подвижной плоскости экватора

Полученные параметры орбитального движения φ_p , φ_Ω и i вращательного движения ψ и θ позволяют определить угол φ_{py} положения перигелия Земли относительно восходящего узла γ подвижной плоскости орбиты относительно подвижного экватора. Среднее его изменение происходит по закону (Мельников, Смульский, 2009)

$$\varphi_{pyt} = \varphi_p + (2\pi \cdot T / P_{pr}). \quad (6.3)$$

Мгновенные значения φ_{py} на интервале 1 млн. лет визуально не отличается от линейного закона (6.3). Поэтому график φ_{py} мы не

приводим. А в колебания угла φ_{py} кроме угла φ_p дают вклад также углы φ_Ω , i , ψ и θ , поэтому спектр колебаний φ_{py} весьма широкий.

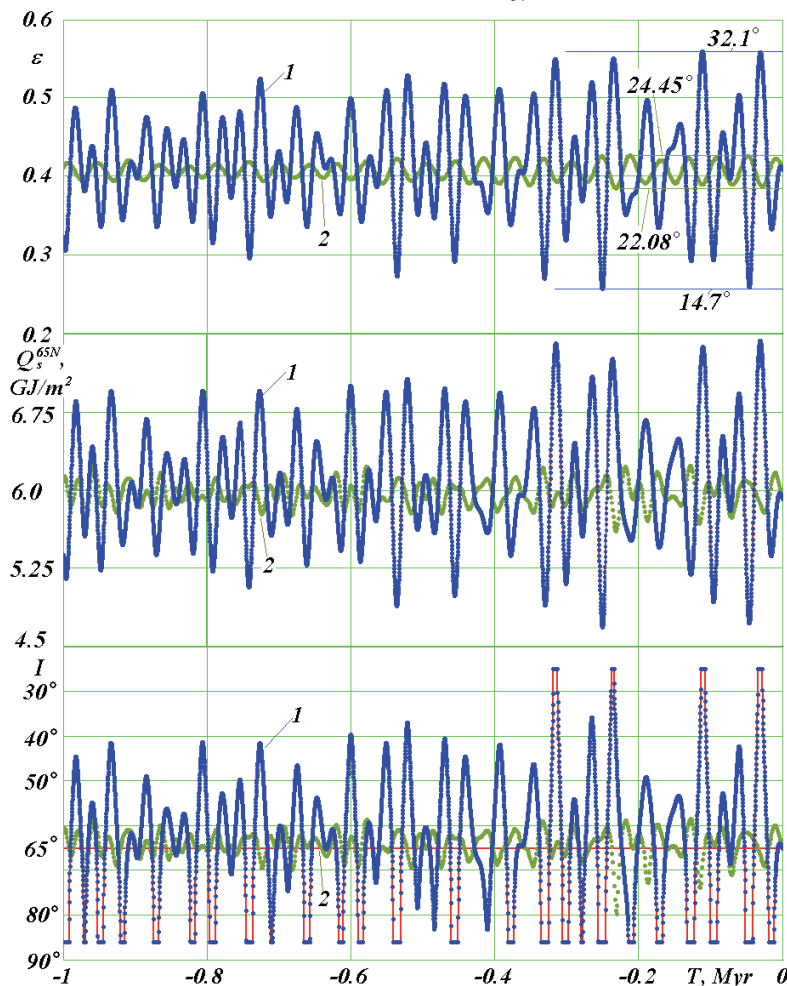


Рис. 6.2. Эволюция угла наклона ε , а также летних инсоляций Q_s^{65N} и I за 1 млн. лет в прошлое. Сравнение новых результатов 1 с результатами прежних теорий 2 на примере работы Дж. Ляскара и др. (Laskar et al, 2004a). В градусах приведены максимальные и минимальные значения угла ε .

Эти же углы φ_Ω , i , ψ и θ позволяют определить угол ε наклона подвижной орбиты относительно подвижного экватора. Изменение ε

за 1 млн. лет показано линией 1 на рис. 6.2. Для сравнения линией 2 приведено изменение угла ε по решениям наших предшественников на примере работы (Laskar et al, 2004a). Горизонтальными линиями показаны в градусах диапазоны колебаний угла наклона ε в этих двух решениях. Диапазон колебаний ε в новых решениях в 7.3 раза больше, нежели в прежних.

По нашим решениям наибольшее значение угла $\varepsilon = 32.078^\circ$ происходит 111.6 т.л.н. При этом в эпоху 31.0 т.л.н. $\varepsilon = 32.018^\circ$, т.е. чуть меньше. А наименьшее значение $\varepsilon = 14.676^\circ$ происходит в эпоху 250.8 т.л.н. При этом в эпоху 46.44 т.л.н. такой минимум немного не достигнут. На дальнейшем промежутке времени $T < -330$ амплитуды колебаний имеют меньшие значения. Эта же тенденция наблюдается для изменения ε по прежним решениям (линия 2), например, минимум $\varepsilon = 22.076^\circ$ достигается в эпоху 232 т.л.н., а максимальное значение $\varepsilon = 24.455^\circ$ – в эпоху 212 т.л.н., т.е. далее до 1 м.л.н. амплитуды колебаний имеют меньшие значения.

6.4. Изменение инсоляции Земли за прошедший миллион лет

Как уже отмечалось, с помощью программы Ins12bd.mcd (Смутьский, 2013б) по параметрам орбитального и вращательного движения Земли ε , φ_p и e рассчитывается инсоляция Земли. На рис. 6.2 линией 1 показано изменение инсоляции за летнее калорическое полугодие на широте 65° северного полушария Q_s^{65N} . Колебания инсоляции практически софазны изменениям угла ε . Как уже отмечалось, максимумы Q_s^{65N} свидетельствуют о теплых периодах на Земле на широтах $\varphi > 45^\circ$, а минимумы – о холодных периодах.

Как видно из рис. 6.2, самый теплый период с максимумом $Q_s^{65N} = 7.432$ ГДж/м² наступил 31.28 т.л.н. Близкое к этому значение было потепление 316 т.л.н. А максимум летней инсоляции в момент 111.6 т.л.н, когда ε достигает максимума, заметно ниже, нежели 31.28 т.л.н. Это обусловлено тем, что инсоляция зависит не только от угла ε , но и от других параметров φ_{py} и e .

Самый холодный период с инсоляцией $Q_s^{65N} = 4.679$ ГДж/м² наступил 251.2 т.л.н. Почти такое же уменьшение количества тепла Q_s^{65N} происходило 46.44 т.л.н. Как видно из рис. 3 на интервале времени больше 330 т.л.н. уже таких больших колебаний климата не происходило.

На рис. 6.2 эти же данные показаны в виде инсоляции I в эквивалентных широтах. Верхние горизонтальные участки свидетельствуют, что в эпоху T летняя инсоляция на широте 65° была больше, чем современная на экваторе. А нижние участки – меньше чем сейчас на полюсе. Как видно из графика I (линия 1) на рис. 6.2, за 1 млн. лет были четыре теплые эпохи, при которых количество солнечного тепла летом было больше, чем сейчас на экваторе. А холодных эпох, когда количество тепла было меньше, чем сейчас на полюсе, было 23. Не все они одинаковы: одни более интенсивные, другие – менее. Далее мы уточним их интенсивность.

На рис. 6.2 линиями 2 показаны инсоляции Q_s^{65N} и I , рассчитанные нами по программе Ins12bd.mcd на основании параметров ε , φ_{pp} и e работы (Laskar et al, 2004a). Как видно из сравнения с нашими результатами (линии 1), колебания инсоляции по прежним теориям в 7-8 раз меньше. Такие малые колебания инсоляции, как уже отмечалось, всегда вызывали сомнения у палеоклиматологов в том, что они могли приводить к значительным похолоданиям и потеплениям в прошлом.

На интервале 200 т.л.н. в главе 3 мы ввели 13 инсоляционных периодов изменений климата, а также 6 его градаций: от очень холодного до очень теплого (Смольский, 2015). На рис. 6.3 эти градации климата нанесены на график инсоляции Q_s^{65N} .

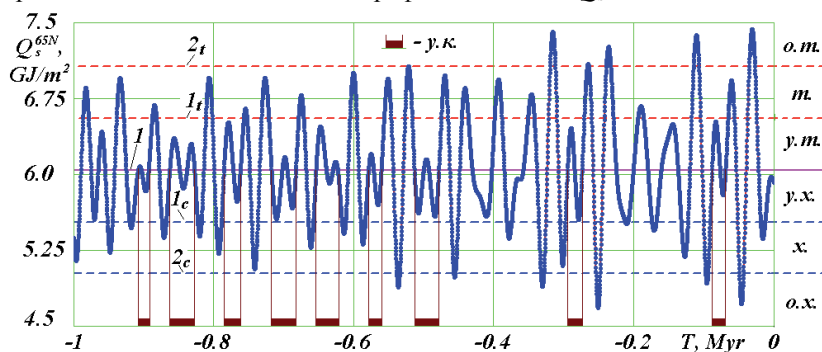


Рис. 6.3. Уровни изменения климата за 1 млн. лет в прошлое: 1 – средняя инсоляция Q_{sm} ; 1t и 2t – первая и вторая границы теплых уровней; 1c и 2c – первая и вторая границы холодных уровней; у.т., т., о.т. – теплые уровни; у.х., х., о.х. – холодные уровни; у.к. – периоды умеренного климата.

Линией 1 показан средний уровень инсоляции на Земле. Он относится к широте 65° . Так как инсоляция на широте 65° , как показано в наших работах (Смутьский, 2014; Смутьский, 2015; Smulsky, 2016) и уже отмечалось, является показателем изменения климата на широтах $|\varphi| > 45^\circ$, то средний уровень инсоляции на Земле для градации климата принят по средней инсоляции на широте 65° .

По пересечению кривой Q_s^{65N} с линией 1 определяются границы периодов. В главе 3 на интервале 200 т.л.н., были введены инсоляционные периоды $O_l, I_l, 2_l, \dots, 12_l$. Поэтому следующий минимум Q_s^{65N} можно обозначить как 13_l . Линиями $2c, 1c, 1t, 2t$ обозначены границы начала уровней климата: очень холодного, холодного, теплого, очень теплого, соответственно.

Как видно из рис. 6.3, за 1 млн. л. н. очень холодных периодов было 6, и 4 – очень теплых. Значительно больше было холодных и теплых периодов, а именно по 16. Остальные периоды были умеренно холодные и умеренно теплые. Современная эпоха ($T = 0$) является умеренно холодной. Кроме того, как видно из рис. 6.3, имеется ряд интервалов времени, когда происходит одно или несколько колебаний инсоляции Q_s^{65N} вокруг среднего значения Q_{sm} . При этом в максимуме не достигается первый теплый уровень ($1t$) климата, в минимуме – первый холодный ($1c$) уровень климата. Поэтому их можно назвать периодами умеренного климата (у.к.). На рис. 6.3 эти периоды отмечены как у.к. За 1 млн. лет их было 9. На рис. 6.3 периоды умеренного климата затушеваны на оси времени T . В периоды умеренного климата имеются фазы потепления и похолодания, но их интенсивность не доходит до границы уровней теплого и холодного климата. Таких фаз в период умеренного климата может быть несколько.

6.5. Эволюция инсоляции Земли за прошедшие 20 миллионов лет

Как уже отмечалось, орбитальную задачу мы решили за 100 м.л.н., а задачу о вращении Земли – за 20 м.л.н. За каждый миллион лет построены графики ε , Q_s^{65N} и I , аналогичные рис. 6.2. Поведение параметров орбиты Земли за 50 м.л.н. показано на рис. 1.8. Аналогично изменяются орбитальные параметры с 50 м.л.н. до 100

млн., т.е. за следующие 50 млн. Вид эволюции параметров на этих двух интервалах практически не изменяется. Как показано на рис. 1.7, существует три долгопериодических периодов изменения эксцентриситета орбиты Земли: 94.5 куг, 413 куг и 2.31 Муг. Примерно такая же ситуация с другими орбитальными параметрами.

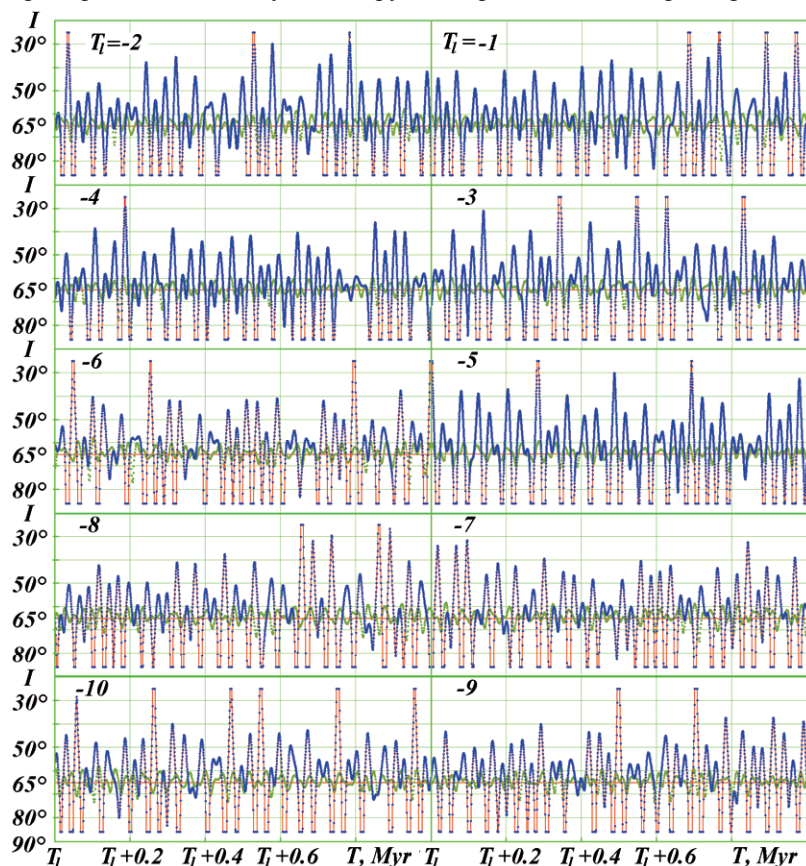


Рис. 6.4. Эволюция летней инсоляции I в эквивалентных широтах за 10 млн. лет в прошлое в виде 10 графиков по 1 миллиону лет: T_l – левый отсчет оси времени в млн. лет. Для сравнения сплошной линией вблизи $I = 65^\circ$ приведены результаты прежних теорий на примере работы (Laskar et al, 2004a).

Таким образом, на интервале времени большим 2.31 Муг следует ожидать, что колебания орбитальных параметров выходят на

стационарный режим и других их изменений не будет. Из рис. 1.8 видно, что интервал 10 Муг является достаточным для того, чтобы убедиться в стабильности и регулярности колебания орбиты Земли.

Представляет интерес поведение оси Земли и инсоляции на больших интервалах времени. Так как анализ колебания ε , Q_s^{65N} и I по каждому миллиону лет, как на рис. 6.2, требует много места, рассмотрим изменение только инсоляции в эквивалентных широтах I на двух интервалах по 10 млн. лет. В таком масштабе инсоляция I более представительно отражает эволюцию этих параметров. На рис. 6.4 в виде двух столбцов по 5 одномиллионных интервалов представлено изменение инсоляции в эквивалентных широтах I за первые 10 млн. лет, а на рис. 6.5 – за вторые 10 млн. лет с 10 м.л.н. до 20 м.л.н.

На этих графиках хорошо идентифицируются очень теплые периоды, когда количество летнего тепла на широте 65° было больше, чем сейчас на экваторе. В эти моменты на графиках рис. 6.4 и 6.5 инсоляция $I < 30^\circ$ и завершается горизонтальной площадкой. При анализе параметров ε , Q_s^{65N} и I за первый миллион лет на рис. 6.2 и 6.3 следует, что очень холодные периоды преимущественно находятся недалеко от тех эпох, что и теплые. Амплитуды колебаний их инсоляций также близки. При этом очень теплые периоды преимущественно совпадают по времени с наибольшими углами наклона ε , а очень холодные – с наименьшими ε . С учетом этого рассмотрим количество очень теплых периодов за 20 м.л.н.

Как уже отмечалось, очень теплых периодов (с $I < 30^\circ$.) за первый миллион лет (рис. 6.2) было 4. Еще по 4 теплых периода, как видно из рис. 6.4 и рис. 6.5, было на интервалах с левым отсчетом оси времени $T_l = -3$ Муг = 3 м.л.н. и $T_l = 17$ м.л.н. По три очень теплых периода были на интервалах $T_l = 2$ м.л.н., $T_l = 5$ м.л.н., $T_l = 6$ м.л.н., $T_l = 14$ м.л.н. и $T_l = 19$ м.л.н. По два очень теплых периода были на интервалах $T_l = 8$ м.л.н., $T_l = 9$ м.л.н., $T_l = 12$ м.л.н., $T_l = 13$ м.л.н., $T_l = 15$ м.л.н. и $T_l = 20$ м.л.н. По одному очень теплomu периоду было на интервалах $T_l = 4$ м.л.н., $T_l = 11$ м.л.н. и $T_l = 16$ м.л.н. Не было очень теплых периодов на интервалах $T_l = 7$ м.л.н. и $T_l = 18$ м.л.н. Кроме того, был интервал $T_l = 10$ м.л.н., когда было 5 очень теплых периодов.

Как видно из рис. 6.2, очень теплому периоду или очень большому значению ε сопутствует, опережает или предшествует, малое значение ε , т.е. очень холодный период. Поэтому количеству очень теплых периодов примерно соответствует количество очень холодных периодов.

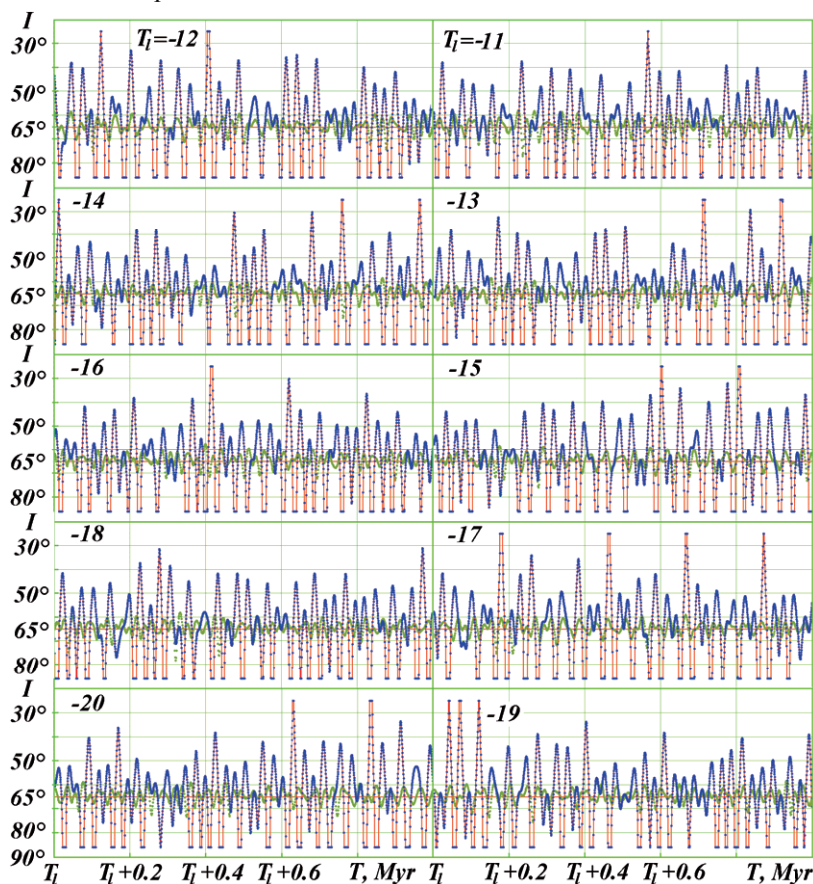


Рис. 6.5. Эволюция летней инсоляции I в эквивалентных широтах с 10 м.л.н. до 20 м.л.н. в прошлое в виде 10 графиков по 1 миллиону лет: T_i – левый отсчет оси времени в млн. лет. Для сравнения сплошной линией вблизи $I = 65^\circ$ приведены результаты прежних теорий на примере работы (Laskar et al, 2004a).

Итак, одномиллионных интервалов времени с пятью очень теплыми периодами было 1, с четырьмя – 3, с тремя – 5, с двумя – 6, с

одним – 3 и без теплых периодов – 2. Таким образом, преимущественно, на интервале 1 млн. лет бывает 2 очень теплых периода. А так как им сопутствует 2 холодных периода, то происходит две смены очень теплых периодов на очень холодные периоды. Тем не менее, могут быть беспокойные миллионные интервалы времени, когда происходит пять таких смен. Наряду с этим могут существовать спокойные миллионные интервалы, когда не бывает крайне высоких потеплений и похолоданий.

На рис. 6.4 и 6.5 два последовательных графика за миллионные период расположены последовательно. Поэтому каждая строка рис. 6.4 и 6.5 представляет график инсоляции за 2 млн. лет. В середине этих двухмиллионных интервалов имеются несколько интервалов по 1 млн. лет, когда больших колебаний инсоляции также не было.

Следует отметить, что такой выполненный анализ по эволюции I является качественным. А точное количество очень теплых и очень холодных периодов изменения климата необходимо определять согласно (3.1) - (3.4), как это показано на рис. 6.3.

6.6. Заключение

Представленные на рис. 6.4 и рис. 6.5 результаты и их анализ показывают, что на интервале 20 млн. лет происходят стабильные колебания угла наклона ε и инсоляции I . Проявившиеся за первые 50 тыс. лет пределы колебаний угла ε от 14.8° до 32.1° (рис. 1.12) практически остаются неизменными в течение 20 млн. лет. Что же касается регулярности колебаний оси Земли и климата, то они происходят с меньшей регулярностью, чем колебания орбитальных параметров. Основной период колебаний угла ε и инсоляций Q_s^{65N} и I равен периоду прецессии $P_{pr} = 25.740$ тыс. лет. Однако далеко не каждый пик колебания завершится экстремумом угла наклона и инсоляции. Как было показано, таких экстремумов за 1 миллион лет может быть 10, а может и не быть совсем. Таким образом, экстремальные углы наклона и значения инсоляций происходят в нерегулярном порядке.

Такой нерегулярный порядок наступления событий обычно называют хаотическим. Однако, в данном случае, эти события строго детерминированы и происходят в результате влияния многих факторов, определяющих орбитальное движение тел Солнечной

системы и вращательное движение Земли. Поэтому рассматриваемый пример является тем случаем, когда воспринимаемые нами хаотически происходящие обстоятельства оказываются обусловленными строго детерминированными причинами, а именно: гравитационным взаимодействием многих тел.

В п. 2.12 мы рассмотрели короткопериодические изменения инсоляции на интервале 100 лет. Из рис. 2.5 видно, что инсоляция имеет широкий спектр колебаний как по ее составляющим, так по широте и по времени. Все эти составляющие получены в результате детерминированного решения проблемы. Подход к этой проблеме с позиций гипотез, например гипотезы о воздействии орбитального движения Луны на расстояние Земли до Солнца, дает, как показано в п. 2.12, фиктивные колебания инсоляции. При подобных индетерминированных подходах полученные результаты могут быть статистически обоснованы. Однако действительные изменения будут происходить по-другому.

Итак, глобальные изменения климата на Земле на рассматриваемых интервалах времени происходят нерегулярно, но строго детерминировано. По-видимому, и другие события, например, короткопериодические изменения климата, или изменения погоды, со временем будут рассмотрены с учетом всех влияющих факторов, и, несмотря на их кажущуюся хаотичность, будут строго детерминировано определены.

Список литературы

Арсланов Х.А., Лавров А.С., Потапенко Л.М. Новые данные о позднеплейстоценовом оледенении севера Западной Сибири. – Оледенения и палеоклиматы Сибири в плейстоцене. Новосибирск, «Наука», 1983, с. 27-35.

Архипов С.А. Хронология геологических событий позднего плейстоцена Западной Сибири. Геология и геофизика, 1997, т. 38, № 12, с. 1863-1884.

Архипов С.А. Главные геологические события позднего плейстоцена (Западная Сибирь). – Геология и геофизика, т. 41, № 6, 2000, с. 792-799.

Архипов С.А., Астахов В.И., Волков И.В., Волкова В.С., Паныхев В.А. Палеогеография Западно-Сибирской равнины в максимум позднезырянского оледенения. – Новосибирск : Наука, 1980, 109 с.

Архипов С.А., Волкова В. С., Зыкина В. С., Бахарева В.А., Гуськов С.А., Левчук Л.К. Природно-климатические изменения в Западной Сибири в первой трети будущего столетия // Геология и геофизика, 1995, т. 36, № 8, с. 51-71.

Баулин В.В. История развития многолетнемерзлых пород в районе Нижней Оби в четвертичный период: Автореф. дис. канд. геол.-мин. наук. – М., МГУ, 1959. – 19 с.

Бахарева В.А., Орлова Л.Н. О нормировании и расчете инсоляции // Светотехника, 2006. № 1. с. 18-27.

Бобков Р.А. Четвертичное оледенение в истории Западной Сибири. / В сб. Арктика, Субарктика: мозаичность, контрастность, вариативность криосферы: Труды международной конференции / Под ред. В.П.Мельникова и Д.С.Дроздова. - Тюмень: Изд-во Эпоха, 2015. - С. 31-34.

Богданов М.Б. Катрущенко А.В. Изменения инсоляции, вызванные влиянием Луны // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер.: Науки о Земле, 2008. Т. 8 вып. 1 С. 3 – 5

Богданов М.Б. Катрущенко А.В. Сурков А.Н. Изменения инсоляции, вызванные планетными возмущениями орбиты Земли и вариацией солнечной постоянной // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер.: Науки о Земле, 2006. Т. 6 вып. 1. С. 3 - 9.

Богоявленский В.И., Гарагаш И.А. Обоснование процесса образования кратеров газового выброса в Арктике математическим моделированием // Арктика: экология и экономика. 2015, № 3 (19), с. 12-17.

Большаков В.А., Капица А.П. Уроки развития орбитальной теории палеоклимата // Вестник Российской Академии Наук, 2011, т. 81, № 7, с. 603-612.

Бутвиловский В.В. Палеогеография последнего оледенения и голоцена Алтая. Событийно-катастрофическая модель. Томск, Изд-во Томск, ун-та, 1993, 218 с.

Васильчук Ю.К. Закономерности развития инженерно-геологических условий севера Западной Сибири в голоцене. Автореф. канд. геол.-мин. наук. – М., МГУ, 1982. 27 с.

Волков И.А., Архипов С.А. Четвертичные отложения района Новосибирска: оперативно-информационный материал. Новосибирск, «Наука», 1978, 90 с.

Волков И.А., Волкова В.С., Задкова И.И. Покровные лессовидные отложения и палеогеография юго-запада Западной Сибири в плиоцен-четвертичное время. Новосибирск, «Наука», 1969, 332 с.

Волкова В. С. Колебания Климата в Западной Сибири в позднелиниозное и четвертичное время // Эволюция климата, биоты и среды обитания человека в позднем кайнозойе Сибири. Новосибирск, ОИГТМ СО АН СССР, 1991, с. 30-39.

Вурком А. Астрономическая теория изменения климата/В кн. Изменение климата. – М.: ИЛ. 1958, с. 168-178.

Гончаров С.В. Граница последнего оледенения на Среднем Енисее: Положение и возраст // Докл. АН СССР, т. 290, № 6, 1986, с. 1436-1439.

Гребеников Е.А., Смольский И.И. Эволюция орбиты Марса на интервале времени в сто миллионов лет / Сообщения по прикладной математике. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. – 2007. – 63 с.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvMa100m4t2.pdf>.

Гросвальд М.Г. Покровные ледники континентальных шельфов. М., «Наука», 1983, 216 с.

Гросвальд М.Г. Оледенение Русского Севера и Северо-Востока в эпоху последнего великого похолодания// Материалы гляциологических исследований. Вып. 106. М.: «Наука», 2009. 152 с.

Джон Б., Дербишир Э., Янг Г., Фейрбрдж Р., Эндрюс Дж. Зимы нашей планеты: Пер. с англ. / Под ред. Б. Джона. – М.: Мир, 1982. – 336 с.

Ершов Э.Д. Геокриология СССР. Западная Сибирь – М.: Недра, 1989. – 454 с.

Зиновьев Е.В. Реконструкция динамики природных сообществ долины реки Глубокий Сабун (бассейн реки Вах) на рубеже позднего

плейстоцена – голоцена по энтомологическим данным. – Арктика, Субарктика: мозаичность, контрастность, вариативность криосферы: Труды международной конференции. Тюмень: Изд-во Эпоха, 2015, с. 142-145.

Иванов В.В. Периодические колебания погоды и климата // Успехи физ. Наук, 2002, т. 172, № 7, с. 777-811.

Иванова А. А., Смутьский И.И. Изменения инсоляции и палеоклимата в Западной Сибири за последние 50 тыс. лет / В сб. Научная и производственная деятельность – средство формирования среды обитания человечества: Материалы Всероссийской молодежной научно-практической конференции (с международным участием) 26-27 апреля / Отв. редактор Д. С. Дроздов, М. Р. Садуртдинов. – Тюмень, ТИУ, 2016, с. 117-124.
www.ikz.ru/~smulski/Papers/IIPIC150ty1.pdf.

Илларионов А.Г. Тургайский спиллвей. К истории становления и развития речной сети Арало-Иртышского региона. Ижевск, 2013. 103 с.

Имбри Дж., Имбри К.П. Тайны ледниковых эпох: Пер. с англ. / Под ред. Г.А. Авсюка. – М.: Прогресс, 1988. – 264 с.

Исрапилов М.И. Наскальные рисунки Дагестана и колебания полюсов и наклона оси Земли в голоцене. Махачкала: Издательство “Юпитер”. – 2003, 432 с.

Кизяков А.И., Соношкин А.В., Лейбман М.О., Зимин М.В., Хомутов А.В. Геоморфологические условия образования воронки газового выброса и динамика этой формы на центральном Ямале // Криосфера Земли. 2013. Т. XVII. № 4. С. 36-47.

Комаров И.А., Исаев В.С. Кримиология Марса и других планет Солнечной системы. – М.: Научный мир, 2010. – 232 с.

Котляков В.М., Сонечкин Д.М. Современное прочтение истории ледниковых циклов плейстоцена // Лед и снег. 2015. № 2 (130). С. 103-122.

Крутько П.Д., Максимов А.И., Скворцов Л.М. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем – М.: Радио и связь, 1988. – 298 с.

Ларичев В.Е. Мудрость змеи: Первобытный человек, Луна и Солнце. Новосибирск: «Наука», Сибирское Отделение, 1989, 272 с.

Лаухин С.А., Арсланов Х.А., Шилова Г.Н., Величневич Ф.Ю., Максимов Ф.Е., Кузнецов В.Ю., Чернов С.Б., Тертычная Т.В. Палеоклиматы и хронология средневюрмского мегаинтерстадиала на Западно-Сибирской равнине // Доклады РАН. 2006. Т. 411. № 4. С. 540-544.

Ломанченков В.С. Об основных этапах геологического развития Лено-Колымской Приморской низменности в позднечетвертичную и современную эпохи. – Четвертичный период Сибири. Материалы докладов Всесоюзного совещания по изучению четвертичного периода, т. II. М., «Наука», 1966, с. 283-288.

Мельников В.П., Смутьский И.И. Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. – Новосибирск: Академическое изд-во “Гео”, 2009. – 98 с. Книга на двух языках. С обратной стороны: Melnikov V.P., Smulsky J.J. Astronomical theory of ice ages: New approximations. Solutions and challenges. – Novosibirsk: Academic Publishing House “GEO”, 2009. – 84 p. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>

Мельников В.П., Смутьский И.И., Смутьский Я.И. Составная модель вращения Земли и возможный механизм взаимодействия континентов // Геология и Геофизика, 2008, № 11. – С. 1129-1138. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/RGGRu190.pdf>.

Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. – М.-Л.: ГОНТИ, 1939. – 207 с.

Михайлов В.Н. Загадки Каспийского моря / Соросовский образовательный журнал, том 6, №4, 2000, с. 63-70.

Некрасов И.А., Коновальчик Н.Г., Семенова Г.В., Скорбилин Н.А. История геокриологического исследования Западной Сибири. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 270 с.

Никифорова К.В., Певзнер М.А. Проблемы стратиграфии, геохронологии и корреляции четвертичной системы. – В кн.: Проблемы геологии и истории четвертичного периода (антропогена). М.: Наука, 1982, с. 5-99.

Ньютон Р.Р. Преступление Клавдия Птолемея: пер. с англ. М.: Наука. – 1985, 384 с.

- Оппенгеймер С.** Изгнание из Эдема. – М.: Из-во Эксмо, 2004. – 640 с.
- Палеогеографический словарь.** М.: Мысль. 1985. – 367 с.
- Панычев В.А.** Радиоуглеродная хронология аллювиальных отложений Предалтайской равнины. Новосибирск, Наука, 1979; 132 с.
- Попов Г.И.** Плейстоцен Черноморско-Каспийских проливов. К. М.: Наука. 1983. – 214с.
- Птолемей К.** Альмагест. Математическое сочинение в тринадцати книгах. М.: Наука. Физматлит. 1998, 672 с.
- Пятосина Н.** Мансийское озеро - море оказалось древнее, чем думали // Наука и жизнь. - 2005. - N 2. - с. 138-139
- Рычагов Г.И.** Плейстоценовая история Каспийского моря. М.: Изд-во МГУ, 1997. 267 с.
- Сакс В.Н.** Четвертичный период в Советской Арктике. М.; Л., Морское и речное изд-во, 1953, 627 с.
- Смутьский И.И.** Комплексный показатель и уровни загрязнения атмосферы в периоды неблагоприятных метеорологических условий // Метеорология и Гидрология, – 1987. – N8. – С. 48 – 56.
- Смутьский И.И.** Аэродинамика и процессы в вихревых камерах. - Новосибирск: ВО "Наука". – 1992, 301 с.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Aerpro/aerpro.djvu>.
- Смутьский И.И.** Теория взаимодействия. – Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГТМ СО РАН, 1999 г. – 294 с.
http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf.
- Смутьский И.И.** Расчет взаимодействий в Солнечной системе за 50 млн. лет для изучения эволюции климата / «Большая Медведица». Журнал проблем защиты Земли. – Межрегиональный общественный фонд им. Ломоносова. Новосибирск, Россия, 2005 г., No. 1, с. 44-56. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/RasVSS2c.pdf>.
- Смутьский И.И.** Математическая модель Солнечной системы / В сб. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына, 2007. С. 119-138.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/MatMdSS5.pdf>.

Смутьский И.И. Оптимизация пассивной орбиты с помощью гравиманевра // Космические Исследования, 2008, том 46, No 5. – С. 484-492. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/KOS0484.pdf>.

Смутьский И. И. Многослойные кольцевые структуры // Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, No. 5(168). – С. 737-743. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/MnsKoStr4c.pdf>.

Смутьский И.И. Система Galactica. Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2012. <http://www.ikz.ru/~smulski/GalacteW/>.

Смутьский И.И. Анализ уроков развития астрономической теории палеоклимата // Вестник Российской Академии Наук, 2013а. Т. 83. № 1. С. 31-39. <http://elibrary.ru/item.asp?id=18448265>. doi:10.7868/S0869587313010118

Смутьский И.И. Программа расчета инсоляции Земли в среде MathCad. / Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2013б. <http://www.ikz.ru/~smulski/Data/Insol/>.

Смутьский И.И. Основные положения и новые результаты астрономической теории изменения климата / Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2014. – 30 с.: ил: 16.- Библиогр.: 44 назв. - Рус. Деп . в ВИНТИ РАН 30.09.2014, № 258-B2014. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/OsPoATLP3.pdf>.

Смутьский И.И. Новые инсоляционные периоды и последние похолодания в плиоцене / В сб. Арктика, Субарктика: мозаичность, контрастность, вариативность криосферы: Труды международной конференции / Под ред. В.П.Мельникова и Д.С.Дроздова. - Тюмень: Изд-во Эпоха, 2015. - С. 360-363. http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/smulsky_J_J2015_03_15c1.pdf.

Смутьский И.И. Феномены Солнца в исторической перспективе / Институт криосферы Земли СО РАН. - Тюмень, 2016а. - 66 с. - Илл.: 23.- Библиогр.: 24 назв. - Рус. Деп . в ВИНТИ РАН 11.01.2016, № 9-B2016. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/SunPhnmen.pdf>.

Смутьский И.И. Новые результаты по инсоляции Земли и их корреляция с палеоклиматом Западной Сибири в позднем плейстоцене // Геология и Геофизика, 2016б, т. 57, № 7, с. 1393-1407. DOI: [10.15372/GiG20160709](http://dx.doi.org/10.15372/GiG20160709).

Смутьский И.И., Иванова А.А. Реконструкция палеоклимата в Западной Сибири за последние 50 тыс. лет на основании изменения инсоляции / В сб. Материалы Пятой конференции геокриологов России. МГУ имени М.В. Ломоносова, 14-17 июня 2016 г. Т. 2. Часть 5. Региональная и историческая геокриология. Часть 6. Динамическая геокриология. Геокриологические процессы и явления. Часть 7. Литогенетическая геокриология (криолитогенез). - М.: "Университетская книга", 2016, с. 233-240.
www.ikz.ru/~smulski/Papers/RecnstrPClm01.pdf.

Смутьский И.И., Кротов О.И. Новый алгоритм расчета инсоляции Земли / Институт криосферы Земли СО РАН. – Тюмень, 2013. – 38 с. – Деп. в ВИНТИ 08.04.2013 № 103-B2013.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/NwAlCII2c.pdf>.

Смутьский И.И., Кротов О.И. Изменение кинетического момента в динамике Солнечной системы // Космические исследования, 2015, том 53, № 3, с. 253–262. DOI: 10.7868/S0023420615020090.
http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/IzmMom5_1J.pdf.

Смутьский И.И., Сеченов К.Е. Уравнения вращательного движения Земли и их решения при воздействии Солнца и планет / Институт криосферы Земли СО РАН. - Тюмень, 2007. - 35 с. - Деп. в ВИНТИ 02.05.07 г. № 492-B2007.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/UVrVzSPc.pdf>.

Соломатин В.И., Белова Н.Г. Доказательства погребенного глетчерного происхождения пластовых льдов // Десятая Международная конференция по мерзлотоведению. Том III (статьи на русском языке): Тюменский Государственный нефтегазовый университет, Тюмень. - 2012 г. С. 493-497.

Справочное руководство по небесной механике и астеродинамике / Под ред. Дубошина Г.Н. Изд. 2-е, доп. и перераб. М., Наука, 1976, 862 с.

Тилак Б.Г. Арктическая родина в Ведах. М.: ФАИР-ПРЕСС. 2002, 528 с.

Труды ИПА РАН. Вып. 10. Эфемеридная астрономия. – Санкт-Петербург: ИПА РАН, 2004 – 488 с.

Флинт Р.Ф. История Земли. – М.: "Прогресс", 1978. – 358 с.

Фотиев С.М. Геокриологические летописи Сибири // Криосфера Земли, 2009, т. XIII, № 3, с. 3-16.

Хайрер Э., Нёрссетт С.П., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1990. – 513 с.

Шараф Ш.Г. и Будникова Н.А. Вековые изменения элементов орбиты Земли и астрономическая теория колебаний климата // Тр. Инст. теоретич. астрономии. – Вып. XIV. – Л.: Наука, 1969 г. – С. 48-109.

Шполянская Н.А., Евсеев В.П. Выпуклобугристые торфяники северной тайги Западной Сибири // Тезисы докладов Всесоюзного совещания по мерзлотоведению. – М.: Изд-во МГУ, 1970. – С. 125-126.

Adem J. Numerical Experiments on Ice Ages climates // Climatic change. 1981, 3. P. 155-171.

Adhemar J.A. Revolutions de la mer: Deluges Periodiques, Carilian-Goeury et V. Dalmont. Paris, 1842.

Agassiz, L. Etudes sur les glaciers, Neuchatel, 1840.

Berger A. and Loutre M. F. Insolation values for the climate of the last 10 million years // Quaternary Science Reviews. 1991. № 10. P. 297-317.

Brauwer D., Van Woerkom A.J.J. The secular variation of the orbital elements of the principal planets // Astron. Pap. – 1950, Vol. 13, P. 2.

Chippindale Ch. Stonehenge Complete: Thames & Hudson and Ithaca, London, 1983.

CLIMAP Project Members: “The Surface of the Ice-Age Earth” // Science, 1976, 191. P. 1131-1137.

Croll J. On the physical cause of the change of climate during geological epochs // Philosophical Magazine. 1864, V. 28. P. 121-137.

Crommelynck D., Fichot A., Lee III R.B., and Romero J. First realisation of the space absolute radiometric reference (SARR) during the ATLAS 2 flight period // Adv. Space Res., 1995, 16, 17-23.

Edvardsson S., Karlsson K.G. and Engholm M. Accurate Spin Axes and Solar System Dynamics: Climatic Variations for the Earth and Mars // Astronomy & Astrophysics, 384, 2002, 689-701.
<http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20020029>

Fröhlich C. and Finsterle W. VIRGO Radiometry: PMO6V // TSI Workshop, NIST, 18 – 20 July 2005. <http://www.pmodwrc.ch>.

Hargreaves R. Distribution of Solar Radiation on the surface of the earth and its dependence on astronomical elements. Trans. Cambr. Phil. Soc. 16, 1896.

Imbrie J.Z., Imbrie-Moore A., Lisiecki L.E. A phase-space model for Pleistocene ice volume // Earth and Planetary Science Letters, 2011, 307 pp. 94–102.

Laskar J. Large-scale chaos in the solar system // Astron. and Astrophys, 1994: L9 – L12.

Laskar J. 2004. Solutions La2004 from -50 Myr to +20 Myr. <http://vo.imcce.fr/insola/earth/online/earth/earth.html>.

Laskar J., Robutel P., Joutel F., Gastineau M., Correia A.C.M., and Levrard B. A Long-term numerical solution for the Earth // Icarus 170, 2004a. Iss. 2: 343-364.

Laskar J., Correia A. C. M., Gastineau M., Joutel F., Levrard B. and Robutel P. Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars // Astron. and Astrophys, 2004b, vol. 428. P. 261-285.

Lisiecki L.E., Raymo M.E. A Pliocene-Pleistocene stack of 57 globally distributed benthic $\delta^{18}\text{O}$ records // Paleoclimatology, 2005, Vol. 20, PA1003, pp. 1-17. doi:10.1029/2004PA001071.

Morbidelli A. Modern Interactions of Solar System Dynamics // Annul Rev. Earth planet. Sci. 2002, 30. P. 89-112.

Mörner N.-A., Lind B.G. Stonehenge Has Got a Younger Sister Ales Stones in Sweden Decoded // International Journal of Astronomy and Astrophysics, 2012, 2, 23-27 <http://dx.doi.org/10.4236/ijaa.2012.21004>.

Newcomb S. The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy. Washington: Government printing office. 1895. – 202 p.

Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J. et. al. Numerical Expression for Precession Formulae and Mean Elements for the Moon and the Planets // Astron. and Astrophys, 1994, vol. 282. P. 663-683.

Smulsky J.J. The Influence of the Planets, Sun and Moon on the Evolution of the Earth's Axis // International Journal of Astronomy and Astrophysics, 2011a, 1, 117-134. <http://dx.doi.org/10.4236/ijaa.2011.13017>.

Smulsky J.J. New Components of the Mercury's Perihelion Precession // Natural Science, 2011b, Vol. 3, No.4, 268-274. Doi:10.4236/ns.2011.34034. <http://www.scirp.org/journal/ns>.

Smulsky J.J. Galactica Software for Solving Gravitational Interaction Problems // Applied Physics Research, 2012a, Vol. 4, No. 2. P. 110-123. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v4n2p110>.

Smulsky J.J. The System of Free Access Galactica to Compute Interactions of N-Bodies. I.J.Modern Education and Computer Science, 2012b, 11, 1-20. <http://dx.doi.org/10.5815/ijmecs.2012.11.01>.

Smulsky J.J. Exact Equations for the Light Doppler Effect // Journal of Modern Physics, 2014, Vol. 5, No. 16, p. 1602-1607. <http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2014.516161>.

Smulsky J.J. New Changes of Insolation and Last Glaciations in Western Siberia / In col. International Conference «Permafrost in XXI century: basic and applied researches» (September 27 – October 1, 2015, Pushchino, Moscow region, Russia/ Program and Conference materials. Pushchino, 2015. – Pp. 115-116. www.ikz.ru/~smulski/Papers/NwIISplcl2.pdf.

Smulsky J.J. Fundamental Principles and Results of a New Astronomic Theory of Climate Change // Advances in Astrophysics, 2016, Vol. 1, No. 1, 1-21. <http://www.isaacpub.org>, <http://www.isaacpub.org/Journal/AdAp>.

Smulsky J.J. and Krotov O.I. New Computing Algorithm of the Earth's Insolation // Applied Physics Research, Vol. 6, No. 4; 2014, p. 56-82. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v6n4p56>.

Smulsky J.J. and Smulsky Ya.J. Dynamic Problems of the Planets and Asteroids, and Their Discussion // International Journal of Astronomy and Astrophysics, 2012, 2, 129-155. <http://dx.doi.org/10.4236/ijaa.2012.23018>.

Svendsen J.I., Astakhov V.I., Bolshiyarov D.Yu., Demidov I., Dowdeswell J.A., Gataflin V., Hjort C., Hubberten H.W., Larsen E., Mangerud J., Melles M., Moller P., Saarnisto M., Siegert M.J. Maximum extent of the Eurasian ice sheets in the Barents and Kara Sea region during the Weichselian // Boreas, v. 28, № 1, 1999, p. 234-242.

Willson R.C. and Mordvinov A.V. Secular total solar irradiance trend during solar cycles 21–23 // Geophys. Res. Lett., 2003, 30(5), 1199, doi:10.1029/2002GL016038.

Приложения

Таблица 1П. Длительность полярного дня (ΔT_{dd}) и полярной ночи (ΔT_{dn}) в эпохи T на разных широтах φ° Северного полушария: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.; T_{dd} и T_{dn} – время в днях начала момента наступления полярного дня и полярной ночи, соответственно, от момента равноденствия; длительности ΔT_{dd} и ΔT_{dn} – в днях; ЕА – данные для современной эпохи согласно Эфемеридной астрономии (Труды ИПА РАН, 2004).

φ°	Длительность в днях полярного дня и полярной ночи в эпохи T , кут									
	0						-2.8			
	T_{dd}	ΔT_{dd}	ΔT_{dd} ЕА	T_{dn}	ΔT_{dn}	ΔT_{dd} ЕА	T_{dd}	ΔT_{dd}	T_{dn}	ΔT_{dn}
90	-2.11	190.7	191	188.6	174.6	175	-2.15	190.2	188.1	175.0
88	2.955	180.5	182	193.7	164.4	165	3.008	180.1	193.0	164.9
86	8.052	170.2	171	198.9	154.1	155	8.196	167.0	198.0	154.7
84	13.22	159.8	161	204.1	143.7	145	13.45	159.7	203.1	144.4
82	18.49	149.2	150	209.5	133.1	134	18.81	149.2	208.3	133.9
80	23.93	138.2	140	215.0	122.1	123	24.31	138.4	213.6	123.0
78	29.57	126.9	128	220.8	110.6	112	30.02	127.1	219.2	111.7
76	35.52	114.9	116	226.9	98.47	100	36.02	115.4	225.1	99.69
74	41.89	102.1	103	233.5	85.26	86	42.41	102.8	231.5	86.69
72	48.88	88.02	89	241.0	70.37	72	49.4	89.01	238.7	72.11
70	56.88	71.94	73	250.1	52.34	54	57.31	73.39	247.3	54.67
68	66.82	51.99	53	263.8	25.01	26	66.97	54.27	259.7	29.57
66	83.8	17.95	19	276.3	0	0	81.98	24.44	274.5	0
64	92.77	0	0	276.3	0	0	94.23	0	274.5	0

Продолжение таблицы 1П.

φ°	Длительность в днях полярного дня и полярной ночи в эпохи T , кут							
	-15.32				-31			
	T_{dd}	ΔT_{dd}	T_{dn}	ΔT_{dn}	T_{dd}	ΔT_{dd}	T_{dn}	ΔT_{dn}
90	-2.4971	186.46	183.97	178.79	-1.6301	183.08	181.45	182.18
88	3.4938	174.02	190.46	166.27	2.2802	175.42	185.2	174.5
86	9.516	161.51	197.05	153.55	6.1923	167.77	188.98	166.78
84	15.637	148.8	203.83	140.47	10.117	160.08	192.8	158.98
82	21.937	135.75	210.88	126.82	14.068	152.35	196.66	151.08
80	28.52	122.12	218.36	112.33	18.058	144.53	200.59	143.05
78	35.537	107.63	226.49	96.531	22.105	136.6	204.61	134.85
76	43.235	91.789	235.71	78.555	26.226	128.52	208.74	126.43
74	52.094	73.627	247.08	56.264	30.445	120.24	213	117.73
72	63.385	50.606	266.87	17.132	34.792	111.7	217.45	108.68
70	88.484	0	275.46	0	39.307	102.83	222.13	99.159
68	88.484	0	275.46	0	44.044	93.507	227.12	89.012
66	88.484	0	275.46	0	49.087	83.573	232.56	77.981

64	88.484	0	275.46	0	54.567	72.76	238.67	65.61
62	88.484	0	275.46	0	60.729	60.583	245.94	50.919
60	88.484	0	275.46	0	68.117	45.949	255.96	30.722
58	88.484	0	275.46	0	78.759	24.804	271.28	0
56	88.484	0	275.46	0	91.191	0	271.28	0

Продолжение таблицы 1П.

Длительность в днях полярного дня и полярной ночи в эпохи T , кут									
-46.44					-46.44				
φ°	T_{dd}	ΔT_{dd}	T_{dn}	ΔT_{dn}	φ°	T_{dd}	ΔT_{dd}	T_{dn}	ΔT_{dn}
90	-3.305	192.45	189.15	172.81	80	39.399	106.90	233.43	84.391
88	4.6306	176.55	197.14	156.86	78	50.457	84.751	246.35	58.565
86	12.676	160.43	205.31	140.55	76	64.733	56.169	275.65	0
84	20.993	143.77	213.85	123.5	74	92.806	0	275.65	0
82	29.791	126.14	223.04	105.13	72	92.806	0	275.65	0

Таблица 2П. Долгота в часах светового дня в моменты летнего (D_s) и зимнего (D_w) солнцестояний в эпохи T на разных широтах φ° Северного полушария: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.

φ°	Долгота светового дня в часах в эпохи T , кут									
	0		-2.8		-15.32		-31		-46.44	
	D_s	D_w	D_s	D_w	D_s	D_w	D_s	D_w	D_s	D_w
0	12.12	12.12	12.12	12.12	12.12	12.12	12.13	12.13	12.12	12.12
2	12.24	12.01	12.24	12.00	12.21	12.03	12.3	11.96	12.19	12.05
4	12.35	11.89	12.36	11.89	12.30	11.93	12.47	11.80	12.26	11.97
6	12.47	11.77	12.48	11.77	12.4	11.84	12.64	11.63	12.33	11.90
8	12.59	11.66	12.6	11.65	12.49	11.75	12.81	11.46	12.4	11.83
10	12.71	11.54	12.72	11.53	12.59	11.65	12.98	11.29	12.47	11.76
12	12.83	11.41	12.84	11.41	12.68	11.56	13.15	11.12	12.55	11.69
14	12.95	11.3	12.96	11.29	12.78	11.46	13.33	10.94	12.62	11.62
16	13.08	11.18	13.09	11.16	12.88	11.37	13.52	10.76	12.7	11.54
18	13.21	11.05	13.22	11.04	12.98	11.27	13.70	10.58	12.78	11.46
20	13.34	10.92	13.36	10.91	13.09	11.16	13.9	10.39	12.86	11.39
22	13.48	10.79	13.5	10.78	13.2	11.06	14.1	10.2	12.94	11.31
24	13.62	10.65	13.64	10.63	13.31	10.95	14.31	9.99	13.03	11.23
26	13.77	10.51	13.79	10.49	13.43	10.84	14.53	9.79	13.12	11.14
28	13.92	10.36	13.94	10.34	13.55	10.73	14.75	9.57	13.21	11.06
30	14.08	10.21	14.10	10.19	13.68	10.61	14.99	9.34	13.31	10.96
32	14.25	10.05	14.27	10.03	13.8	10.48	15.24	9.10	13.4	10.87
34	14.42	9.88	14.45	9.86	13.94	10.35	15.5	8.85	13.51	10.77
36	14.6	9.71	14.64	9.68	14.09	10.21	15.79	8.58	13.62	10.67
38	14.8	9.52	14.84	9.491	14.24	10.07	16.09	8.29	13.74	10.56
40	15.02	9.32	15.05	9.29	14.41	9.92	16.42	7.98	13.86	10.45
42	15.24	9.11	15.28	9.08	14.58	9.75	16.78	7.64	14	10.32
44	15.49	8.88	15.53	8.84	14.77	9.58	17.18	7.27	14.14	10.19

46	15.75	8.64	15.8	8.6	14.97	9.39	17.63	6.87	14.29	10.05
48	16.05	8.37	16.1	8.32	15.2	9.18	18.14	6.40	14.46	9.9
50	16.37	8.07	16.43	8.02	15.44	8.96	18.74	5.88	14.64	9.74
52	16.73	7.74	16.8	7.68	15.71	8.72	19.45	5.26	14.84	9.56
54	17.15	7.37	17.22	7.30	16.01	8.44	20.38	4.5	15.06	9.36
56	17.62	6.94	17.7	6.87	16.35	8.14	21.77	3.51	15.3	9.14
58	18.18	6.45	18.28	6.37	16.74	7.79	24	1.93	15.58	8.9
60	18.87	5.87	18.98	5.77	17.19	7.4	24	0	15.89	8.62
62	19.75	5.14	19.89	5.03	17.73	6.93	24	0	16.26	8.3
64	21.02	4.2	21.25	4.04	18.4	6.36	24	0	16.69	7.93
66	24	2.77	24	2.51	19.25	5.7	24	0	17.21	7.49
68	24	0	24	0	20.48	4.75	24	0	17.86	6.95
70	24	0	24	0	23.12	3.39	24	0	18.72	6.26
72	24	0	24	0	24	0	24	0	19.94	5.35
74	24	0	24	0	24	0	24	0	22.34	3.98
76	24	0	24	0	24	0	24	0	24	0.49
78	24	0	24	0	24	0	24	0	24	0
80	24	0	24	0	24	0	24	0	24	0

Таблица 3П. Азимуты восходов верхнего края Солнца в моменты солнцестояний в эпохи T на разных широтах φ° Северного полушария: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г.; A_{Grsm} и A_{Grwn} – азимуты восходов в градусах в моменты летнего и зимнего солнцестояний, соответственно; азимуты заходов верхнего края Солнца $A_{Gssm} = 360^\circ - A_{Grsm}$ и $A_{Gswm} = 360^\circ - A_{Grwn}$ в дни летнего и зимнего солнцестояний, соответственно.

φ°	Азимуты восходов в градусах в эпохи T , кур									
	0		-2.8		-15.32		-31		-46.44	
	A_{Grsm}	A_{Grwn}	A_{Grsm}	A_{Grwn}	A_{Grsm}	A_{Grwn}	A_{Grsm}	A_{Grwn}	A_{Grsm}	A_{Grwn}
0	66.6	113.4	66.3	113.7	71.0	109.0	58.0	122.0	75.2	104.8
2	66.5	113.4	66.3	113.7	70.9	109.0	57.9	122.0	75.2	104.8
4	66.4	113.5	66.2	113.7	70.9	109.0	57.8	122.0	75.1	104.8
6	66.3	113.5	66.1	113.7	70.8	109.1	57.7	122.1	75.0	104.8
8	66.2	113.6	66.0	113.8	70.7	109.1	57.5	122.3	74.9	104.8
10	66.0	113.7	65.8	113.9	70.5	109.2	57.3	122.4	74.8	104.9
12	65.8	113.8	65.6	114.1	70.3	109.3	57.0	122.6	74.7	105.0
14	65.6	114.0	65.3	114.3	70.1	109.4	56.7	122.9	74.5	105.1
16	65.3	114.2	65.1	114.5	69.9	109.6	56.3	123.2	74.3	105.2
18	65.0	114.4	64.7	114.7	69.7	109.8	55.9	123.6	74.1	105.3
20	64.7	114.7	64.4	115.0	69.4	110.0	55.4	124.0	73.9	105.5
22	64.3	115.1	64.0	115.3	69.1	110.3	54.8	124.5	73.7	105.7
24	63.81	115.5	63.5	115.7	68.7	110.6	54.2	125.1	73.4	105.9
26	63.32	115.9	63.0	116.1	68.3	110.9	53.5	125.7	73.1	106.1
28	62.78	116.3	62.5	116.6	67.9	111.2	52.7	126.5	72.7	106.4

30	62.17	116.9	61.9	117.2	67.4	111.7	51.8	127.3	72.4	106.7
32	61.5	117.5	61.2	117.8	66.9	112.1	50.8	128.2	71.9	107.0
34	60.76	118.1	60.5	118.4	66.3	112.6	49.7	129.2	71.5	107.4
36	59.94	118.9	59.6	119.2	65.6	113.2	48.5	130.3	71.0	107.8
38	59.03	119.7	58.7	120.0	64.9	113.8	47.0	131.6	70.4	108.3
40	58.01	120.6	57.7	120.9	64.1	114.5	45.5	133.0	69.8	108.8
42	56.88	121.6	56.5	122.0	63.2	115.3	43.7	134.8	69.1	109.4
44	55.62	122.8	55.2	123.2	62.2	116.2	41.7	136.7	68.4	110.0
46	54.2	124.1	53.8	124.5	61.1	117.2	39.4	138.9	67.6	110.7
48	52.59	125.6	52.2	126.0	59.9	118.3	36.7	141.5	66.6	111.5
50	50.77	127.2	50.3	127.7	58.5	119.5	33.5	144.6	65.6	112.4
52	48.68	129.2	48.2	129.7	56.9	120.9	29.5	148.4	64.4	113.5
54	46.26	131.5	45.7	132.0	55.1	122.6	24.5	153.3	63.1	114.6
56	43.41	134.1	42.8	134.7	53.0	124.5	17.3	160.2	61.6	116.0
58	40.01	137.3	39.4	138.0	50.7	126.7	-1.33	178.7	59.8	117.5
60	35.84	141.3	35.1	142.0	47.8	129.3			57.8	119.3
62	30.5	146.4	29.6	147.3	44.4	132.5			55.5	121.4
64	23.12	153.5	21.9	154.7	40.2	136.4			52.6	124.0
66	10.13	166.1	7.1	169.2	34.8	141.5			49.2	127.0
68	-2.06	177.9	-2.1	178.0	27.4	148.5			44.9	131.0
70					15.2	160.3			39.4	136.1
72					-2.6	177.4			31.7	143.2
74									19.1	155.1
76									-3.34	176.7

Таблица 4П. Длина тени гномона единичной длины в полдни летнего (l_{sls}) и зимнего (l_{slw}) солнцестояний в эпохи T на разных широтах φ° Северного полушария: T – время в тыс. лет от 30.12.1949 г. Значком ∞ обозначено число $1.6e+16$.

φ°	Длина тени гномона единичной длины в эпохи T , кут							
	0		-2.8		-15.32		-31	
	l_{sls}	l_{slw}	l_{sls}	l_{slw}	l_{sls}	l_{slw}	l_{sls}	l_{slw}
0	0.4281	0.4281	0.4332	0.4332	0.34	0.34	0.6187	0.6187
2	0.3874	0.47	0.3923	0.4753	0.3015	0.3794	0.5715	0.6681
4	0.3478	0.5134	0.3526	0.5188	0.2638	0.4199	0.526	0.7198
6	0.3091	0.5583	0.3138	0.564	0.2268	0.4616	0.4823	0.7742
8	0.2713	0.6051	0.2758	0.611	0.1903	0.5046	0.4399	0.8316
10	0.2341	0.6538	0.2386	0.66	0.1544	0.5492	0.3989	0.8924
12	0.1976	0.7048	0.202	0.7112	0.1188	0.5956	0.359	0.9572
14	0.1615	0.7584	0.1659	0.7651	0.0836	0.6439	0.32	1.0264
16	0.1259	0.8149	0.1302	0.822	0.0485	0.6944	0.282	1.1008
18	0.0906	0.8747	0.0949	0.8823	0.0136	0.7475	0.2446	1.1811
20	0.0555	0.9383	0.0598	0.9464	0.012	0.8033	0.2079	1.2683
22	0.0205	1.0062	0.0248	1.0148	0.047	0.8625	0.1718	1.3637
24	0.0051	1.079	0.0008	1.0883	0.082	0.9252	0.136	1.4685

26	0.04	1.1575	0.0357	1.1676	0.1173	0.9922	0.1006	1.5847
28	0.075	1.2427	0.0707	1.2536	0.1528	1.064	0.0655	1.7145
30	0.1102	1.3356	0.106	1.3475	0.1888	1.1413	0.0305	1.8608
32	0.1457	1.4375	0.1414	1.4507	0.2252	1.2251	0	2.0275
34	0.1816	1.5503	0.1771	1.5649	0.2622	1.3163	0.03	2.2196
36	0.2179	1.6759	0.2134	1.6923	0.2998	1.4163	0.065	2.4439
38	0.2547	1.8172	0.2502	1.8357	0.3383	1.5268	0.1002	2.7101
40	0.2922	1.9776	0.2876	1.9988	0.3777	1.6496	0.1356	3.032
42	0.3305	2.1618	0.3258	2.1863	0.4181	1.7875	0.1713	3.4301
44	0.3697	2.3761	0.3649	2.4048	0.4597	1.9438	0.2074	3.9366
46	0.4099	2.6292	0.405	2.6634	0.5027	2.1228	0.2441	4.6045
48	0.4513	2.9335	0.4462	2.975	0.5473	2.3305	0.2815	5.5283
50	0.494	3.3072	0.4887	3.3589	0.5935	2.575	0.3195	6.8941
52	0.5382	3.7785	0.5327	3.8448	0.6417	2.8678	0.3584	9.1261
54	0.5841	4.3931	0.5784	4.4813	0.6922	3.2257	0.3983	13.446
56	0.6319	5.2304	0.626	5.3541	0.7451	3.6746	0.4394	25.415
58	0.6819	6.4419	0.6757	6.6284	0.8009	4.2556	0.4817	226.22
60	0.7343	8.3567	0.7278	8.6702	0.8599	5.0394	0.5254	∞
62	0.7895	11.85	0.7826	12.485	0.9225	6.158	0.5708	∞
64	0.8478	20.27	0.8405	22.199	0.9892	7.8894	0.6181	∞
66	0.9096	69.55	0.9019	98.901	1.0608	10.938	0.6674	∞
68	0.9755	∞	0.9672	∞	1.1379	17.754	0.7191	∞
70	1.0461	∞	1.0372	∞	1.2213	46.81	0.7734	∞
72	1.122	∞	1.1124	∞	1.3122	∞	0.8308	∞
74	1.2041	∞	1.1937	∞	1.4118	∞	0.8916	∞
76	1.2934	∞	1.282	∞	1.5218	∞	0.9563	∞
78	1.3911	∞	1.3787	∞	1.6441	∞	1.0254	∞
80	1.4989	∞	1.4851	∞	1.7812	∞	1.0997	∞

Продолжение таблицы 4П.

Длина тени гномона единичной длины в эпохи T , кур								
-46.44			-46.44			-46.44		
φ°	l_{sIs}	l_{sIw}	φ°	l_{sIs}	l_{sIw}	φ°	l_{sIs}	l_{sIw}
0	0.25934	0.25934	28	0.22953	0.91759	56	0.86705	2.83
2	0.22241	0.29695	30	0.26658	0.98404	58	0.93014	3.1791
4	0.18604	0.33535	32	0.30434	1.0552	60	0.99745	3.6154
6	0.15015	0.37466	34	0.3429	1.1318	62	1.0696	4.1778
8	0.11463	0.41501	36	0.3824	1.2148	64	1.1474	4.9324
10	0.079387	0.45655	38	0.42297	1.3051	66	1.2317	6.0009
12	0.044344	0.49943	40	0.46476	1.404	68	1.3235	7.636
14	0.0094083	0.54384	42	0.50792	1.5131	70	1.4243	10.46
16	0.01618	0.58996	44	0.55264	1.6344	72	1.5356	16.535
18	0.05113	0.63803	46	0.59913	1.7703	74	1.6595	39.209
20	0.086204	0.68828	48	0.6476	1.9242	76	1.7986	∞
22	0.12149	0.74102	50	0.69831	2.1002	78	1.9564	∞
24	0.15708	0.79655	52	0.75156	2.3041	80	2.1374	∞
26	0.19306	0.85526	54	0.80768	2.5437			

Программа для расчета феноменов Солнца на основе результатов задачи двух тел

SunPhmmen.mcd. The program for the Sun's phenomena computation
on the basis of the two-body problem results.

It is completed 30.12.2015. It is modified 30.12.2015

1. The constants

```
rd := 57.29577951308232    ed := 24-3600    τ := 1440    kJpm2 := 41.868    ksj :=  $\frac{365.25636042}{365.25}$ 
pi := 3.141592653589793    p2 := 2*pi    pi05 := 0.5*pi    pi15 := 1.5*pi
Psd := 365.25636042    Psds := Psd-ed    Δdsd := Psd - 365    Ptr := 3.6524219879·102
G := 6.67259·10-11    mErt := 5.9742·1024    ae := 1.49597871·1011    MS := 332951.3·mErt    M1 := -G·(MS + mErt)
Am := 1.097960770309581·1013    kv := 2.874251102012487·10-4    Mss := 1.991787350282·1030
am := 1.362548000293008·10-2
```

The parameters of the Earth's orbit and the plane of the equator in epoch 2000 for the Sun's phenomena computation without taking into account the change of the Earth's orbital and rotational motions.

```
ec0 := 1.67086342·10-2    s0 := 0.409092629689404    fpγ0 := 1.796595647267463    Tp0 := 0.500143001
JD49 := 2433280.5    JDp0 := JD49 + Tp0-100·Psd    JDp0 = 2.451548541223479·106
```

2. Reading of the parameters of the Earth's orbital and rotational motions from the files.

The file of Laskar J. etc. [5]. The time T2 is in thousand years.

```
R1 := RmEADPRN("INSO_LA2004.txt")    N41 := 200    di := 10
T2i4 := 10·R1i4-di,0    eci4 := R1i4-di,1    εi4 := R1i4-di,2    fpγi4 := R1i4-di,3
```

The files of Smulsky J.J. The time T2 is in sidereal centuries since 30.12.1949.

```
2500    5000
"OrAl1c_8.pm"    "OrA1-200ky.pm"
R1 := READPRN("OrA1-200ky.pm")    N410 := 5000    di := 1    N40 :=  $\frac{N410}{di}$     i40 := 0..N40    i50 := 1625
T20i40 := R1i40-di,0    ec00i40 := R1i40-di,1    fpγ00i40 := R1i40-di,2    T20i40 = -2·103
s00i40 := R1i40-di,3    JD0i40 := R1i40-di,4    T0jy40 := ksj·T20i40·100    T20i50 = -6.5·102
```

Extraction of extreme data for 50 thousand years:

I - extreme data for insolation;

o - extreme data for obliquity.

```
i4I0 := 0    i4I1 := 104    i4I2 := 397    i4I3 := 782    i4I4 := 1161
i4o0 := 0    i4o1 := 70    i4o2 := 383    i4o3 := 775    i4o4 := 1161
N4 := 4    i4 := 0..N4    i5 := 0
```

```
T2i4 := T20i4oi4    eci4 := ec00i4oi4    fpγi4 := fpγ00i4oi4    εi4 := s00i4oi4    JDi4 := JD0i4oi4    Tjy4 := T0jy4oi4    T2i5 = 0
```


3. The trajectory parameter, the perihelion radius, the velocity at the perihelion and the movement time to the aphelion

$$\text{all}_{i4} := \frac{-1}{1 + e_{c_{i4}}} \quad \text{Rp}_{i4} := \text{am} \cdot \frac{(2 \cdot \text{all}_{i4} + 1)}{\text{all}_{i4}} \quad \text{vp}_{i4} := \frac{-p2 \cdot \text{all}_{i4} \cdot \text{Rp}_{i4} \cdot \text{Am}}{\text{Psds} \cdot (-2 \cdot \text{all}_{i4} - 1)^{1.5}} \quad \text{ta}_{i4} := - \left(\frac{\text{Rp}_{i4} \cdot \text{Am}}{\text{vp}_{i4}} \right) \cdot \frac{\pi \cdot \text{all}_{i4}}{(-2 \cdot \text{all}_{i4} - 1)^{1.5}}$$

4. The polar angle and time of the Sun's motion in the plane of its orbit according to the two-body problem

J is the number of parts in a year or points of the the Sun's longitude.

$\lambda 0$ is a series of the Sun's longitudes with members, regular spaced by the value $d\lambda 0$.

λ is a series of the longitudes with members, regular spaced in time.

fi is the polar angle (anomaly), and $\text{ra}0$ is the radius of the Sun's motion.

ν is the longitude of the Sun's perigee from the point of vernal equinox.

$\text{tp}0$ is the time of the Sun's movement from the perigee to the point with the polar angle fi .

$\text{tp}\gamma$ is the time of the Sun's movement from the perigee to the point of vernal equinox.

$$J := 365 \quad J0 := 365 \quad d\lambda 0 := \frac{2 \cdot \pi}{J} \quad \lambda 0_0 := 0 \quad j0 := 0 \dots J \quad j1 := 1 \dots J \quad j3 := 1 \dots J + 1 \quad j03 := 0 \dots J + 1$$

$$\lambda 0_{j1} := \lambda 0_{j1-1} + d\lambda 0 \quad \lambda 0_{j+1} := \lambda 0_j + d\lambda 0 \quad \lambda 0_0 = 0 \quad \lambda 0_j = 6.283185307179618$$

$$\nu_{i4} := \text{fp} \gamma_{i4} + \pi \quad \nu 0_{i4} := \text{floor} \left(\frac{\nu 0_{i4}}{p2} \right) \quad \nu_{i4} := \nu 0_{i4} - \nu 0_{i4} \cdot p2 \quad \text{fi}_{i4,j03} := \lambda 0_{j03} - \nu_{i4}$$

$$\text{fi}_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}_{i4,j03} < 0, \text{fi}_{i4,j03} + p2, \text{fi}_{i4,j03}) \quad \text{fi}_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}_{i4,j03} > p2, \text{fi}_{i4,j03} - p2, \text{fi}_{i4,j03})$$

$$\text{ra}0_{i4,j03} := \frac{\text{Rp}_{i4} \cdot \text{Am}}{\left[\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03}) - \text{all}_{i4} \right]}$$

$$\text{tp}0_{i4,j03} := \frac{\text{Rp}_{i4} \cdot \text{Am}}{\text{vp}_{i4}} \cdot \left[\frac{\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \left| \sin(\text{fi}_{i4,j03}) \right|}{\left(2 \cdot \text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \left[\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03}) - \text{all}_{i4} \right]} + \frac{\text{all}_{i4} \cdot \left[\text{asin} \left(\frac{\text{all}_{i4} + 1 - \text{all}_{i4} \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03})}{\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03}) - \text{all}_{i4}} \right) - 0.5 \cdot \pi \right]}{\left(-2 \cdot \text{all}_{i4} - 1 \right)^{1.5}} \right]$$

$$\text{tp}_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}_{i4,j03} > \pi, 2 \cdot \text{ta}_{i4} - \text{tp}0_{i4,j03}, \text{tp}0_{i4,j03}) \quad \text{tp}1_{i4,j03} := \text{if}(\lambda 0_{j03} > \nu_{i4}, 2 \cdot \text{ta}_{i4} + \text{tp}_{i4,j03}, \text{tp}_{i4,j03})$$

$$\text{tp} \gamma_{i4} := \text{tp}_{i4,0} \quad \text{tp} \gamma d_{i4} := \frac{\text{tp} \gamma_{i4}}{\text{ed}} \quad \text{JD} \gamma 0_{i4} := \text{JD} p0 + \text{tp} \gamma d_{i4} \quad \text{tp} \gamma d_{i5} = 76.42892802813478$$

5. The computation of longitudes with members, regularly spaced in time.

The first refinement of a series of longitudes

$$\text{JD} \gamma 0_{i5} = 2.451624970151508 \cdot 10^6$$

$$\text{Td}_{j3} := j3 \quad \lambda_{i4,j03} := 0 \quad \lambda_{i4,j0+1} := \lambda_{i4,j0} + \frac{\lambda 0_{j0+1} - \lambda 0_{j0}}{\text{tp}1_{i4,j0+1} - \text{tp}1_{i4,j0}} \cdot 1 \cdot \text{ed}$$

$$d\lambda 0 = 1.721420632103996 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{fi}_{i4,j03} := \lambda_{i4,j03} - \nu_{i4} \quad \text{fi}_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}_{i4,j03} < 0, \text{fi}_{i4,j03} + p2, \text{fi}_{i4,j03}) \quad \text{fi}_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}_{i4,j03} > p2, \text{fi}_{i4,j03} - p2, \text{fi}_{i4,j03})$$

$$\text{tp}2_{i4,j03} := \frac{\text{Rp}_{i4} \cdot \text{Am}}{\text{vp}_{i4}} \cdot \left[\frac{\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \left| \sin(\text{fi}_{i4,j03}) \right|}{\left(2 \cdot \text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \left[\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03}) - \text{all}_{i4} \right]} + \frac{\text{all}_{i4} \cdot \left[\text{asin} \left(\frac{\text{all}_{i4} + 1 - \text{all}_{i4} \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03})}{\left(\text{all}_{i4} + 1 \right) \cdot \cos(\text{fi}_{i4,j03}) - \text{all}_{i4}} \right) - 0.5 \cdot \pi \right]}{\left(-2 \cdot \text{all}_{i4} - 1 \right)^{1.5}} \right]$$

$$tp3_{i4,j03} := \text{if}(\text{fi}4_{i4,j03} > \pi, 2 \cdot ta_{i4} - tp2_{i4,j03}, tp2_{i4,j03}) \quad tp4_{i4,j03} := \text{if}(\lambda_{i4,j03} > \nu_{i4}, 2 \cdot ta_{i4} + tp3_{i4,j03}, tp3_{i4,j03})$$

The second refinement of a series of longitudes

$$\lambda_{i4,j03} := 0 \quad \lambda_{i4,j0+1} := \lambda_{i4,j0} + \frac{\lambda_{i4,j0+1} - \lambda_{i4,j0}}{tp4_{i4,j0+1} - tp4_{i4,j0}} \cdot 1 \cdot ed$$

$$fi5_{i4,j03} := \lambda_{i4,j03} - \nu_{i4} \quad fi6_{i4,j03} := \text{if}(fi5_{i4,j03} < 0, fi5_{i4,j03} + p2, fi5_{i4,j03}) \quad fi7_{i4,j03} := \text{if}(fi6_{i4,j03} > p2, fi6_{i4,j03} - p2, fi6_{i4,j03})$$

$$tp5_{i4,j03} := \frac{Rp_{i4} \cdot Am}{vp_{i4}} \cdot \left[\frac{\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \left| \sin \langle fi7_{i4,j03} \rangle \right|}{(2 \cdot all_{i4} + 1) \cdot \left[\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle fi7_{i4,j03} \rangle - all_{i4} \right]} + \frac{all_{i4} \cdot \left[asin \left[\frac{all_{i4} + 1 - all_{i4} \cdot \cos \langle fi7_{i4,j03} \rangle}{\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle fi7_{i4,j03} \rangle - all_{i4}} \right] - 0.5 \cdot \pi}{(-2 \cdot all_{i4} - 1)^{1.5}} \right]$$

$$tp6_{i4,j03} := \text{if}(fi7_{i4,j03} > \pi, 2 \cdot ta_{i4} - tp5_{i4,j03}, tp5_{i4,j03}) \quad tp7_{i4,j03} := \text{if}(\lambda_{i4,j03} > \nu_{i4}, 2 \cdot ta_{i4} + tp6_{i4,j03}, tp6_{i4,j03})$$

The third refinement of a series of longitudes

$$\lambda_{i4,j03} := 0 \quad \lambda_{i4,j0+1} := \lambda_{i4,j0} + \frac{\lambda_{i4,j0+1} - \lambda_{i4,j0}}{tp7_{i4,j0+1} - tp7_{i4,j0}} \cdot 1 \cdot ed$$

$$fi8_{i4,j3} := \lambda_{i4,j3} - \nu_{i4} \quad fi9_{i4,j3} := \text{if}(fi8_{i4,j3} < 0, fi8_{i4,j3} + p2, fi8_{i4,j3}) \quad fi10_{i4,j3} := \text{if}(fi9_{i4,j3} > p2, fi9_{i4,j3} - p2, fi9_{i4,j3})$$

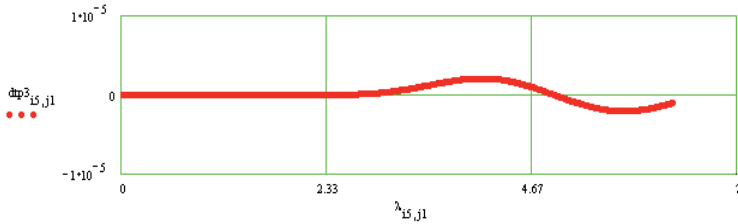
The check of intervals at refinement series of longitudes

$$tp8_{i4,j3} := \frac{Rp_{i4} \cdot Am}{vp_{i4}} \cdot \left[\frac{\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \left| \sin \langle fi10_{i4,j3} \rangle \right|}{(2 \cdot all_{i4} + 1) \cdot \left[\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle fi10_{i4,j3} \rangle - all_{i4} \right]} + \frac{all_{i4} \cdot \left[asin \left[\frac{all_{i4} + 1 - all_{i4} \cdot \cos \langle fi10_{i4,j3} \rangle}{\langle all_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle fi10_{i4,j3} \rangle - all_{i4}} \right] - 0.5 \cdot \pi}{(-2 \cdot all_{i4} - 1)^{1.5}} \right]$$

$$tp9_{i4,j3} := \text{if}(fi10_{i4,j3} > \pi, 2 \cdot ta_{i4} - tp8_{i4,j3}, tp8_{i4,j3}) \quad tp10_{i4,j3} := \text{if}(\lambda_{i4,j3} > \nu_{i4}, 2 \cdot ta_{i4} + tp9_{i4,j3}, tp9_{i4,j3})$$

$$dtp3_{i4,j1} := \frac{(tp10_{i4,j1+1} - tp10_{i4,j1}) - ed}{ed} \quad ddt3_{i4,0} := 0 \quad ddt3_{i4,j1} := ddt3_{i4,j1-1} + |dtp3_{i4,j1}|$$

$$\frac{ddtp3_{i5,j}}{J} = 7.155883412539792 \cdot 10^{-7} \quad T2_{i5} = 0$$



The errors of the year continuance definition.

The days definition accuracy check in a sidereal year: Δdsd is the day residual until the end of a sidereal year.

$$\Delta dsdc := \frac{(p2 - \lambda_{i5,j}) \cdot 1}{\lambda_{i5,j} - \lambda_{i5,j-1}} \quad \Delta \Delta dg := \Delta dsdc - \Delta dsd \quad \Delta \Delta dg = -1.273550658383145 \cdot 10^{-4} \quad \Delta \Delta dg \cdot ed = -11.00347769015837$$

$$\delta\lambda_{365} := \frac{\Delta dsdc - \Delta dsd}{\Delta dsd} \quad \delta\lambda_{365} = -4.967813122567979 \cdot 10^{-4}$$

The radius ra of Sun's motion along the orbit depending on a series of longitudes with members, regularly spaced in time.

$$ra_{i4,j1} := \frac{Rp_{i4} \cdot Am}{\left[(all_{i4} + 1) \cdot \cos(\lambda_{i4,j1} - \nu_{i4}) - all_{i4} \right]} \quad \rho_{i4,j1} := \frac{ra_{i4,j1}}{ae}$$

6. Setting the location of the observer's latitude.

$$\begin{array}{llll} \text{If} := 45 & i1 := 1.. \text{If} + 1 & \phi_0 := -\frac{2}{rd} & \phi_{i1} := \phi_{i1-1} + \frac{2}{rd} & \phi_{g_{i1}} := \phi_{i1} \cdot rd & i11 := 36 & 6 & 29 \\ \text{Moscow} & \text{Tyumen} & \text{Bovanenkovo} & & & & & \\ 55.75222 & 57.152199 & 70.3622 & & \phi_{g_{i11}} := 70.3622 & & & \\ 0.973059804296233 & 0.997494047305011 & 1.228052058946754 & & \phi_{i11} := 1.228052058946754 & & & \end{array}$$

7. Sun's declination and the hour angle of sunrises and sunsets.

If is the number of points on geographical latitudes.

i11 is the index of a concrete value of the latitude.

ϕ is the geographical latitude of place.

δ is the Sun's declination.

ω is the hour angle of sunrises and sunsets.

$$\begin{array}{llllll} \sin \delta_{i4,j1} := \sin(\varepsilon_{i4}) \cdot \sin(\lambda_{i4,j1}) & \delta_{i4,j1} := \text{asin}(\sin \delta_{i4,j1}) & \cos \delta_{i4,j1} := \cos(\delta_{i4,j1}) & \tan \delta_{i4,j1} := \tan(\delta_{i4,j1}) & \phi_{g_{i11}} := 70.3622 \\ \text{Fn}00_{i4,j1} := -\tan \delta_{i4,j1} \cdot \tan(\phi_{i11}) & \text{Fn}0_{i4,j1} := \text{if}(-1 < \text{Fn}00_{i4,j1}, \text{Fn}00_{i4,j1}, -1) & \text{Fn}0_{i4,j1} := \text{if}(1 > \text{Fn}0_{i4,j1}, \text{Fn}0_{i4,j1}, 1) & & & \\ & \omega_{i4,j1} := \text{acos}(\text{Fn}0_{i4,j1}) & & & & \end{array}$$

8. Longitude λ of the beginning seasons, number of days Td before they start and length of the seasons.

Beginning summer

Beginning autum

$$\text{Ind}01_{i4,j1} := \text{if}(\lambda_{i4,j1} > \text{pi}05, 0, j1)$$

$$\text{Ind}02_{i4,j1} := \text{if}(\lambda_{i4,j1} > \text{pi}, 0, j1)$$

$$\text{in}01 := \text{for } i4 \in 0..N4$$

$$\text{in}02 := \text{for } i4 \in 0..N4$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } j1 \in 1..J \\ \left| \begin{array}{l} \text{in}01_{i4} \leftarrow \text{Ind}01_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}01_{i4,j1} \\ \text{max} \leftarrow \text{Ind}01_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}01_{i4,j1} \end{array} \right. \\ \text{in}01a \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } j1 \in 1..J \\ \left| \begin{array}{l} \text{in}02a_{i4} \leftarrow \text{Ind}02_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}02_{i4,j1} \\ \text{max} \leftarrow \text{Ind}02_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}02_{i4,j1} \end{array} \right. \\ \text{in}02a \end{array} \right|$$

$$\text{Td}_{su_{i4}} := \text{Td}_{m01_{i4}} + \frac{\text{pi}05 - \lambda_{i4, \text{in}01_{i4}}}{\lambda_{i4, \text{in}01_{i4}+1} - \lambda_{i4, \text{in}01_{i4}}}$$

$$\text{Td}_{au_{i4}} := \text{Td}_{m02_{i4}} + \frac{\text{pi} - \lambda_{i4, \text{in}02_{i4}}}{\lambda_{i4, \text{in}02_{i4}+1} - \lambda_{i4, \text{in}02_{i4}}}$$

Beginning winter

$$\text{Ind}03_{i4,j1} := \text{if}(\lambda_{i4,j1} > \text{pi}15, 0, j1)$$

$$\begin{aligned}
& \text{in03} := \text{for } i4 \in 0..N4 \\
& \quad \left[\begin{array}{l} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } j1 \in 1..J \\ \quad \left[\begin{array}{l} \text{in03a}_{i4} \leftarrow \text{Ind03}_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind03}_{i4,j1} \\ \text{max} \leftarrow \text{Ind03}_{i4,j1} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind03}_{i4,j1} \end{array} \right. \\ \text{in03a} \end{array} \right. \\
& \quad \text{Td}_{su} = \begin{bmatrix} 92.77029599636545 \\ 94.22585401187585 \\ 88.48370457936125 \\ 91.19072475675256 \\ 92.80560303813662 \end{bmatrix} \quad \text{Td}_{au} = \begin{bmatrix} 1.864247021690474 \cdot 10^2 \\ 1.860292802840937 \cdot 10^2 \\ 1.812758745783055 \cdot 10^2 \\ 1.79887367985595 \cdot 10^2 \\ 1.858311036206739 \cdot 10^2 \end{bmatrix} \\
& \quad \text{Td}_{wi} = \begin{bmatrix} 2.762613818306462 \cdot 10^2 \\ 2.744835824248672 \cdot 10^2 \\ 2.754583577418334 \cdot 10^2 \\ 2.712798468644718 \cdot 10^2 \\ 2.756491980312958 \cdot 10^2 \end{bmatrix} \\
& \quad \text{Td}_{wi_{i4}} := \text{Td}_{\text{in03}_{i4}} + \frac{\text{pi}15 - \lambda_{i4, \text{in03}_{i4}}}{\lambda_{i4, \text{in03}_{i4}} + 1 - \lambda_{i4, \text{in03}_{i4}}}
\end{aligned}$$

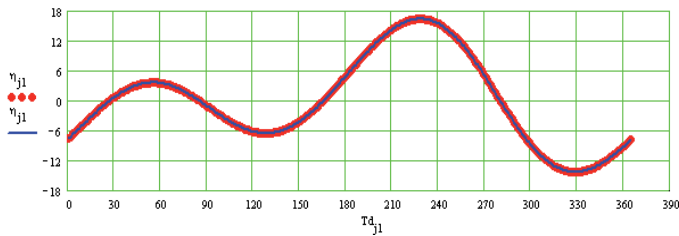
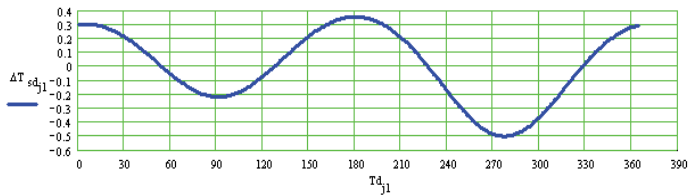
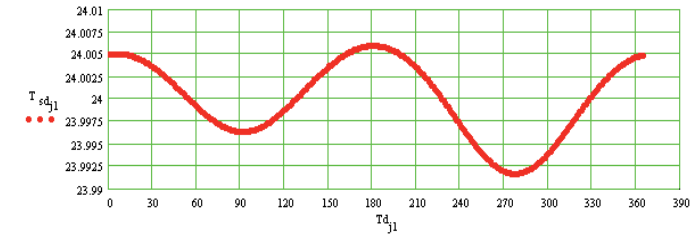
Length of the seasons

$$\begin{aligned}
& \Delta \text{Td}_{sp} := \text{Td}_{su} \quad \Delta \text{Td}_{su} := \text{Td}_{au} - \text{Td}_{su} \quad \Delta \text{Td}_{au} := \text{Td}_{wi} - \text{Td}_{au} \quad \Delta \text{Td}_{wi} := \text{Ptr} - \text{Td}_{wi} \\
& \Delta \text{Td}_{sp} = \begin{bmatrix} 92.77029599636545 \\ 94.22585401187585 \\ 88.48370457936125 \\ 91.19072475675256 \\ 92.80560303813662 \end{bmatrix} \quad \Delta \text{Td}_{su} = \begin{bmatrix} 93.6544061726819 \\ 91.80342627221781 \\ 92.79216999894422 \\ 88.69664322884242 \\ 93.02550058253725 \end{bmatrix} \quad \Delta \text{Td}_{au} = \begin{bmatrix} 89.83667966159885 \\ 88.45430214077356 \\ 94.18248316352796 \\ 91.39247887887686 \\ 89.81809441062197 \end{bmatrix} \\
& P_{i4,0} := i4 + 1 \quad P_{i4,1} := 0.1 \cdot \text{Td}_{i4} \quad P_{i4,2} := \text{Td}_{su_{i4}} \quad P_{i4,3} := \text{Td}_{au_{i4}} \quad P_{i4,4} := \text{Td}_{wi_{i4}} \\
& P_{i4,5} := \Delta \text{Td}_{sp_{i4}} \quad P_{i4,6} := \Delta \text{Td}_{su_{i4}} \quad P_{i4,7} := \Delta \text{Td}_{au_{i4}} \quad P_{i4,8} := \Delta \text{Td}_{wi_{i4}} \quad P_{i4,9} := \varepsilon_{i4} \quad \Delta \text{Td}_{wi} = \begin{bmatrix} 88.98081695935377 \\ 90.75861636513275 \\ 89.78384104816655 \\ 93.96235192552814 \\ 89.59300075870414 \end{bmatrix} \\
& \text{WwwwRITEPRN}(\text{"Seasons.prm"}) := \text{P1}
\end{aligned}$$

9. Length of apparent solar day (earthday) and the equation of time.

$$\begin{aligned}
& \alpha_{S0_{j1}} := \text{asin} \left[\frac{\cos(\varepsilon_{i5}) \cdot \sin(\lambda_{i5,j1})}{\sqrt{1 - (\sin(\varepsilon_{i5}) \cdot \sin(\lambda_{i5,j1}))^2}} \right] \quad \alpha_{S_{j1}} := \alpha_{S0_{j1}} \quad \alpha_{S_{j1}} := \text{if}(\lambda_{i5,j1} > 0.5 \cdot \text{pi}, \text{pi} - \alpha_{S0_{j1}}, \alpha_{S0_{j1}}) \\
& \alpha_{0_{j1}} := \text{if}(\lambda_{i5,j1} > 1.5 \cdot \text{pi}, 2 \cdot \text{pi} + \alpha_{S0_{j1}}, \alpha_{S_{j1}}) \quad \Delta \alpha_{0_{j1}} := \alpha_{0_{j1}} - \alpha_{0_{j1-1}} \quad \Delta \alpha_m := \frac{\sum_{j1=1}^{J0} \Delta \alpha_{0_{j1}}}{J0} \\
& T_{sd_{j1}} := 12 \cdot \left(2 - \frac{\Delta \alpha_{0_{j1}} - \Delta \alpha_m}{\text{pi}} \right) \quad \Delta T_{sd_{j1}} := 60 \cdot (T_{sd_{j1}} - 24) \quad \Delta T_{sd_0} := \Delta T_{sd_{j0}} \quad \eta_0 := 0 \quad \eta_{0_{j1}} := \eta_{0_{j1-1}} + \Delta T_{sd_{j1-1}} \\
& \eta_{0m} := \frac{\sum_{j1=1}^{J0} \eta_{0_{j1}}}{J0} \quad \eta_{j1} := \eta_{0_{j1}} - \eta_{0m} \quad m_{j0} := 24 \cdot j0 \quad m_{s_{j1-1}} := m_{j1-1} + \frac{\eta_{j1}}{60} \quad \eta_{0m} = 7.800931844698135
\end{aligned}$$

$mn\Delta T := \min(\Delta T_{sd})$ $Ind1_{j1} := \text{if}(\Delta T_{sd_{j1}} > mn\Delta T, 0, j1)$ $in1 := \max(Ind1)$ $in1 = 2.78 \cdot 10^2$ $mn\Delta T = -0.498094073903133$
 $mx\Delta T := \max(\Delta T_{sd})$ $Ind2_{j1} := \text{if}(\Delta T_{sd_{j1}} < mx\Delta T, 0, j1)$ $in2 := \max(Ind2)$ $in2 = 1.81 \cdot 10^2$ $mx\Delta T = 0.356863208870237$
 $mn\eta := \min(\eta)$ $Ind3_{j1} := \text{if}(\eta_{j1} > mn\eta, 0, j1)$ $in3 := \max(Ind3)$ $in3 = 3.29 \cdot 10^2$ $mn\eta = -14.24894101461718$
 $mx\eta := \max(\eta)$ $Ind4_{j1} := \text{if}(\eta_{j1} < mx\eta, 0, j1)$ $in4 := \max(Ind4)$ $in4 = 2.29 \cdot 10^2$ $mx\eta = 16.43486675132898$
 $P1_{14,0} := 0.1 \cdot T_{14}$ $P1_{0,1} := 7.800931844698135$ $P1_{1,1} := 7.216925795238013$ $P1_{2,1} := -2.545816989581148$
 $P1_{3,1} := -4.696241148416599$ $P1_{4,1} := 6.450777444370113$ $P1_{0,2} := 16.43486675132898$ $P1_{1,2} := 12.10475850450183$
 $P1_{2,2} := 11.8226541833228$ $P1_{3,2} := 26.1632006562291$ $P1_{4,2} := 9.007463156468196$ $P1_{0,3} := -14.24894101461718$
 $P1_{1,3} := -18.07000232096482$ $P1_{2,3} := -14.735995795436$ $P1_{3,3} := -19.22857210626444$ $P1_{4,3} := -8.543187424642307$
 $P1_{0,4} := 1.720303526244837 \cdot 10^{-2}$ $P1_{1,4} := 1.720336417940061 \cdot 10^{-2}$ $P1_{2,4} := 1.720235956788101 \cdot 10^{-2}$ $P1_{3,4} := 1.720418344610848 \cdot 10^{-2}$
 $P1_{4,4} := 1.720250036785764 \cdot 10^{-2}$ $WwwwRUTEPRN("TimeEq.prm") := P1$



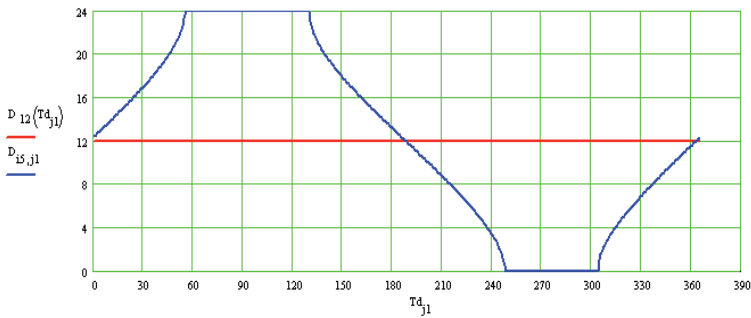
10. Sun day length during a year (diurnal hours).

Setting the number of the day j11 from the moment of equinox. $j11 := 81$ $i11 = 36$ $\phi_{E111} = 70.3622$

$$z_{0a_{i4,j1}} := \pi 05 + 10^{-3} \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{i4,j1}} \right) \quad Fn0_{i4,j1} := \frac{\cos(z_{0a_{i4,j1}}) - \sin(\delta_{i4,j1}) \sin(\phi_{i11})}{\cos(\delta_{i4,j1}) \cos(\phi_{i11})}$$

$$Fn_{i4,j1} := \text{if}(-1 < Fn0_{i4,j1}, Fn0_{i4,j1}, -1) \quad Fn_{i4,j1} := \text{if}(1 > Fn_{i4,j1}, Fn_{i4,j1}, 1) \quad \omega a_{i4,j1} := \arccos(Fn_{i4,j1})$$

$$D_{i4,j1} := \frac{24}{\pi} \omega a_{i4,j1} \quad D_{0i4,j1} := \frac{24}{\pi} \omega 0_{i4,j1} \quad D_{12}(T1) := 12$$



11. Polar day and polar night for Northern hemisphere

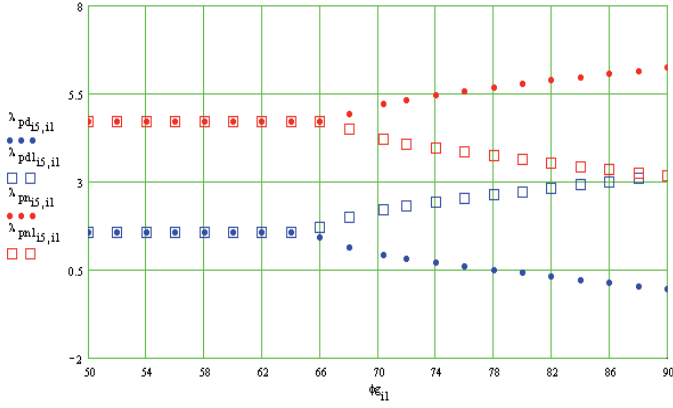
Longitude λ of the polar day and polar night beginning.

$$z_{0a1} := \pi 05 + 10^{-3} (9.8902 + 4.6599) \quad Fn01_{i4,i1} := \frac{\sqrt{(\sin(\phi_{i1}) \cos(z_{0a1}))^2 + (\cos(\phi_{i1}))^2 - (\cos(z_{0a1}))^2} + \sin(\phi_{i1}) \cos(z_{0a1})}{\sin(\varepsilon_{i4})}$$

$$Fn1_{i4,i1} := \text{if}(Fn01_{i4,i1} \leq 1, Fn01_{i4,i1}, 1) \quad Fn02_{i4,i1} := \frac{\sqrt{(\sin(\phi_{i1}) \cos(z_{0a1}))^2 + (\cos(\phi_{i1}))^2 - (\cos(z_{0a1}))^2} + \sin(\phi_{i1}) \cos(z_{0a1})}{\sin(\varepsilon_{i4})}$$

$$Fn2_{i4,i1} := \text{if}(Fn02_{i4,i1} \geq 1, Fn02_{i4,i1}, -1)$$

$$\lambda_{pd_{i4,i1}} := \arcsin(Fn1_{i4,i1}) \quad \lambda_{pd1_{i4,i1}} := \pi - \arcsin(Fn1_{i4,i1}) \quad \lambda_{pn_{i4,i1}} := \pi + \arcsin(Fn2_{i4,i1}) \quad \lambda_{pn1_{i4,i1}} := \pi - \arcsin(Fn2_{i4,i1})$$



Index of of the polar day beginning

Index of of the polar day ending

$$\text{Ind}5_{il,jl} := \text{if} \left(\lambda_{pd15,il} \leq \lambda_{15,jl}, 0, jl \right)$$

$$\text{Ind}6_{il,jl} := \text{if} \left(\lambda_{pd15,il} \leq \lambda_{15,jl}, 0, jl \right)$$

in5 := for il ∈ 0..If + 1

in6 := for il ∈ 0..If + 1

$$\begin{cases} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } jl \in 1..J \\ \quad \text{in}5_{il,jl} \leftarrow \text{Ind}5_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}5_{il,jl} \\ \quad \text{max} \leftarrow \text{Ind}5_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}5_{il,jl} \\ \text{in}5_a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } jl \in 1..J \\ \quad \text{in}6_{il,jl} \leftarrow \text{Ind}6_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}6_{il,jl} \\ \quad \text{max} \leftarrow \text{Ind}6_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}6_{il,jl} \\ \text{in}6_a \end{cases}$$

$$\text{Td}_{d_{il}} := \text{Td}_{m5_{il}} + \frac{\left(\lambda_{pd15,il} - \lambda_{15,m5_{il}} \right) \cdot \left(\text{Td}_{m5_{il}+1} - \text{Td}_{m5_{il}} \right)}{\lambda_{15,m5_{il}+1} - \lambda_{15,m5_{il}}} \quad \text{Td}_{d_{il}} := \text{Td}_{m6_{il}} + \frac{\left(\lambda_{pd15,il} - \lambda_{15,m6_{il}} \right) \cdot \left(\text{Td}_{m6_{il}+1} - \text{Td}_{m6_{il}} \right)}{\lambda_{15,m6_{il}+1} - \lambda_{15,m6_{il}}}$$

Index of of the polar night beginning

Index of of the polar night ending

$$\text{Ind}7_{il,jl} := \text{if} \left(\lambda_{pn15,il} \leq \lambda_{15,jl}, 0, jl \right)$$

$$\text{Ind}8_{il,jl} := \text{if} \left(\lambda_{pn15,il} \leq \lambda_{15,jl}, 0, jl \right)$$

in7 := for il ∈ 0..If + 1

in8 := for il ∈ 0..If + 1

$$\begin{cases} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } jl \in 1..J \\ \quad \text{in}7_{il,jl} \leftarrow \text{Ind}7_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}7_{il,jl} \\ \quad \text{max} \leftarrow \text{Ind}7_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}7_{il,jl} \\ \text{in}7_a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{max} \leftarrow 0 \\ \text{for } jl \in 1..J \\ \quad \text{in}8_{il,jl} \leftarrow \text{Ind}8_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}8_{il,jl} \\ \quad \text{max} \leftarrow \text{Ind}8_{il,jl} \text{ if } \text{max} \leq \text{Ind}8_{il,jl} \\ \text{in}8_a \end{cases}$$

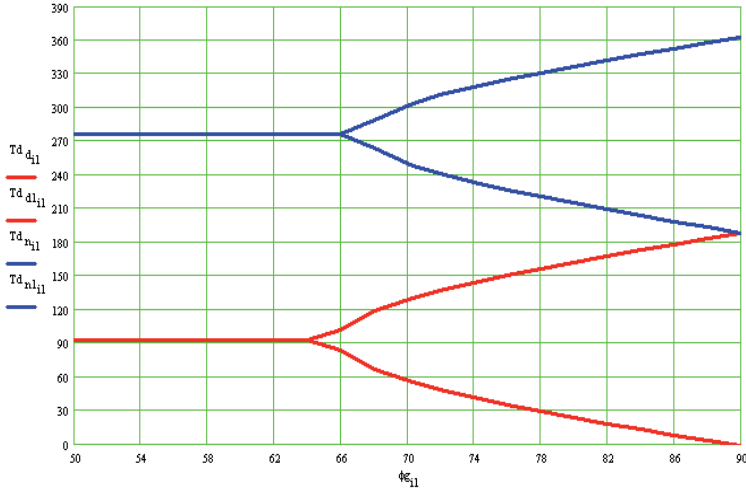
$$\text{Td}_{n_{il}} := \text{Td}_{m7_{il}} + \frac{\left(\lambda_{pn15,il} - \lambda_{15,m7_{il}} \right) \cdot \left(\text{Td}_{m7_{il}+1} - \text{Td}_{m7_{il}} \right)}{\lambda_{15,m7_{il}+1} - \lambda_{15,m7_{il}}} \quad \text{Td}_{n_{il}} := \text{Td}_{m8_{il}} + \frac{\left(\lambda_{pn15,il} - \lambda_{15,m8_{il}} \right) \cdot \left(\text{Td}_{m8_{il}+1} - \text{Td}_{m8_{il}} \right)}{\lambda_{15,m8_{il}+1} - \lambda_{15,m8_{il}}}$$

The duration of the polar days and nights.

$$\Delta T d_{d_{11}} := T d_{d_{11}} - T d_{d_{11}} \quad \Delta T d_{n_{11}} := T d_{n_{11}} - T d_{n_{11}} \quad i5 = 0 \quad T2_{i5} = 0$$

$$P3_{i1,0} := i1 \quad P3_{i1,1} := 0.1 \cdot T2_{i5} \quad P3_{i1,2} := \phi_{e11} \quad P3_{i1,3} := T d_{d_{11}} \quad P3_{i1,4} := \Delta T d_{d_{11}} \quad P3_{i1,5} := T d_{n_{11}} \quad P3_{i1,6} := \Delta T d_{n_{11}}$$

$$WwwwR1TEPRN("Tempi54.prm") := P3$$



12. Extremal length of solar day at summer and winter solstices.

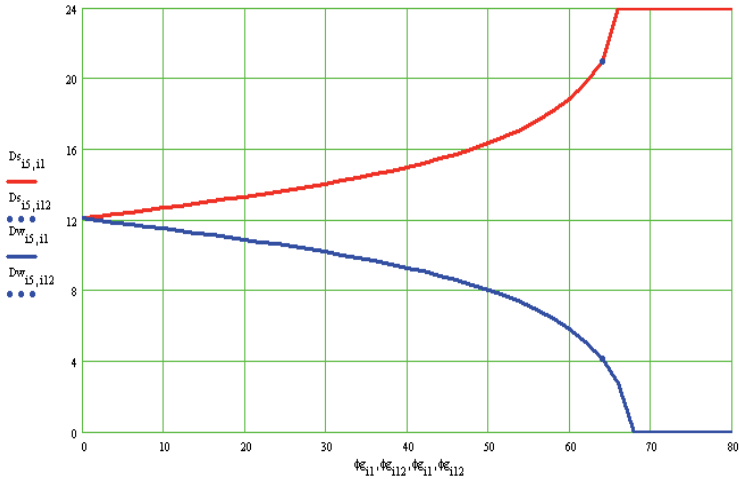
$$Fn0s_{i4,i1} := \left(\frac{\cos(z_{0a1}) - \sin(\varepsilon_{i4}) \sin(\phi_{i1})}{\cos(\varepsilon_{i4}) \cos(\phi_{i1})} \right) \quad Fn s_{i4,i1} := \text{if}(-1 < Fn0s_{i4,i1}, Fn0s_{i4,i1}, -1) \quad Fns_{i4,i1} := \text{if}(1 > Fns_{i4,i1}, Fns_{i4,i1}, 1)$$

$$\omega0sa_{i4,i1} := \arccos(Fns_{i4,i1}) \quad Ds_{i4,i1} := \frac{24}{\pi} \cdot \omega0sa_{i4,i1}$$

$$Fn0w_{i4,i1} := \left(\frac{\cos(z_{0a1}) + \sin(\varepsilon_{i4}) \sin(\phi_{i1})}{\cos(\varepsilon_{i4}) \cos(\phi_{i1})} \right) \quad Fnw_{i4,i1} := \text{if}(-1 < Fn0w_{i4,i1}, Fn0w_{i4,i1}, -1) \quad Fnw_{i4,i1} := \text{if}(1 > Fnw_{i4,i1}, Fnw_{i4,i1}, 1)$$

$$\omega0wa_{i4,i1} := \arccos(Fnw_{i4,i1}) \quad Dw_{i4,i1} := \frac{24}{\pi} \cdot \omega0wa_{i4,i1}$$

$$P4_{i1,0} := 0.1 \cdot T2_{i5} \quad P4_{i1,2} := \phi_{e11} \quad P4_{i1,3} := Ds_{i4,i1} \quad P4_{i1,4} := Dw_{i4,i1} \quad WwwwR1TEPRN("Tmpi54.prm") := P4 \quad i12 := 33$$



13. Azimuths of the daily movement of the Sun for the i5 epoch and j11 day of the year.

$$\begin{aligned}
 K_h &:= 960 \quad k := 0..K_h \quad \Delta\omega_h := \frac{24}{K_h} \quad \omega_{h_k} := -12 + \Delta\omega_h \cdot k \quad \omega_{rd_k} := \frac{15}{rd} \cdot \omega_{h_k} \quad \omega_{h_{K_h}} = 12 \quad j11 = 81 \quad i11 = 36 \\
 \cos z_{11,k} &:= \sin \delta_{i5,j11} \cdot \sin(\phi_{11}) + \cos \delta_{i5,j11} \cdot \cos(\phi_{11}) \cdot \cos(\omega_{rd_k}) \quad z_{11,k} := \arccos(\cos z_{11,k}) \quad z_{g_{11,k}} := rd \cdot z_{11,k} \quad \phi_{g_{11}} = 70.3622 \\
 Fn03_{11,k} &:= \arcsin\left(\sin(\omega_{rd_k}) \cdot \frac{\cos \delta_{i5,j11}}{\sin(z_{11,k})}\right) \quad Fn03_k := Fn03_{11,k} \\
 mnFn03f &:= \min(Fn03f) \quad Ind9_k := \text{if}(Fn03_k = mnFn03f, k, 0) \quad in9 := \max(Ind9) \quad in9 = 2.63 \cdot 10^2 \quad mnFn03f = -1.569597608684473 \\
 mxFn03f &:= \max(Fn03f) \quad Ind10_k := \text{if}(Fn03_k = mxFn03f, k, 0) \quad in10 := \max(Ind10) \quad in10 = 6.97 \cdot 10^2 \quad mxFn03f = 1.56959760868438 \\
 Fn3_{11,k} &:= \text{if}(in9 < k < in10, Fn03_{11,k}, 0) \quad Fn3_{11,k} := \text{if}(k \leq in9, -\pi - Fn03_{11,k}, Fn3_{11,k}) \quad \omega_{0h} := D_{i5,j11} \cdot 0.5 \quad \omega_{0h_-} := -\omega_{0h} \\
 Fn3_{11,k} &:= \text{if}(k \geq in10, \pi - Fn03_{11,k}, Fn3_{11,k}) \quad A_{S_{11,k}} := 180 + rd \cdot Fn3_{11,k} \quad A0(\omega_{0h}) := 0 \quad A0_-(\omega_{0h_-}) := 0
 \end{aligned}$$

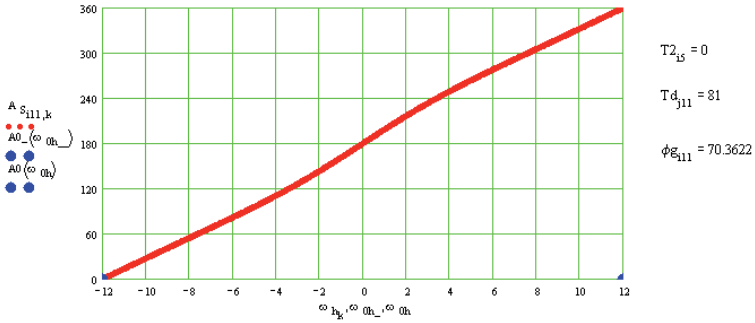
Note. The minimum and maximum values $Fn03$ may belong to the central area. In this case, there are bursts on azimuth AS for small K_h . In this case, it is need to change $in9 < \text{and} \leq in9$ on $in10$ and $> = in10$:

$$\begin{aligned}
 Fn3_{11,k} &:= \text{if } i11 \{ in9 \leq k \leq in10, Fn03_{11,k}, 0 \} \quad Fn3_{11,k} := \text{if } i11 \{ k < in9, -\pi - Fn03_{11,k}, Fn3_{11,k} \} \\
 Fn3_{11,k} &:= \text{if } i11 \{ k > in10, \pi - Fn03_{11,k}, Fn3_{11,k} \}
 \end{aligned}$$

Daily azimuth of the Sun in the tropics (In the summer at noon it is equal zero).

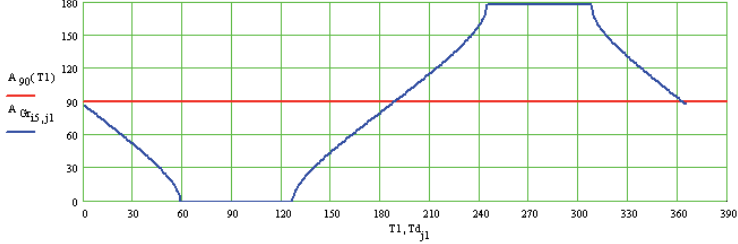
$$\begin{aligned}
 z_{n\phi_{11}} &:= \phi_{11} - \delta_{i5,j11} \quad A_{Stz_{11,k}} := 180 + rd \cdot Fn03_{11,k} \quad A_{St_{11,k}} := -rd \cdot Fn03_{11,k} \\
 A_{St_{11,k}} &:= \text{if}(z_{n\phi_{11}} \leq 0, A_{St_{11,k}}, A_{Stz_{11,k}}) \quad A_{S_{11,k}} := \text{if}(\phi_{11} \leq \varepsilon_{i5}, A_{St_{11,k}}, A_{S_{11,k}}) \\
 A_{M_{11}} &:= \text{if}(z_{n\phi_{11}} \leq 0, 180, 360) \quad A_{M_{11}} := \text{if}(z_{n\phi_{11}} \leq 0, -180, 0)
 \end{aligned}$$

Daily azimuth of the Sun's center for i11 number of latitude.



14. Azimuths of sunrises and sunsets

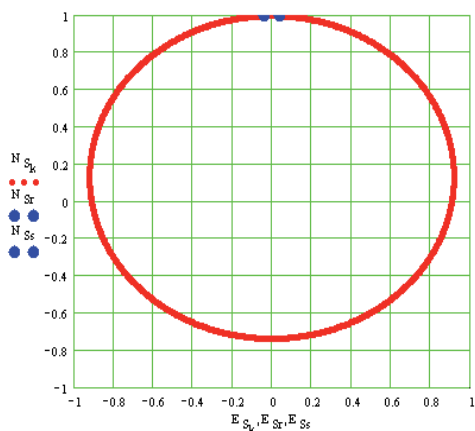
$$\begin{aligned} \text{Fn04}_{\mathcal{H},j1} &:= \frac{\sin(\delta_{\mathcal{H},j1})}{\cos(\phi_{111})} & \text{Fn4}_{\mathcal{H},j1} &:= \text{if}(-1 < \text{Fn04}_{\mathcal{H},j1}, \text{Fn04}_{\mathcal{H},j1}, -1) & \text{Fn4}_{\mathcal{H},j1} &:= \text{if}(1 > \text{Fn4}_{\mathcal{H},j1}, \text{Fn4}_{\mathcal{H},j1}, 1) \\ A_{\text{Gr}_{\mathcal{H},j1}} &:= \text{rd} \left[\text{pi05} - \text{asin}(\text{Fn4}_{\mathcal{H},j1}) - 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{\mathcal{H},j1}} \right) \tan(\phi_{111}) \right] & A_{90}(T1) &:= 90 & i5 = 0 & T2_{15} = 0 \\ A_{\text{Gr}_{\mathcal{H},j1}} &:= \text{rd} \left[\text{pi15} + \text{asin}(\text{Fn4}_{\mathcal{H},j1}) + 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{\mathcal{H},j1}} \right) \tan(\phi_{111}) \right] & \max(A_{\text{Gr}}) &= 1.776755453775201 \cdot 10^2 \\ & & \phi_{S111} &= 70.3622 \end{aligned}$$



15. The projection of the daily of the Sun's path in the plane of the horizon

$$\begin{aligned} N_{S_k} &:= \sin(z_{111,k}) \cdot \cos\left(\frac{A_{S111,k}}{\text{rd}}\right) & E_{S_k} &:= \sin(z_{111,k}) \cdot \sin\left(\frac{A_{S111,k}}{\text{rd}}\right) \\ N_{S_r} &:= \sin\left[\text{pi05} + 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{15,j11}} \right)\right] \cdot \cos\left(\frac{A_{\text{Gr}_{15,j11}}}{\text{rd}}\right) & E_{S_r} &:= \sin\left[\text{pi05} + 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{15,j11}} \right)\right] \cdot \sin\left(\frac{A_{\text{Gr}_{15,j11}}}{\text{rd}}\right) \end{aligned}$$

$$N_{S_s} := \sin \left[\text{pi}05 + 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{IS,j11}} \right) \right] \cos \left(\frac{A_{G_{S_{IS,j11}}}}{rd} \right) \quad E_{S_s} := \sin \left[\text{pi}05 + 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{\rho_{IS,j11}} \right) \right] \sin \left(\frac{A_{G_{S_{IS,j11}}}}{rd} \right)$$



$$\phi_{E_{11}} = 70.3622$$

$$T_{d_{11}} = 81$$

16. Extreme azimuths of sunrises and sunsets during the solstices.

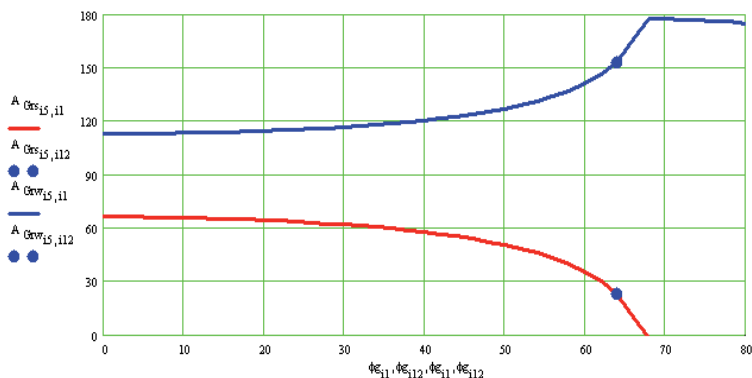
$$Fn5_{i4,i1} := \frac{\sin(\varepsilon_{i4})}{\cos(\phi_{i1})} \quad Fn5_{i4,i1} := \text{if}(-1 < Fn5_{i4,i1}, Fn5_{i4,i1}, -1) \quad Fn5_{i4,i1} := \text{if}(1 > Fn5_{i4,i1}, Fn5_{i4,i1}, 1)$$

$$A_{Gr_{S_{i4,i1}}} := rd \left[\text{pi}05 - \text{asin}(Fn5_{i4,i1}) - 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{1} \right) \cdot \tan(\phi_{i1}) \right]$$

$$A_{Gr_{W_{i4,i1}}} := rd \left[\text{pi}05 + \text{asin}(Fn5_{i4,i1}) - 10^{-3} \cdot \left(9.8902 + \frac{4.6599}{1} \right) \cdot \tan(\phi_{i1}) \right]$$

$$P5_{i1,0} := 0.1 \cdot T2_{i5} \quad P5_{i1,2} := \phi_{E_{11}} \quad P5_{i1,3} := A_{Gr_{S_{i5,i1}}} \quad P5_{i1,4} := A_{Gr_{W_{i5,i1}}} \quad WwwwRUTEPRN("Tmi54.prm") := P5$$

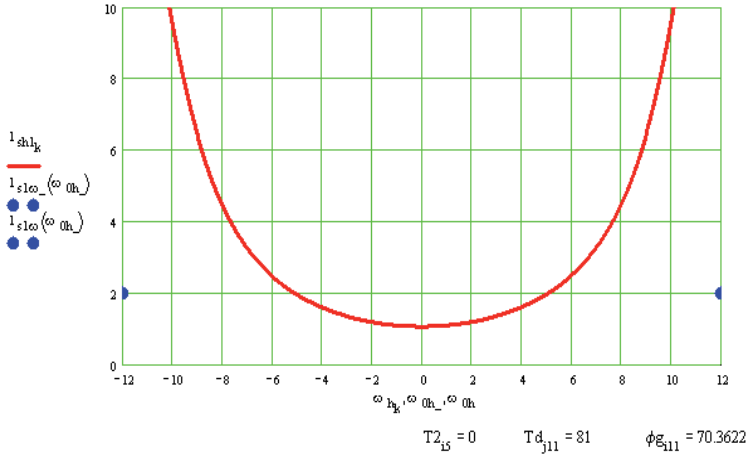
$$T2_{i5} = 0 \quad i12 = 33 \quad \phi_{E_{112}} = 64.000000000000004$$



17. Gnomon's solar shadow

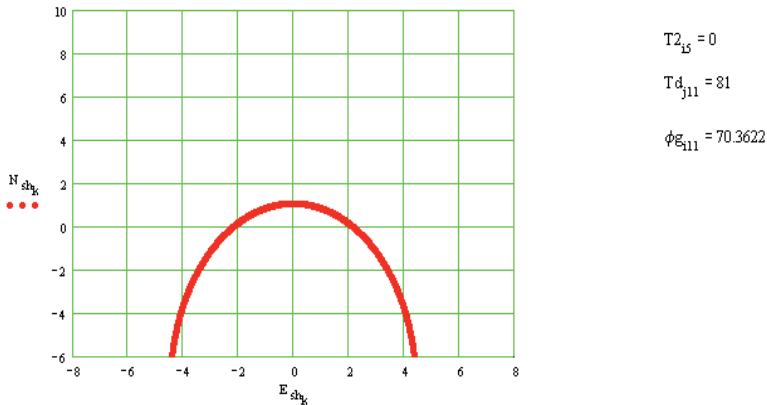
17.1. The length of the gnomon's solar shadow during the day
for the i5 epoch, j11 day of the year and i11 latitude.

$$\begin{aligned} \text{Fn}06_k &:= z_{i11,k} - \frac{4.6599 \cdot 10^{-3}}{\rho_{i5,j11}} & \text{Fn}6_k &:= \text{if}(\{-\pi/5 < \text{Fn}06_k, \text{Fn}06_k, -\pi/5\}) & \text{Fn}6_k &:= \text{if}(\{\pi/5 > \text{Fn}06_k, \text{Fn}6_k, \pi/5\}) \\ l_{shl0_k} &:= \tan(\text{Fn}6_k) & l_{shl_k} &:= \text{if}(0 < l_{shl0_k}, l_{shl0_k}, 0) & l_{s1\omega}(\omega_{0h}) &:= 2 & l_{s1\omega_-}(\omega_{0h}) &:= 2 \end{aligned}$$



17.2. The daily path of the gnomon's shadow on the horizontal plane.

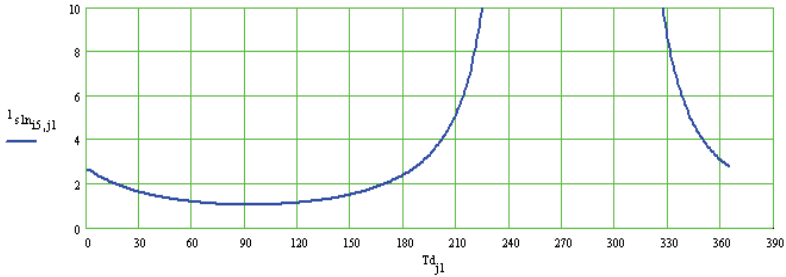
$$N_{sh_k} := -l_{shl_k} \cdot \cos\left(\frac{A_{S_{i11,k}}}{rd}\right) \quad E_{sh_k} := -l_{shl_k} \cdot \sin\left(\frac{A_{S_{i11,k}}}{rd}\right)$$



17.3. The length of the gnomon's solar shadow in midday.

$$z_{n_{i4,j1}} := \phi_{i11} - \delta_{i4,j1} \quad Fn07_{i4,j1} := z_{n_{i4,j1}} - \frac{4.6599 \cdot 10^{-3}}{\rho_{i4,j1}} \quad Fn7_{i4,j1} := \text{if}(\neg \text{pi05} < Fn07_{i4,j1}, Fn07_{i4,j1}, -\text{pi05})$$

$$Fn7_{i4,j1} := \text{if}(\text{pi05} > Fn07_{i4,j1}, Fn7_{i4,j1}, \text{pi05}) \quad 1_{s1n0_{i4,j1}} := \tan(Fn7_{i4,j1}) \quad 1_{s1n_{i4,j1}} := \text{if}(0 < 1_{s1n0_{i4,j1}}, 1_{s1n0_{i4,j1}}, 0)$$



17.4. The extreme lengths of the midday gnomon's solar shadow in the solstices.

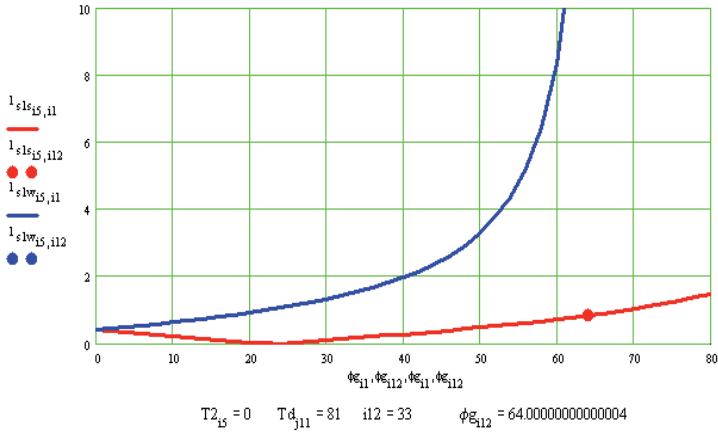
$$z_{ns_{i4,i1}} := \phi_{i11} - \varepsilon_{i4} \quad Fn08_{i4,i1} := \left| z_{ns_{i4,i1}} \right| - \frac{4.6599 \cdot 10^{-3}}{1} \quad Fn8_{i4,i1} := \text{if}(\neg \text{pi05} < Fn08_{i4,i1}, Fn08_{i4,i1}, -\text{pi05})$$

$$Fn8_{i4,i1} := \text{if}(\text{pi05} > Fn08_{i4,i1}, Fn8_{i4,i1}, \text{pi05}) \quad 1_{s1s0_{i4,i1}} := \tan(Fn8_{i4,i1}) \quad 1_{s1s_{i4,i1}} := \text{if}(0 < 1_{s1s0_{i4,i1}}, 1_{s1s0_{i4,i1}}, 0)$$

$$z_{nw_{i4,i1}} := \phi_{i11} + \varepsilon_{i4} \quad Fn09_{i4,i1} := \left| z_{nw_{i4,i1}} \right| - \frac{4.6599 \cdot 10^{-3}}{1} \quad Fn9_{i4,i1} := \text{if}(\neg \text{pi05} < Fn09_{i4,i1}, Fn09_{i4,i1}, -\text{pi05})$$

$$Fn9_{i4,i1} := \text{if}(\text{pi05} > Fn09_{i4,i1}, Fn9_{i4,i1}, \text{pi05}) \quad 1_{s1w0_{i4,i1}} := \tan(Fn9_{i4,i1}) \quad 1_{s1w_{i4,i1}} := \text{if}(0 < 1_{s1w0_{i4,i1}}, 1_{s1w0_{i4,i1}}, 0)$$

$$P6_{i1,0} := 0.1 \cdot T2_{i5} \quad P6_{i1,2} := \phi_{\varepsilon_{i1}} \quad P6_{i1,3} := 1_{s1s_{i5,i1}} \quad P6_{i1,4} := 1_{s1w_{i5,i1}} \quad \text{WwwwRITEPRN}(\text{"T154.pm"}) := P6$$



18. Using the results in the aerospace studies of relief.

The crater on the Yamal Peninsula 30 km south of Bovanenkovo (70.3622 degrees north latitude) is was found in the summer of 2014. On the date of 06.09.2013, which is remote to 81 days from the day of the vernal equinox March 21, the hillock was observed on the crater site. Azimuth of the hillock's shadow is 326.5 degrees.

$$\phi_{\text{Shl}} := 70.3622 \quad T_{d_{hl}} := 81 \quad A_{Shl} := 326.5 \quad I_{hl} := 20 \quad i := 0..I_{hl} \quad T_{d_{hl}} := 81 \quad \phi_{\text{Shl}} := 70.3622 \quad T_{2_{is}} = 0 \quad i_{11} = 36$$

The hour angle of the Sun's azimuth at the time of occurrence of the hillock's shadow.

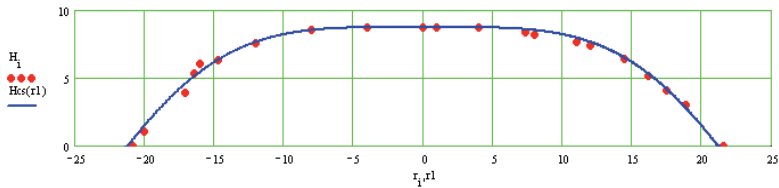
$$\begin{aligned} \text{Ind}12_k &:= \text{if}(A_{S_{i11,k}} < A_{Shl}, k, 0) \quad \text{in}12 := \max(\text{Ind}12) \quad \text{in}12 = 8.62 \cdot 10^2 \quad A_{S_{i11, \text{in}12}} = 3.262979064470675 \cdot 10^2 \\ \omega_{hS} &:= \omega_{h_{m12}} + \frac{(\omega_{h_{m12+1}} - \omega_{h_{m12}}) \cdot (A_{S_{i11, m12+1}} - A_{Shl})}{A_{S_{i11, m12+1}} - A_{S_{i11, m12}}} \quad A_{S1}(\omega_{hl}) := A_{Shl} \quad \omega_{hS} = 9.560166372856854 \\ l_{shlhl} &:= l_{shl_{m12}} + \frac{(l_{shl_{m12+1}} - l_{shl_{m12}}) \cdot ((\omega_{h_{m12+1}} - \omega_{hS}))}{(\omega_{h_{m12+1}} - \omega_{h_{m12}})} \quad l_{shlhl}(\omega_{hl}) := l_{shlhl} \quad l_{shlhl} = 8.040714519829733 \end{aligned}$$

The observed radius of the hillock and length of its shadow

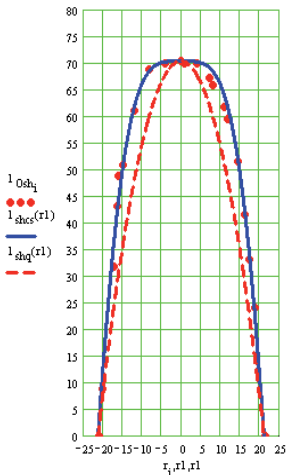
$$R2 := \text{READPRN}("HilSh.phm") \quad r_1 := R2_{0,i} \quad l_{Oshl} := R2_{1,i}$$

Profile of the hillock and its approximations.

$$\begin{aligned} H_1 &:= \frac{l_{Oshl}}{l_{shlhl}} \quad R_h := 0.5 \cdot (\tau_0 + \tau_{hl}) \quad l_{Oshmx} := \max(l_{Oshl}) \quad l_{shq}(r1) := l_{Oshmx} \left[1 - \left(\frac{r1}{R_h} \right)^2 \right] \quad H_{mx} := \max(H) \\ Hcs(r1) &:= H_{mx} \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{r1}{R_h} \right)^2 \right] \quad l_{shcs}(r1) := l_{Oshmx} \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{r1}{R_h} \right)^2 \right] \quad R_h = 21.2 \quad H_{mx} = 8.755440803971084 \end{aligned}$$



$$l_{Oshmx} = 70.40000000000001 \quad T_{2_{is}} = 0$$



Люблю книги
ljubljuknigi.ru



yes
I want more books!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн - в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов!
Мы используем экологически безопасную технологию "Печать-на-Заказ".

Покупайте Ваши книги на
www.ljubljuknigi.ru

Buy your books fast and straightforward online - at one of the world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.ljubljuknigi.ru

OmniScriptum Marketing DEU GmbH
Bahnhofstr. 28
D - 66111 Saarbrücken
Telefax: +49 681 93 81 567-9

info@omniscryptum.com
www.omniscryptum.com

OMNIScriptum



