

УДК 531.31+521.11

ИЗМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА В ДИНАМИКЕ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

© 2015 г. И. И. Смульский, О. И. Кротов

Институт криосферы Земли СО РАН, г. Тюмень

JSmulsky@mail.ru; kolleg@rambler.ru

Поступила в редакцию 02.08.2013 г.

Достаточно часто рассчитанные траектории и реальные движения небесных тел и космических аппаратов различаются. Их отличие может быть обусловлено несовершенством методов расчета орбит и траекторий. С целью проверки этих методов рассмотрено изменение кинетического момента при расчете движений программой Galactica, с помощью эфемерид DE406 и системы Horizons. Наименьшее изменение получено в программе Galactica, наибольшее – по системе Horizons. Исследована динамика кинетического момента планет. Полученные результаты могут быть использованы для контроля и совершенствования методов расчета движений.

DOI: 10.7868/S0023420615020090

1. ВВЕДЕНИЕ

В результате исследования космического пространства в последние десятилетия появились свидетельства о несоответствии рассчитанных орбит небесных тел и траекторий космических аппаратов с наблюдаемыми. Эти свидетельства имеются также при исследовании эволюции Солнечной системы за геологические периоды времени. Благодаря им ряд исследователей пришел к выводу о хаотичности движений в Солнечной системе: возможности распада ее в будущем [1], хаотическом движении астероидов после сближения с планетой [2] и т.д. Другие исследователи для устранения этих несоответствий дополнительно к силе тяготения Ньютона привлекают другие более слабые воздействия: силу радиационного воздействия Яркковского [3], “темную материю” [4], световое давление и т.д.

Однако индетерминированность движений и невыясненная природа сил противоречит духу механики. По-видимому, прежде чем соглашаться с вышеупомянутыми изменениями, необходимо в рамках механики проверить достоверность существующих методов расчета движений. Одним из показателей точности решения задач механики является соблюдение законов сохранения. В данной работе выполнено исследование по сохранению момента количества движения всей системы взаимодействующих тел при расчете динамики Солнечной системы разными методами.

2. ИЗМЕНЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА В ПРОГРАММЕ GALACTICA

В результате исследования движения Апофиса при разных начальных условиях и с помощью разных методов [5–8] было установлено, что не-

определенность в движении астероида после сближения с Землей может быть уменьшена за счет увеличения точности этих методов. Поэтому были выполнены исследования по изменению момента количества движения Солнечной системы при численном расчете ее движения двумя методами. Первый метод – традиционный. Он основан на стандартной динамической модели (SDM) и реализован в программах расчета эфемерид серии DE, в частности DE-406 [9] и в системе Horizons [10]. Второй метод реализован в программе Galactica [11]. Он основан на ньютоновском взаимодействии точечных масс, а для интегрирования дифференциальных уравнений движения используется новый высокоточный метод. Информация о задачах, решенных с помощью программы Galactica, приведена по адресу:

<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/Galct11R.pdf>. Система Galactica, с набором необходимых средств для решения задач, свободно доступна на сайте <http://www.ikz.ru/~smulski/GalactW/>. Ее описание представлено в файле GalDiscrp.pdf на русском языке, а в файле GalDiscrpE.pdf – на английском.

Одним из важных показателей достоверности решения дифференциальных уравнений движения является относительное изменение момента количества движения системы. При отсутствии внешних воздействий на систему взаимодействующих материальных точек момент количества ее движения или кинетический момент, например в проекции на ось z , остается неизменным:

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_i (v_{yi} x_i - v_{xi} y_i) = \text{const}, \quad (1)$$

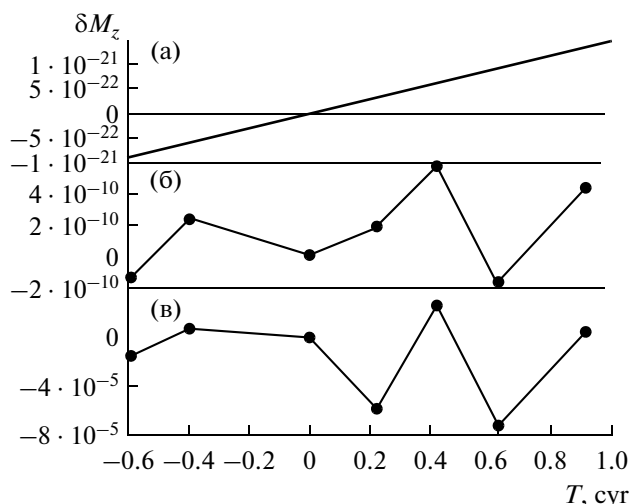


Рис. 1. Относительное изменение момента количества движения Солнечной системы: при интегрировании дифференциальных уравнений движения Солнца, планет, Луны и Апофиса программой Galactica (а); при расчетах движения планет, Солнца, Луны и астероидов (Церера, Паллада и Веста) по программам DE406 (б) и Horizons (в). Величины δM_z рассчитаны согласно (2) при M_{z0} на 30.XI.2008. T – время в юлианских столетиях по 36525 дней в столетии от эпохи 30.XI.2008.

где m_i , x_i , y_i и v_{xi} , v_{yi} – масса, координаты и скорости i -того тела, а n – количество тел в системе.

Поэтому относительное изменение момента

$$\delta M_z = (M_z - M_{z0})/M_{z0}, \quad (2)$$

где M_{z0} – величина момента количества движения в определенный момент времени, должно быть равно нулю, т.е. $\delta M_z = 0$. Если его значение не равно нулю, то это свидетельствует о погрешностях при численном интегрировании задачи.

О показателе точности величины δM_z при интегрировании уравнений с помощью программы Galactica и связи δM_z с погрешностью координат и скоростей более детально дано в работах [12, 13]. В этой программе в процессе решения дифференциальных уравнений вычисляются различные критерии достоверности расчетов, в том числе и относительное изменение момента δM_z . В результате неоднократных исследований для Солнечной системы было установлено, что проекции момента количества движения на оси x и y ведут себя аналогично проекции δM_z . Так как эта проекция близка по величине к изменению модуля момента δM_r , то в дальнейшем рассматривается изменение только величины δM_z .

Момент количества движения по программе Galactica рассчитывается для планет, Луны, Солнца и Апофиса в барицентрической экваториальной системе координат на эпоху 2000.0 г. [6–8]. Вычисления выполнялись с шагом $dT =$

$= 10^{-5}$ года и с расширенной длиной числа (34 десятичных знака). Динамика изменения δM_z за 160 лет показана на рис. 1а. Как видно, эта величина линейно изменяется со временем со средней скоростью $d\delta M_z/dT = 1.5 \cdot 10^{-21}$ сут $^{-1}$, где 1 сут = 100 лет. Эти результаты, как уже упоминалось выше, получены с расширенной длиной числа. При интегрировании уравнений движения программой Galactica с двойной длиной числа (17 десятичных знаков) на этом интервале времени погрешность момента δM_z колеблется в пределах $\delta M_z = \pm 10^{-13}$, т.е. линейно не растет с увеличением времени решения задачи. Алгоритм программы Galactica позволяет, если в этом возникнет необходимость, заставить погрешность и при расширенной длине числа.

3. ИЗМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА В ПРОГРАММАХ SDM

Изменение момента количества движения по эфемеридам DE406 и системе Horizons мы исследовали для планет, Солнца, Луны и трех астероидов Церера, Паллада и Веста относительно центра масс Солнечной системы. Рассчитывались проекции момента M_x , M_y и M_z на оси барицентрической экваториальной системы координат и модуля момента M_r . Эти вычисления были выполнены для нескольких моментов времени. Для эфемерид DE406 массы тел (те же, что и в эфемериде DE405) были взяты из их описания.

В системе Horizons для каждого тела выдается его масса. Так как эти массы отличаются от масс, принятых в эфемериде DE406, то также были рассчитаны моменты количества движения с массами из эфемерид DE406. Кроме того, в системе Horizons координаты Плутона выдаются до 29.I.2051. Поэтому были рассчитаны моменты количества движения без Плутона. Однако выяснилось, что характер изменения моментов количества движения в двух последних вариантах практически не отличается от первого варианта. Поэтому в дальнейшем использовались моменты количества движения с массами из эфемерид DE405.

В табл. 1 приведены величины момента M_z , рассчитанного по эфемеридам DE406 и системе Horizons на интервале 160 лет. По эфемеридам DE406 значения момента неизменны до 10 значащей цифры, а по системе Horizons – до четвертой. Характер изменения проекций момента M_x , M_y и полного момента M_r аналогичен изменению z -проекции момента M_z , поэтому в дальнейшем, как и по программе Galactica, рассматривается только проекция момента на ось z .

На рис. 1 сопоставлены относительные изменения моментов количества движения, рассчитанные по программе Galactica, эфемеридам DE406 и

Таблица 1. Момент количества M_z движения планет, Солнца, Луны и трех астероидов по эфемеридам DE406 и системе Horizons для разных дат и номеров юлианских дней JD с массами DE405

| Дата | JD | $M_z \cdot 10^{+43}$ кг · м ² /сек | |
|-------------|-----------|---|-------------------|
| | | DE406 | Horizons |
| 30.XII.1949 | 2433280.5 | 2.884103707433978 | 2.884087593847136 |
| 28.VI.1969 | 2440400.5 | 2.884103708561933 | 2.884148971531926 |
| 30.XI.2008 | 2454800.5 | 2.884103707836915 | 2.884131506700124 |
| 30.XI.2030 | 2462835.5 | 2.884103708363054 | 2.883964569598089 |
| 30.XI.2050 | 2470140.5 | 2.884103709521903 | 2.884202731605625 |
| 30.XI.2070 | 2477445.5 | 2.88410370733108 | 2.883923748548167 |
| 30.XI.2099 | 2488037.5 | 2.884103709125478 | 2.884144694607399 |

системе Horizons. Относительные изменения моментов приведены по отношению к значению момента на 30.XI.2008. Первая точка относится к дате 30.XII.1949. По программе Galactica, как уже отмечалось, момент количества движения растет линейно со временем, и за 160 лет относительное изменение момента $\delta M_z = 2.4 \cdot 10^{-21}$. По эфемеридам DE406 величина δM_z изменяется немонотонно, и диапазон колебаний равен $8 \cdot 10^{-10}$, что на 11 порядков превышает погрешности момента по программе Galactica.

Кинетический момент по системе Horizons изменяется также не монотонно, и колебания δM_z достигают значений $9 \cdot 10^{-5}$. Отсюда следует, во-первых, что изменения момента количества движения в эфемеридах DE406 и системе Horizons на много порядков превышают его изменения в программе Galactica. А во-вторых, изменения момента количества движения в системе Horizons на 5 порядков превышают его изменения в эфемеридах DE406.

Следует отметить, что первоначально эти исследования для эфемерид DE406 и системы Horizons были выполнены для планет, Луны и Солнца, т.е. без трех астероидов. Изменение момента δM_z для эфемерид DE406 было в 2.5 раза больше. Меньшее изменение δM_z в результатах, представленных в табл. 1 и на рис. 1, обусловлено тем, что в эфемеридах DE406 рассчитывается движение с учетом этих астероидов. Так как вклад астероидов в изменения момента δM_z составляет порядка $1.2 \cdot 10^{-9}$, то следовало ожидать, что учет астероидов не окажет влияния на изменение момента по системе Horizons. Этот вывод подтвердился при расчетах: учет астероидов не изменил погрешности момента количества движения в системе Horizons.

4. ДИНАМИКА КИНЕТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ ОТДЕЛЬНЫХ ТЕЛ

С целью выяснения причин изменения момента количества движения были выполнены исследования изменений момента количества движения в эфемеридах DE406 по отдельным телам: планетам, Солнцу и Луне. Рассматривалось относительное изменение момента по отношению к моменту на дату 30.XI.2008. Исследовались все три проекции момента δM_x , δM_y и δM_z . Ввиду идентичности поведения будем, как и ранее, рассматривать проекцию только на ось z. Изменение момента δM_z этих тел за 160 лет показано на рис. 2 сплошной линией. Как видно, моменты количества движения тел, как и Солнечной системы на рис. 1б, изменяются колебательно. Наименьшие относительные изменения имеют Плутон, Нептун, Сатурн и Юпитер. Момент Солнца изменяется в наибольшей степени, а из планет наибольшее изменение δM_z имеет Меркурий.

Следует иметь в виду, что в отличие от задачи двух тел, при взаимодействии многих тел момент количества движения каждого тела претерпевает изменение. Происходит постоянный взаимообмен моментами между телами. Например, из графиков на рис. 2 видно, что величины δM_z для Юпитера (Jp) и Солнца (Su) изменяются асинхронно, что свидетельствует об их взаимообмене моментами количества движения. Поэтому проблема заключается не в том, что эти моменты изменяются, а в том, насколько правильно результаты интегрирования уравнений отражают действительные изменения кинетических моментов этих тел. Небольшое несовпадение расчетных величин моментов от действительных может привести при их сложении к значимым изменениям момента количества движения всей Солнечной системы.

Вклад моментов отдельных тел в момент количества движения Солнечной системы зависит от их абсолютных величин. В табл. 2 приведены мо-

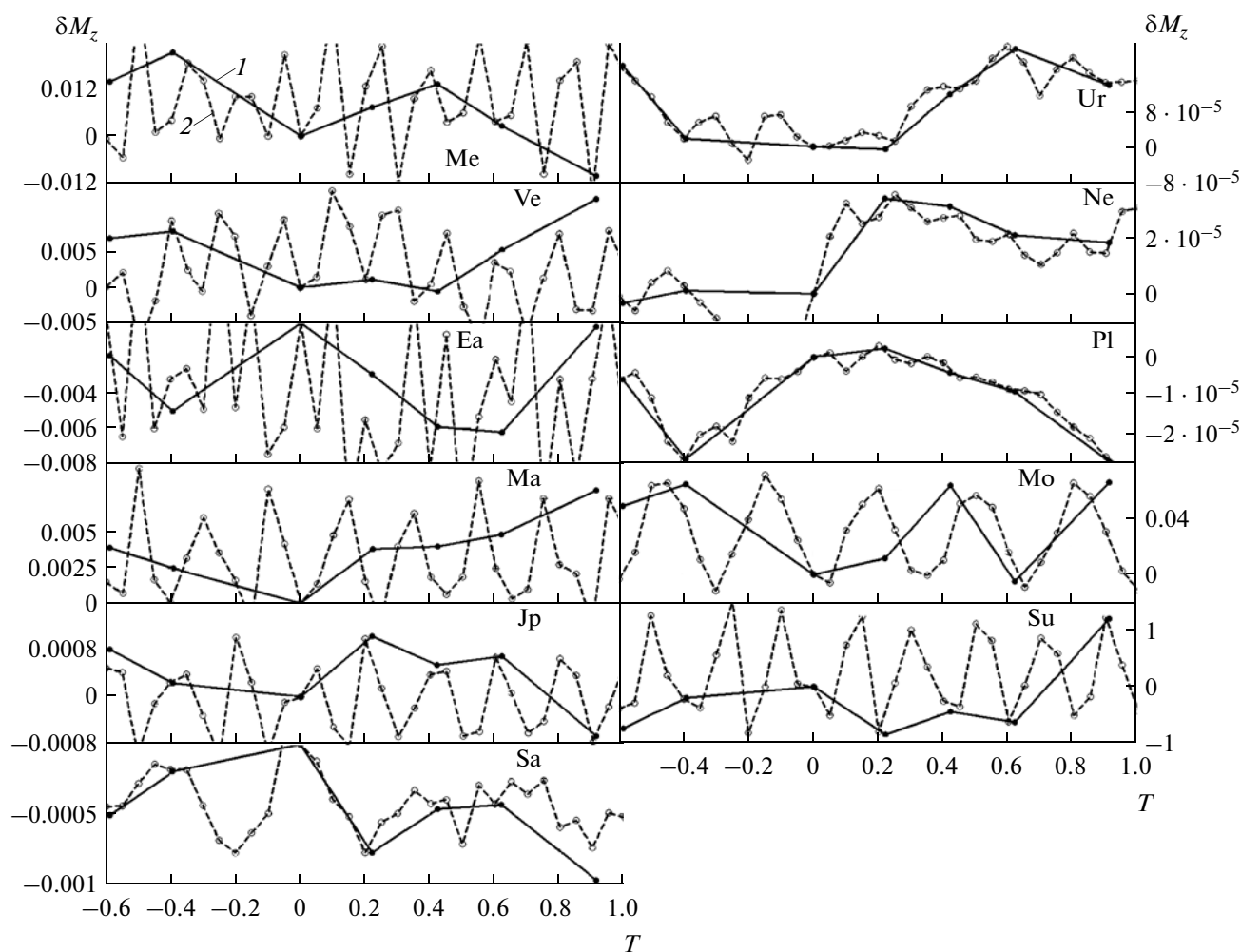


Рис. 2. Относительное изменение моментов количества движения тел Солнечной системы: от Меркурия до Луны и Солнца. Величина δM_z рассчитана согласно (2) при M_{z0} на 30.XI.2008: 1 – по эфемеридам DE406; 2 – по программе Galactica.

менты M_{z0i} тел, размах $\Delta \delta M_{zi}$ их относительных изменений и размах их абсолютных изменений ΔM_{zi} . Эти величины определялись так:

$$\Delta \delta M_{zi} = \delta M_{zmaxi} - \delta M_{zmini}; \Delta M_{zi} = M_{z0i} \cdot \Delta \delta M_{zi},$$

где i – номер тела; δM_{zmaxi} и δM_{zmini} – максимальное и минимальное значения δM_{zi} на графиках рис. 2.

Как видим, наибольший абсолютный размах ΔM_{zi} колебаний момента количества движения у Солнца и Юпитера, и, как видно из табл. 2, величины их ΔM_{zi} близки. Как уже отмечалось выше, моменты их изменяются в противофазе. Поэтому погрешность в определении их моментов количества движения может дать существенный вклад в изменения δM_z всей Солнечной системы.

Эти же исследования моментов количества движения тел были выполнены и по программе Galactica. Относительные изменения моментов

δM_z тех же тел приведены на рис. 2 пунктирной линией. Здесь расчеты проводились с меньшим интервалом по времени, а именно через 5 лет. Для планет с большим периодом обращения, начиная с Юпитера, видно, что момент количества движения тел периодически изменяется. Для планет земной группы периоды колебаний δM_z меньше интервала в 5 лет между точками на графиках. Поэтому колебания этих периодов здесь не видны.

При сравнении относительных моментов δM_z на графиках рис. 2, рассчитанных по эфемеридам DE406 и программе Galactica, видно, что относительные диапазоны их колебаний совпадают. В некоторых случаях, когда моменты рассчитаны для одного и того же значения времени, совпадают также величины δM_z . Например, при $T \approx 0.4$ относительные изменения момента имеют примерно одинаковые значения для следующих тел: Me, Ve, Ea, Jp, Sa, Ur, Ne, Pl и Su. И только для

Таблица 2. Диапазоны изменений момента количества движения планет, Луны и Солнца относительно центра масс Солнечной системы по DE406 на интервале 160 лет от 30.XII.1949. Относительные изменения определены по отношению к 30.XI.2008. Проекция кинетических моментов тел M_{zi} и их изменения ΔM_{zi} приведены в кг м/сек

| | | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| № тела | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| тело | Me | Ve | Ea | Ma | Jp | Sa |
| $\Delta \delta M_{zi}$ | 0.0318 | 0.0132 | 0.00626 | 0.008 | 0.00172 | 0.000975 |
| M_z | $7.795378332 \cdot 10^{38}$ | $1.6744633 \cdot 10^{40}$ | $2.4522183 \cdot 10^{40}$ | $3.1839633 \cdot 10^{39}$ | $1.7690015 \cdot 10^{43}$ | $7.2208333 \cdot 10^{42}$ |
| ΔM_{zi} | $2.4789303 \cdot 10^{37}$ | $2.2076076 \cdot 10^{38}$ | $1.5344546 \cdot 10^{38}$ | $2.56960663 \cdot 10^{37}$ | $3.0355753 \cdot 10^{40}$ | $7.0420275 \cdot 10^{39}$ |
| № тела | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| тело | Ur | Ne | Pl | Mo | Su | |
| $\Delta \delta M_{zi}$ | 0.00231 | 0.000375 | 0.0000322 | 0.071 | 2.075 | |
| M_z | $1.551594 \cdot 10^{42}$ | $2.3175955 \cdot 10^{42}$ | $3.6622486 \cdot 10^{38}$ | $2.9202579 \cdot 10^{38}$ | $1.5101363 \cdot 10^{40}$ | |
| ΔM_{zi} | $3.5870122 \cdot 10^{38}$ | $8.6886268 \cdot 10^{37}$ | $1.1792440 \cdot 10^{34}$ | $2.0741525 \cdot 10^{37}$ | $3.1328189 \cdot 10^{40}$ | |

двух тел: Марса (Ma) и Луны (Mo) они существенно отличаются. Это отличие, как видно из рис. 1б, для эфемерид DE406 при $T \approx 0.4$ может приводить к наибольшей погрешности момента количества движения всей Солнечной системы $\delta M_z = 6 \cdot 10^{-10}$.

Хорошее совпадение изменений моментов δM_z по двум программам на всем диапазоне имеется для Урана (Ur), Нептуна (Ne) и Солнца (Su). В то же время наблюдается отличие моментов δM_z вблизи некоторых значений времени: для Меркурия при $T = -0.6$ и -0.4 , для Венеры при $T = -0.6$ и 0.9 , для Сатурна при $T = 0.9$, для Земли и Марса при $T = 0.2$ и 0.6 . Эти отличия кинетических моментов отдельных тел могут приводить к отмеченным ранее колебаниям кинетического момента всей Солнечной системе в эфемеридах DE406. Таким образом, приведенные на рис. 2 сопоставления моментов количеств движения отдельных тел, выполненных разными методами, могут быть ориентирами по поиску причин погрешностей момента в той программе, точность которой ниже, в данном случае в эфемеридах DE406.

По программе Galactica были выполнены исследования по изменению кинетического момента ближних планет с большей детальностью. Периодичность изменения координат и скоростей, которые согласно (1) определяют кинематический момент, обусловлена периодичностью обращения тел. Так как период P обращения тел от Меркурия до Плутона изменяется в тысячу раз, то эти исследования выполнялись на интервалах времени, кратных периоду P . На рис. 3 представлено его изменение δM_z на интервале одного обращения планеты. Как видно из графиков, величина δM_z для всех планет на этом интервале изменяется колебательно с периодами, которые меньше периодов P обращения планеты. Для Земли (Ea) имеется около 12 колебаний δM_z . Они обусловлены воздействием Луны. Наименьший

размах колебаний $\Delta \delta M_z \approx 3 \cdot 10^{-6}$ на интервале одного обращения имеет Меркурий, а наибольший без учета Земли – Юпитер: $\Delta \delta M_z \approx 2 \cdot 10^{-4}$. У Земли за счет учета воздействия Луны величина $\Delta \delta M_z = 10^{-3}$ превышает размах колебаний Юпитера. При сопоставлении размахов этих колебаний с размахами колебаний $\Delta \delta M_{zi}$ за 160 лет (см. табл. 2) видно, что величина колебаний на интервале одного обращения тела меньше на 3–4 порядка для Меркурия и Венеры, и на 1 порядок – для Земли и Юпитера.

Следует отметить, что представленная на рис. 3 динамика кинетического момента δM_z на интервале одного обращения в другую эпоху может видоизмениться. Поэтому были выполнены исследования по изменению кинетического момента за большие периоды времени. В этом случае рассматривались средние модули моментов δM_{tm} количеств движения планет за одно обращение. Эти исследования были выполнены для каждой планеты на интервале 300 ее обращений. На рис. 4 представлены изменения средних кинетических моментов для тех же планет, что и на рис. 3. Так как интервал между точками на графиках рис. 4 равен одному периоду P обращения планеты, то периоды колебаний кинетического момента составляют несколько периодов P . Например, наименьшие периоды колебаний среднего кинетического момента на рис. 4 для Меркурия и Юпитера составляют 4–5 их собственных периодов обращения P . Кроме этих коротких, как видно из рис. 4, существуют и более долгие колебания. А для Марса и Юпитера наметились тренды изменения, которые являются началом колебаний с периодом в десятки и сотни тысяч лет. Они обусловлены долгопериодическими колебаниями орбит планет [13].

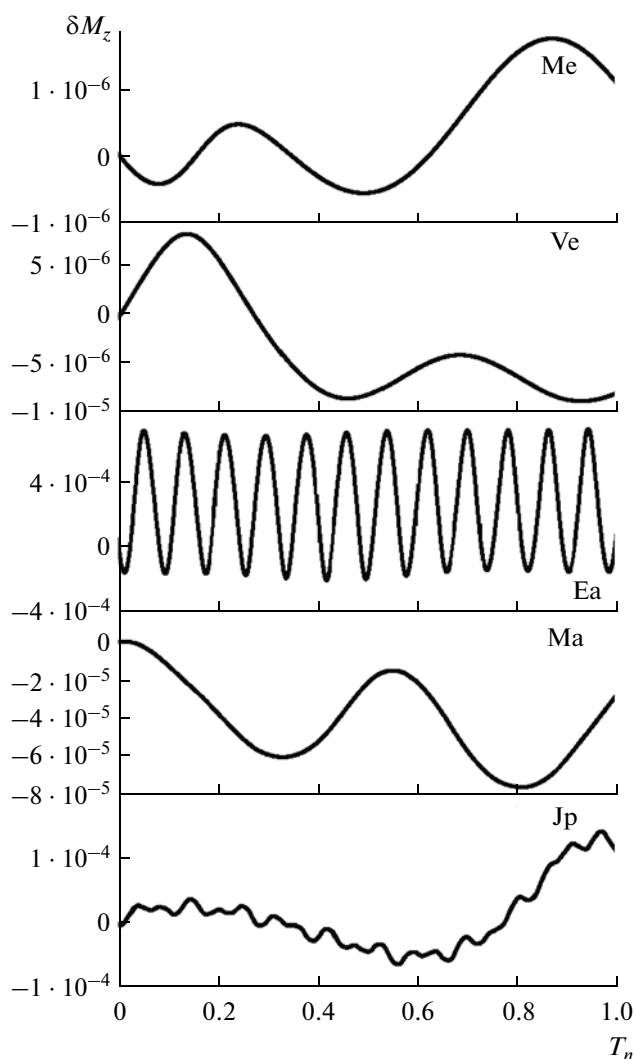


Рис. 3. Относительное изменение z -проекции момента количества движения планет от Меркурия до Юпитера за одно обращение планеты. Величины δM_z рассчитаны при M_{z0} на дату 30.XII.1949. $T_n = T/P$ — нормализованное время в периодах обращения. $P = 0.24; 0.68; 1.000; 1.84; 11.85$ — периоды обращения в сидерических годах.

Размах колебаний средних кинематических моментов на рис. 4 не превышает размах колебаний внутри одного обращения, показанных на рис. 3. Это обусловлено тем, что при осреднении амплитуд колебаний за время одного обращения их разброс уменьшается. Следует отметить, что на рис. 3 и 4 представлены исследования изменения моментов на больших интервалах времени только для пяти первых планет. Для остальных планет эти изменения хорошо видны на графиках штриховой линии рис. 2 с интервалом по времени, равным 5 лет. На интервале 160 лет для планет от Сатурна (Sa) до Плутона (Pl) прослеживаются колебания с двумя периодами порядка десятка лет и порядка сотни лет.

Следует отметить, что выполненные с большим разрешением по времени исследования кинетического момента M_z по программе Galactica (см. рис. 3) показывают, что изменение δM_z для отдельных тел происходит плавно: без скачков и разрывов. Поэтому случаи отличия величины δM_z по DE406 на рис. 2 от значений, рассчитанных по программе Galactica, обусловлены погрешностями эфемерид DE406.

Итак, несмотря на разнообразные изменения моментов количества отдельных тел, входящих в Солнечную систему, момент количества движения всей системы остается неизменным. Степень его изменения свидетельствует о точности решения уравнений динамики Солнечной системы. Наименьшее изменение кинетического момента дает программа Galactica, а система Horizons — наибольшее. Изменение кинетического момента отдельных тел по наилучшей программе расчета могут служить ориентирами для определения причин погрешностей в программе расчета с меньшей точностью.

5. РАЗНОСТИ ПОЛОЖЕНИЙ ТЕЛ

Полученные изменения кинетического момента могут свидетельствовать о погрешностях координат и скоростей тел. Попробуем их оценить. Пусть у всех тел по всем координатам и компонентам скоростей имеется одинаковое относительное отклонение δ , тогда для i -того тела, например для проекции на ось x можно записать координату и скорость тела в любой момент времени

$$x_i = x_{xi} (1 + \delta); v_{xi} = v_{xii} (1 + \delta), \quad (3)$$

где x_i и v_{xi} — рассчитанные значения, а x_{xi} и v_{xii} — истинные значения координаты и скорости i -того тела в этот момент времени. После подстановки координат и скоростей согласно (3) в выражения кинетического момента (1), а затем в (2), получаем $\delta M_z \approx 2\delta$. Следует отметить, что в этом случае при вычислении относительного изменения момента δM_z величина M_{z0} в выражении (2) рассчитывается по истинным значениям x_{ii} и v_{xii} и т.д.

Итак, при одинаковом для всех тел относительном отклонении координат и скорости оно равно половине отклонения момента $\delta = 0.5\delta M_z$.

С целью анализа структуры отклонений были проведены исследования по отличию эфемерид DE406 от эфемерид DE405, DE403, DE200 и системы Horizons для двух дат: 30.XII.1949 с юлианским днем $JD = 2433280.5$ и 30.XII.1999 с $JD = 2451542.5$. Определялись отклонения координат $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ и скоростей $\Delta v_{xi}, \Delta v_{yi}, \Delta v_{zi}$; отклонение модулей расстояний Δr_i и скоростей Δv_i ; угловое смещение $\Delta \varphi_i$ в плоскости xu и относитель-

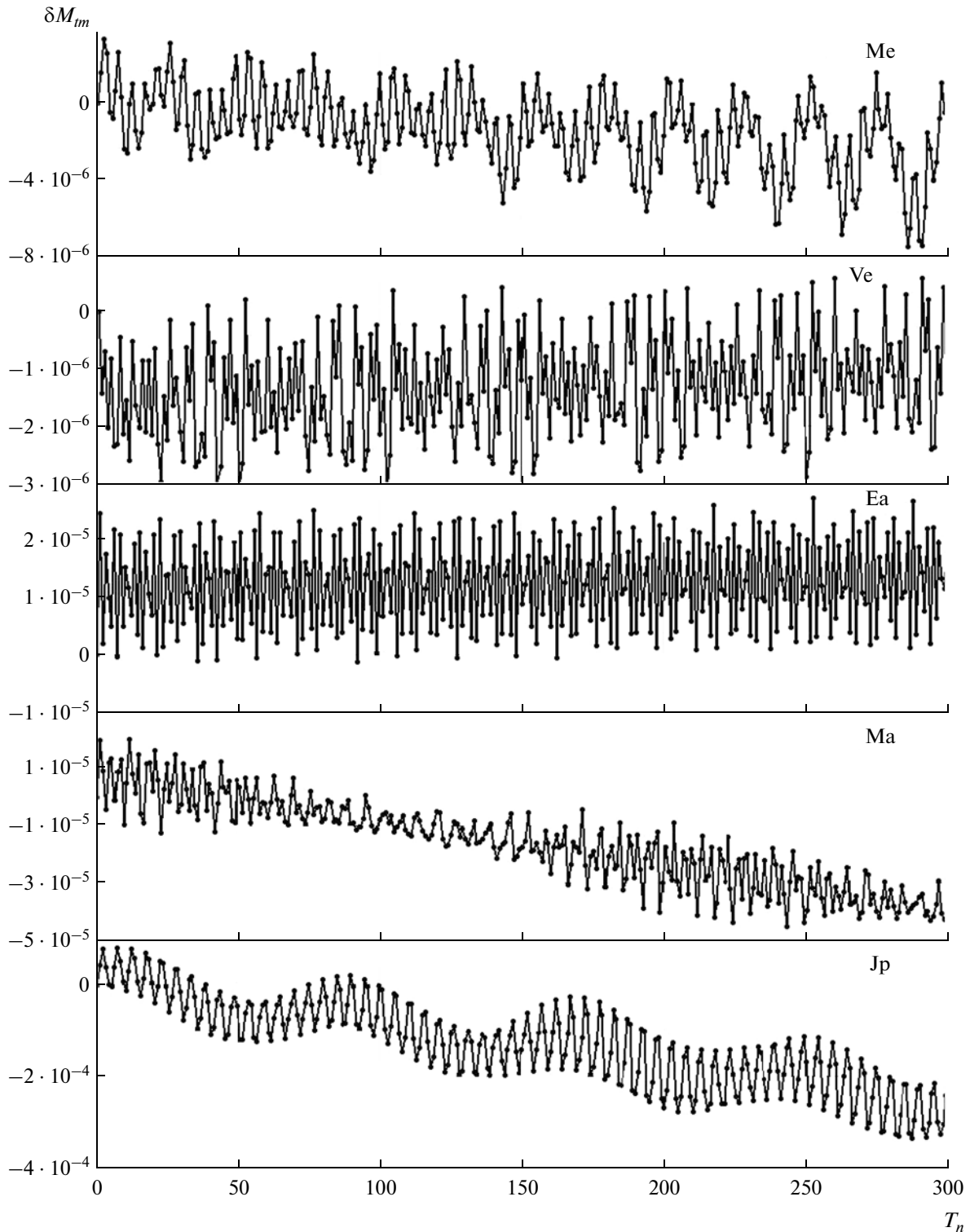


Рис. 4. Относительные изменения среднего модуля момента количества движения планет от Меркурия до Юпитера за 300 обращений планеты. Величина δM_{tm} рассчитана при значении среднего модуля момента M_{tm0} на 30.XII.1949.

ное изменение расстояний между положениями тела δr_i .

В табл. 3 приведены два параметра этих исследований, которые получены в результате осредне-

ния по всем телам: δr_m – среднее по всем телам относительное отклонение расстояния между положением тел по разным программам расчета и $\Delta \Phi_m$ – среднее по всем телам значение модулей

Таблица 3. Средние относительные отличия эфемерид DE405, DE403, DE200 и системы Horizons от эфемерид DE406

| Источник | Эпоха 30.XII.1949 | | Эпоха 30.XI.1999 | |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | δr_m | $\Delta\varphi_m$ | δr_m | $\Delta\varphi_m$ |
| DE405 | $1.0 \cdot 10^{-11}$ | $6.8 \cdot 10^{-12}$ | $1.0 \cdot 10^{-11}$ | $8.2 \cdot 10^{-12}$ |
| DE403 | $2.1 \cdot 10^{-7}$ | $7.6 \cdot 10^{-8}$ | $3.0 \cdot 10^{-7}$ | $1.2 \cdot 10^{-7}$ |
| DE200 | $8.6 \cdot 10^{-7}$ | $3.3 \cdot 10^{-7}$ | $3.2 \cdot 10^{-6}$ | $1.6 \cdot 10^{-7}$ |
| Horizons | $1.9 \cdot 10^{-7}$ | $1.5 \cdot 10^{-7}$ | $1.1 \cdot 10^{-7}$ | $5.2 \cdot 10^{-8}$ |

разности угловых расстояний между ними в гелиоцентрической экваториальной системе координат. Как видно из табл. 3, эти величины хорошо коррелируют между собой, причем величина $\Delta\varphi_m$ примерно в два раза меньше относительного отклонения δr_m . Из сравнения двух разных эпох: 1949 и 1999 г., видно, что характер отклонений практически не изменился.

Из табл. 3 видно, что чем меньше номер эфемерид, тем хуже их точность. Данные табл. 3 также подтверждают худшую точность результатов системы Horizons по сравнению с эфемеридами DE406 или DE405. Кроме того, из анализа разностей расстояний Δr и скоростей Δv следует, что при изменении их значений в широком диапазоне для разных тел их относительные величины δr и δv изменяются в меньших пределах. Среднее значение пределов адекватно отражается величинами δr_m и $\Delta\varphi_m$. Поэтому принятая одинаковая величина отклонения δ координат и скорости тел при выводе ее зависимости от отклонения кинематического момента δM_z является оправданной.

При исследовании изменения кинематического момента за 160 лет мы получили, что по эфемеридам диапазон его колебания $\Delta\delta M_z = 8 \cdot 10^{-10}$, а по системе Horizons — $9 \cdot 10^{-5}$. Поэтому следует ожидать, что относительные погрешности координат и скорости, рассчитанных с помощью этих систем, могут быть порядка $4 \cdot 10^{-10}$ и $4.5 \cdot 10^{-5}$ соответственно. Эта оценка точности получена по отношению к “истинным” параметрам движения тел, которые дают неизменный кинематический момент δM_z . Она, естественно, отличается от отклонений δr_m в табл. 3, полученных при сравнении разных версий эфемерид между собой.

6. ИЗМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА С УЧЕТОМ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ

Выше мы рассмотрели суммарный момент количества движения тел в динамике Солнечной системы, который обусловлен их орбитальными движениями. При анализе статьи рецензентом

он отметил, что учет кинетического момента, обусловленного вращательным движением тел, расширил бы возможности этого подхода. Например, в системе Земля-Луна можно было бы проследить рост орбитального кинетического момента Луны за счет торможения вращения Земли. Действительно, представляет интерес рассмотрение суммарного кинетического момента с учетом моментов количеств движения тел, обусловленных собственным вращением. Эти моменты еще называют спинами тел. В рассматриваемых в статье программах расчета орбитальных движений спины тел не учитываются. Поэтому на данном этапе работа по изменению кинетического момента в динамике Солнечной системы может быть выполнена только с учетом орбитальных кинетических моментов.

Следует отметить, что в системе Galactica в начальные условия кроме орбитальных параметров входят также радиусы тел и проекции их спинов. Поэтому, если все эти параметры задать для какой-то задачи гравитационного взаимодействия тел, то в результате ее решения будет получена динамика орбитального и вращательного кинетических моментов тел. При этом могут происходить столкновения тел, их слияние в одно тело, затем столкновения слившихся тел, а также другие процессы при соударениях.

Эти процессы неоднозначны. Достаточно сложно определиться с выбором и разработать их алгоритмы. В этом случае контроль измерения суммарного (с учетом спинов) кинетического момента является единственным надежным методом контроля достоверности полученных результатов.

Следует отметить, что в статье рассматривается изменение кинетического момента в динамике Солнечной системы, т.е. в теориях, которые описывают движения в Солнечной системе. А изменение кинетического момента в самой Солнечной системе зависит не только от орбитального и вращательного движения тел, но и от других факторов. Самый главный из них является орбитальное движение. В дальнейшем, по мере повышения точности описания первых по значимости факторов, будут учитываться и последующие.

Приведем оценку моментов, обусловленных вторым по значимости фактором — вращательным движением тел. Если J — осевой момент инерции, а ω_{π} — угловая скорость вращения, то спин тела будет

$$S = J \cdot \omega_{\pi} \approx 0.4mR^2 \cdot 2\pi/P_{\pi} = 0.8\pi m \cdot R^2/P_{\pi},$$

где m — масса тела; R — его радиус, а P_{π} — период его вращения. Если средний радиус орбиты a , а средняя угловая скорость движения тела по орбите ω_{or} , то его орбитальный момент количества движения будет: $M = m \cdot \omega_{or} \cdot a^2 = 2\pi \cdot m \cdot a^2/P_{or}$, где

Таблица 4. Параметры планет от Меркурия до Плутона и Луны, их средние орбитальные моменты и спины. Знак “–” перед числами означает, что планета вращается по часовой стрелке

| Тело | $m \cdot 10^{-22}$, кг | R , тыс. км | P_{rt} , дни | a , млн км | P_{or} , лет | S , кг · м ² /с | M , кг · м ² /с | S/M |
|------|-------------------------|---------------|----------------|--------------|----------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| Me | 33.019 | 2.4397 | 58.6462 | 57.909 | 0.2408 | $9.748 \cdot 10^{29}$ | $9.154 \cdot 10^{38}$ | $1.06 \cdot 10^{-9}$ |
| Ve | 486.86 | 6.0519 | -243.01 | 108.21 | 0.6152 | $-2.134 \cdot 10^{31}$ | $1.845 \cdot 10^{40}$ | $-1.16 \cdot 10^{-9}$ |
| Ea | 597.37 | 6.3781 | 0.9973 | 149.60 | 1 | $7.088 \cdot 10^{33}$ | $2.662 \cdot 10^{40}$ | $2.66 \cdot 10^{-7}$ |
| Ma | 64.185 | 3.397 | 1.026 | 227.94 | 1.8807 | $2.1 \cdot 10^{32}$ | $3.530 \cdot 10^{39}$ | $5.95 \cdot 10^{-8}$ |
| Jp | 189900 | 71.492 | 0.4135 | 778.30 | 11.8565 | $6.827 \cdot 10^{38}$ | $1.932 \cdot 10^{43}$ | $3.53 \cdot 10^{-5}$ |
| Sa | 56860 | 60.268 | 0.4375 | 1429.4 | 29.4235 | $1.373 \cdot 10^{38}$ | $7.861 \cdot 10^{42}$ | $1.747 \cdot 10^{-5}$ |
| Ur | 8684.1 | 25.559 | -0.65 | 2875.0 | 83.7474 | $-2.539 \cdot 10^{36}$ | $1.707 \cdot 10^{42}$ | $-1.49 \cdot 10^{-6}$ |
| Ne | 10246 | 24.764 | 0.768 | 4504.4 | 163.7230 | $2.38 \cdot 10^{36}$ | $2.528 \cdot 10^{42}$ | $9.41 \cdot 10^{-7}$ |
| Pl | 1.6509 | 1.151 | -6.3867 | 5915.8 | 248.0208 | $-9.961 \cdot 10^{28}$ | $4.638 \cdot 10^{38}$ | $-2.15 \cdot 10^{-10}$ |
| Mo | 7.3477 | 1.738 | 27.3217 | 0.38440 | 0.0748 | $2.363 \cdot 10^{29}$ | $2.89 \cdot 10^{34}$ | $8.18 \cdot 10^{-6}$ |

P_{or} – период обращения тела по орбите. Тогда соотношение между спином и орбитальным моментом запишется в виде

$$S/M = 0.4(R/a)^2 P_{or}/P_{rt}.$$

В табл. 4 приведены эти соотношения для планет (Me–Pl) и Луны (Mo). Для Луны орбитальный момент рассчитан по ее орбите вокруг Земли, а для планет – вокруг Солнца. Видно, что орбитальный момент превышает спин на много порядков. Тем не менее, точность программы Galactica, по-видимому, позволяет учесть его. Поэтому, в дальнейшем исследователи могут ставить задачи, подобные предложенной рецензентом, и пытаться их решить с помощью системы Galactica.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для современных задач космической и небесной механики точность существующих методов расчета движений является недостаточной. Например, для повышения достоверности расчета движения Апофиса после сближения его с Землей в 2029 г. точность методов должна быть увеличена на порядок [6, 7]. Более точные методы необходимы не только для расчета движения астероидов и космических аппаратов, для изучения эволюции тел Солнечной системы за геологические интервалы времени, но и для многих других задач небесной механики, например, для уточнения масс планет. Выполненные исследования по изменению кинетического момента позволяют оценить точность используемых методов расчета движений, а также сориентироваться в причинах их погрешностей и направлениях дальнейшего совершенствования методов.

Вычисления по программе Galactica проводились на суперкомпьютерах Сибирского Суперкомпьютерного Центра СО РАН. Работа выполнялась при поддержке Интеграционной Програм-

мой 13 Президиума РАН. В заключение выражаем признательность рецензенту за интерес к нашей статье, детальный ее анализ и высказанные предложения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Laskar J.* Large-scale chaos in the solar system // *Astron. and Astrophys.* 1994. V. 287. № 1. P. L9–L12.
2. *Рыхлова Л.В., Шустов Б.М., Поль В.Г., Суханов К.Г.* Насущные проблемы астероидной опасности // *Околоземная астрономия 2007.* Мат-лы межд. конф. 3–7 сентября 2007 г. п. Терскол. г. Нальчик: Межд. центр астрономических и медико-экологических исследований Нац. академии наук Украины и Институт астрономии РАН. Нальчик, 2008. С. 25–33.
3. *Giorgini J.D., Benner L.A.M., Ostro S.I. et al.* Predicting the Earth encounters of (99942) Apophis // *Icarus.* 2008. V. 193. P. 1–19. <http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2007.09.012>
4. *Anderson J.D., Laing P.A., Lau E.L. et al.* Study of the Anomalous Acceleration of Pioneer 10 and 11 // *Physical Rev. D.* 2002. V. 65. P. 1.
5. *Smulsky J.J., Smulsky Ya.J.* Evolution of Apophis Orbit for 1000 Years and New Space Targets // “Protecting the Earth Against Collisions with Asteroids and Comet Nuclei” – Proceedings of the International Conference “Asteroid-Comet Hazard-2009” / Eds: Finkelstein A., Huebner W., Shor V. St-Petersburg: “Nauka”. 2010. P. 390–395. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvlAp3Ec.pdf>
6. *Смульский И.И., Смульский Я.И.* Эволюция движения астероидов Апофис и 1950 DA за 1000 лет и возможное их использование // *Институт криосферы Земли СО РАН. Тюмень, 2011.* Деп. в ВИНТИ 25.01.2011. № 21-B2011. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvAp1950c.pdf>
7. *Смульский И.И., Кротов О.И.* Расчет движения Апофиса за 100 лет по двум программам: Galactica и Horizons // *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: сб. материалов конференции, посвященной 50-летию полета*

- Ю.А. Гагарина и 90-летию со дня рождения основателя и первого директора НИИ ПММТГУ А.Д. Колмакова, 12–14 апреля 2011 г. Томск: Томский гос. ун-т., 2011. С. 402–403. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CIApGIN20.pdf>
8. *Смульский И.И., Смульский Я.И.* Asteroids Apophis and 1950 DA: 1000 Years Orbit Evolution and Possible Use // Horizons in Earth Science Research. V. 6 / Ed. by Veress Benjamin and Szigethy Jozsi. Nova Science Publishers. USA, 2012. P. 63–97. <https://www.novapublishers.com/catalog/index.php>
 9. *Standish E.M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // Interoffice Memorandum: JPL IOM 312. F – 98-048. August 26. 1998. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/de405.iom.pdf>
 10. Система HORIZONS. <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>
 11. *Smulsky J.J.* Galactica Software for Solving Gravitational Interaction Problems // Applied Physics Research. 2012. V. 4. № 2. P. 110–123. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v4n2p110>
 12. *Гребеников Е.А., Смульский И.И.* Эволюция орбиты Марса на интервале времени в сто миллионов лет // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ РАН им. А.А. Дородницына, 2007. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvMa100m4t2.pdf>
 13. *Мельников В.П., Смульский И.И.* Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. Новосибирск: Академическое изд-во “Гео”, 2009. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>