

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАССИВНОЙ ОРБИТЫ С ПОМОЩЬЮ ГРАВИМАНЕВРА

© 2008 г. И. И. Смутьский

Институт криосферы Земли СО РАН, г. Тюмень
JSmulsky@mail.ru

Поступила в редакцию 26.03.2007 г.

Применяется высокоточный метод расчета гравитационных взаимодействий для определения оптимальной траектории. Рассмотрен ряд задач необходимых для определения оптимальных параметров при старте аппарата и при его прохождении вблизи небесных тел. Численным интегрированием уравнений пассивного движения аппарата и движений планет, Луны и Солнца определялись траектории аппарата. Подбором начальных условий определена оптимальная траектория аппарата при приближении его к Солнцу.

PACS: 45.40. Gj

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует ряд космических задач, в которых требуется запуск аппарата на определенную орбиту вокруг Солнца. Например, при появлении опасного астероида с целью разведки, изучения его физических свойств, проведения технологических мероприятий и выполнения работ по предотвращению опасности возникает необходимость многократных полетов к нему [1]. В связи с этим большое значение приобретает минимизация затрат на такие полеты.

Для исследования Солнца, мониторинга его воздействия на Землю рассматриваются разные варианты орбит аппаратов. С целью удешевления их запуска используют тяготение соседних с Землей планет. Например, в работе [2] рассматриваются достижение аппаратом расстояния 0.18 а. е. (астрономические единицы) от Солнца за 5.8 года с помощью пяти гравиманевров у Венеры и Земли. В других вариантах [3] с многократными гравиманеврами аппарат приближается на расстояние 0.137 а. е. от Солнца за 1.7 года и на расстояние 0.14 а. е. за 2.5 года. В этих вариантах используются маршевые двигатели, необходимые для коррекции траектории.

Проблема оптимального полета зависит от множества факторов, и в каждом конкретном случае их роль может меняться. Одни из них очевидны, а другие могут быть выявлены только в результате решения конкретных задач. В настоящей статье рассматривается проблема оптимизации полета аппарата к Солнцу. Ряд разработанных для этой цели методов могут быть использованы и для других космических задач.

Рассматривается возможность вывода аппарата на орбиту в окрестность Солнца при коррекции траектории с помощью тяготения планет, а не маршевых двигателей. В этом случае требуемую начальную скорость полета аппарату можно

задать стартовыми двигателями у Земли. Далее весь полет будет происходить в пассивном режиме. Так как маршевые двигатели для коррекции траектории не потребуются, то стартовый вес всей системы уменьшится, и стоимость запуска существенно снизится.

Для реализации такого варианта полета необходимо иметь надежный метод расчета траектории полета. Только в случае, если реализованная траектория будет совпадать с заблаговременно рассчитанной, можно будет отказаться от маршевых двигателей. Такой метод расчета движений тел, находящихся под воздействием сил тяготения, нами разработан для исследования эволюции Солнечной системы [4]. Кроме того, движение аппарата происходит по сложной пространственной кривой при взаимодействии его с телами при разнообразных относительных скоростях, как при старте аппарата, так и в процессе движения. Чтобы достигнуть желаемого результата, необходимо учесть все без исключения геометрические факторы движения. Так как для выбора начальных условий и анализа результатов потребуются решения ряда задач, то вначале они будут рассмотрены.

2. ЗАВИСИМОСТЬ ПРИБЛИЖЕНИЯ К СОЛНЦУ ОТ СКОРОСТИ СТАРТА

Запускаемый с Земли аппарат имеет ее орбитальную скорость v_E . Для того чтобы его траектория была направлена к Солнцу, нужно уменьшить эту скорость, т.е. запускать аппарат против орбитального вращения Земли. При скорости аппарата относительно Земли $v_{roc} = -v_E$, он будет перемещаться по радиусу к Солнцу. При меньших по модулю скоростях аппарата его траектория будет эллиптической и в перигелии он достигнет наименьшего расстояния R_{pr} до Солнца. Найдем это расстояние в зависимости от начальной скорости аппарата v_{roc} на основании решения задачи

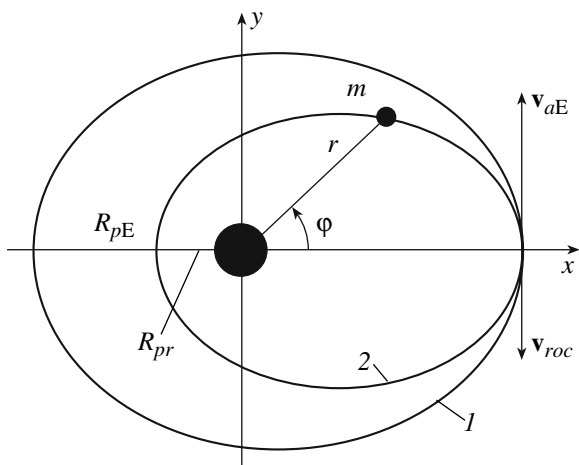


Рис. 1. Схема запуска аппарата в плоскости орбиты Земли против ее орбитальной скорости v_{aE} .

взаимодействия двух тел [4, 5]. Рассматриваем движение аппарата и Земли при воздействии на них Солнца. Уравнение траектории тела с массой m в безразмерном виде в полярной системе координат (см. рис. 1), в начале которой расположено тело массой M , запишется в виде:

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt{(\bar{v}_{r0}^0)^2 + (\alpha_1^0 + 1)^2 \cos(\varphi - \varphi_0) - \alpha_1^0}}, \quad (1)$$

где $\bar{r} = r/r_0$ – безразмерный радиус положения аппарата относительно тела M ; $\alpha_1^0 = \mu_1/(r_0 v_{t0}^2)$ – параметр траектории по отношению к начальной точке r_0 траектории; $\mu_1 = -G(M + m)$ – параметр взаимодействия; G – гравитационная постоянная; r_0, φ_0 – полярные координаты начальной точки; v_{t0}, v_{r0} – тангенциальная и радиальная скорость в ней; $\bar{v}_{r0}^0 = v_{r0}/v_{t0}$ – безразмерная радиальная скорость.

Если в качестве начальной точки выбрана точка перигелия $r_0 = R_p$, то, $v_{r0} = 0$; $\bar{v}_{r0}^0 = 0$; и $\varphi_0 = 0$. Уравнение (1) при этом упрощается:

$$\bar{r} = \frac{1}{(\alpha_1 + 1) \cos \varphi - \alpha_1}, \quad (2)$$

где φ отсчитывается от R_p .

Здесь параметр траектории α_1^0 обозначен как $\alpha_1 = \mu_1/(R_p v_p^2)$, где v_p – скорость аппарата в перигелии. Отметим, что в этом случае радиус апоцентра R_a , скорость в нем v_a и период обращения T , в случае замкнутой орбиты, определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \bar{R}_a &= R_a/R_p = -1/(2\alpha_1 + 1), \\ \bar{v}_a &= v_a/v_p = 1/\bar{R}_a, \\ \bar{T} &= \frac{T v_p}{R_p} = \frac{2\alpha_1 \pi}{(-2\alpha_1 - 1)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Кроме того, запишем выражения для радиальной \bar{v}_r и тангенциальной \bar{v}_t скоростей:

$$\begin{aligned} \bar{v}_r &= v_r/v_p = \sqrt{(\alpha_1 + 1)^2 - (\alpha_1 + 1/\bar{r})^2}, \\ \bar{v}_t &= v_t/v_p = 1/\bar{r}; \end{aligned} \quad (4)$$

а также для эксцентриситета e орбиты и зависимости между параметрами траектории:

$$e = -(1 + 1/\alpha_1), \quad \alpha_1 = \alpha_1^0 R_p/R_0. \quad (5)$$

Уравнение (2) при $\alpha_1 = -1$ представляет окружность; при $-1 < \alpha_1 < -0.5$ – эллипс; при $\alpha_1 = -0.5$ – параболу; при $-0.5 < \alpha_1 < 0$ – гиперболу; при $\alpha_1 = 0$ – прямую.

Пусть в афелии орбиты Земли (см. рис. 1) запускается аппарат с массой m и скоростью относительно Земли v_{roc} . Здесь алгебраическое значение скорости v_{roc} отрицательно, если аппарат направлен против орбитального движения Земли. Тогда скорость аппарата в его афелии $v_{ar} = v_{aE} + v_{roc}$ и радиус его афелия $R_{ar} = R_{aE}$, где параметры с индексом “E” принадлежат Земле, а “roc” и “r” – относятся к ракете, т.е. к аппарату. Согласно (2) запишем параметры траектории Земли и аппарата

$$\alpha_{1E} = \frac{\mu_1}{R_{pE} v_{pE}^2}; \quad \alpha_{1r} = \frac{\mu_1}{R_{pr} v_{pr}^2}, \quad (6)$$

где параметр взаимодействия $\mu_1 \approx -GM$ принимаем одним и тем же для этих двух тел, т.к. их массы по сравнению с массой Солнца M малы.

Исключая μ_1 из (6) получаем

$$\alpha_{1r} = \alpha_{1E} \frac{R_{pE} v_{pE}^2}{R_{pr} v_{pr}^2}. \quad (7)$$

Выразив параметры перигелия через параметры афелия с помощью (3), после подстановки их в (7) получим уравнение для α_{1r} , в результате решения которого найдем параметр траектории аппарата

$$\alpha_{1r} = \frac{\alpha_{1E}}{(1 + v_{roc}/v_{aE})^2 (2\alpha_{1E} + 1) - 2\alpha_{1E}}. \quad (8)$$

С учетом того, что $R_{ar} = R_{aE}$ относительный радиус перигелия аппарата в соответствии с (3) запишется (R_{pra} – дополнительный индекс “a” определяет аналитический способ вычисления):

$$R_{pra}/R_{aE} = \frac{(1 + v_{roc}/v_{aE})^2(2\alpha_{1E} + 1)}{(1 + v_{roc}/v_{aE})^2(2\alpha_{1E} + 1) - 2\alpha_{1E}} \quad (9)$$

Расчет по формуле (9) при $\alpha_{1E} = -0.9942421$ дает следующие значения в астрономических единицах наименьшего приближения аппарата к Солнцу R_{pra} при его начальной скорости запуска v_{roc} :

| | | | | | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|-----------------------|
| v_{roc} , км/с | -10 | -15 | -20 | -25 | -30 |
| R_{pra} , а.е. | 0.280125 | 0.140905 | 0.058634 | 0.014472 | $1.313 \cdot 10^{-5}$ |

3. ОПТИМАЛЬНЫЙ СТАРТ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕНИЯ К СОЛНЦУ

При воздействии всех планет Солнца и Луны движение аппарата будет отличаться от рассмотренного при воздействии только Солнца. Значительные влияния внесет воздействие Земли в начальный период полета. Это приведет к большим значениям R_{pr} по сравнению с выше рассчитанными величинами R_{pra} . Затем сильное воздействие могут оказать та планета, близко от которой будет проходить траектория аппарата.

Для численного интегрирования уравнений движения аппарата совместно с перечисленными 11 телами Солнечной системы используется программа Galactica, разработанная нами для исследования эволюции Солнечной системы. Метод решения и доказательства его достоверности представлены в работах [4–8]. Программа позволяет с высокой степенью точности решать задачи взаимодействия тел в Солнечной системе по закону тяготения Ньютона. В работе [4] приведены 9 методов контроля точности решений, которые используются для доказательства их достоверности. Была исследована структура погрешностей по телам, координатам, скоростям и направлениям. Погрешность уменьшается с увеличением радиуса орбиты. Преобладающей является погрешность в орбитальном направлении. Поэтому наиболее представительным показателем точности является относительное изменение момента количества движения δM всей Солнечной системы. Например, при решении задачи о движении тел Солнечной системы за период 100 млн. лет с шагом $\Delta T = 10^{-4}$ года и двойной длиной числа (17 десятичных знаков), относительная погрешность момента количества движения Солнечной системы составила $\delta M = 8 \cdot 10^{-11}$. Расчет с расширенной до 34 десятичных знаков длиной числа и шагом $\Delta T = 10^{-5}$ года даст погрешность $\delta M = 1.5 \cdot 10^{-15}$ при счете за период 100 млн. лет.

Траектория аппарата рассчитывается за несколько лет. За этот период изменения момента равны, соответственно, $\delta M \approx 10^{-15}$ и при расширенной длине числа $\delta M \approx 10^{-23}$. Погрешность рас-

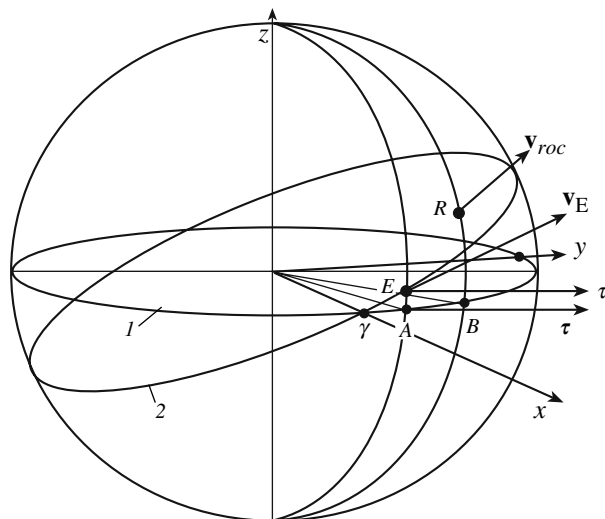


Рис. 2. Угловые параметры Земли и аппарата в барицентрической экваториальной системе координат: 1 – плоскость небесного экватора; 2 – плоскость орбиты Земли (эклиптики); A и B – проекции Земли и аппарата на круг экватора; τ – касательная к экватору в т. A; $\alpha_E = \angle EA$, $\alpha_r = \angle EB$ – прямые восхождения Земли и аппарата; $\delta_E = EA$ и $\delta_r = RB$ – склонения Земли и аппарата; θ_E – угол наклона вектора скорости v_E Земли к плоскости экватора (к вектору τ).

чета траектории аппарата имеет такой же порядок, как и погрешность орбиты небесного тела с идентичной кривизной траектории во всех точках орбиты за исключением участков сближения с небесным телом. На этих участках контроль точности, как далее будет показано, осуществляется сравнением рассчитанной траектории с траекторией, определенной аналитически по задаче двух тел.

Рассматривается движение аппарата массой $m = 1000$ кг, радиусом $R_r = 5$ м с начальной высоты $h = 300$ км от поверхности Земли, находящегося в экваториальной плоскости. Положение и скорость аппарата, как и всех других тел, задаются в барицентрической (с началом в центре масс Солнечной системы) экваториальной системе координат.

При задании скорости аппарата будем привязывать ее к скорости Земли. Согласно рис. 2 угловые параметры положения Земли через ее декартовы координаты x_E, y_E, z_E запишутся:

$$\alpha_E = \arcsin \frac{y_E}{\sqrt{x_E^2 + y_E^2}}; \quad (10)$$

$$\delta_E = \arcsin \frac{z_E}{\sqrt{x_E^2 + y_E^2 + z_E^2}},$$

а угловые параметры ее вектора скорости будут:

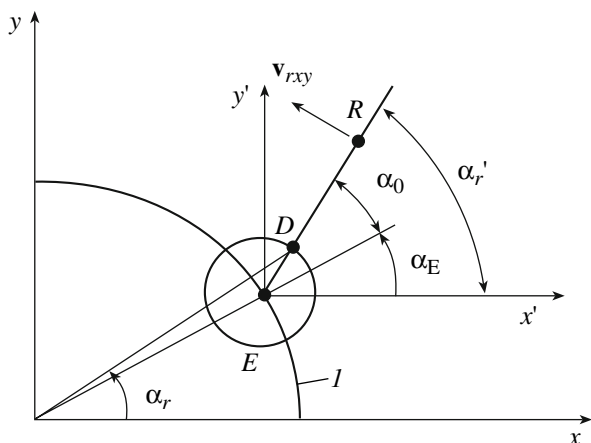


Рис. 3. Проекция положения Земли и аппарата на плоскость барицентрического экватора: $x'Ey'$ – геоцентрическая экваториальная система координат; I – проекция орбиты Земли на экваториальную плоскость; $R_E = ED$ – экваториальный радиус Земли; $h = DR$ – начальная высота аппарата.

$$\theta_E = \arcsin \frac{v_{zE}}{\sqrt{v_{xE}^2 + v_{yE}^2 + v_{zE}^2}};$$

$$\alpha_{vE} = \arcsin \frac{v_{yE}}{\sqrt{v_{xE}^2 + v_{yE}^2}},$$
(11)

где α_{vE} – угол в плоскости экватора между проекцией скорости Земли на эту плоскость и осью x .

При запуске аппарата можно варьировать четырьмя угловыми параметрами его положения и вектора скорости $\alpha_r, \delta_r, \theta_r$ и α_{vr} . Однако из-за нелинейной зависимости конечных результатов от этих параметров поиск оптимальных вариантов затруднителен. В результате анализа этой ситуации мы выбрали определяющие параметры, которые контролируют его конечное положение во взаимно перпендикулярных плоскостях. Этими параметрами являются два угла α_r' и θ_r , которые расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеют значения близкие угловым параметрам Земли:

$$\alpha_r' = \alpha_E + \alpha_0, \quad \theta_r = \theta_E + \theta_0$$
(12)

при неизменных $\delta_r = \delta_E$ и $\alpha_{vr} = \alpha_{vE}$. Отметим, что угол α_r' не является прямым восхождением аппарата, т.е. отличаются от угла α_r на рис. 3.

В этом случае α_0 является опережением прямого восхождения аппарата в начальной точке относительно прямого восхождения Земли; θ_0 – возвышение вектора скорости аппарата над вектором скорости Земли по отношению к плоскости экватора.

Спроектируем положения аппарата и Земли (см. рис. 3) на плоскость экватора. Чтобы не вводить лишний параметр, направляем скорость v_{rxy}

перпендикулярно ER . Тогда проекции положения аппарата запишем так:

$$x_r = x_E + (R_E + h) \cos \alpha_r';$$

$$y_r = y_E + (R_E + h) \sin \alpha_r'; \quad z_r = z_E.$$
(13)

Согласно рис. 2 проекции скорости аппарата можем записать $v_{rz} = v_{roc} \sin \theta_r$; $v_{rxy} = v_{roc} \cos \theta_r$. Тогда, согласно рис. 3, проекции скорости аппарата в барицентрической экваториальной системе координат можно записать:

$$v_{rz} = v_{Ex} - v_{roc} \sin \alpha_r' \cos \theta_r;$$

$$v_{ry} = v_{Ey} + v_{roc} \cos \alpha_r' \cos \theta_r;$$

$$v_{rz} = v_{Ez} + v_{roc} \sin \theta_r.$$
(14)

Полученные начальные условия (13)–(14) аппарата, необходимые для интегрирования уравнений движения, определяются тремя параметрами: датой запуска T , опережением прямого восхождения α_0 начальной точки и превышением наклона θ_0 вектора скорости к плоскости экватора. На рис. 4 представлены результаты интегрирования совместных уравнений движения аппарата, планет, Луны и Солнца при вариации опережения α_0 . Запуск аппарата происходит 22.XI.01 г с юлианской датой $JD = 2452236.4$.

На рис. 4а представлена траектория 5 аппарата, полученная в результате численного интегрирования. Для сравнения также приведены две аналитические траектории 6 и 7. Гиперболическая траектория 6 рассчитана для взаимодействия двух тел: Земли и аппарата по формуле (2). При этом параметры в перигелии равны: $R_p = R_E + h$ и $v_p = v_{roc}$, начальный угол $\phi_0 = \alpha_r'$ и параметр взаимодействия $\mu_1 = -G(m_r + m_E)$.

Аналитические траектории 6 и 7 используются для выбора начальных условий, а также для контроля точности интегрирования уравнения движения аппарата на участках сближения с небесным телом. Мы сопоставили рассчитанную траекторию 5 в системе координат, связанной с движущейся Землей, с гиперболической траекторией 6 при разных точностях счета. С увеличением точности счета расхождения между траекториями уменьшалось и при дальнейшем увеличении точности, например, за счет уменьшения шага счета ниже $\Delta T = 10^{-5}$ года разница между траекториями не изменилась. Поэтому с этим шагом выполнялись в дальнейшем все расчеты. При необходимости точность счета может быть повышена на 8 порядков с использованием расширенной длины числа.

Орбита 7 рассчитывалась с помощью выражения (1), но для взаимодействия аппарата с Солнцем. Параметры положения аппарата в начальный момент относительно Солнца определялись так:

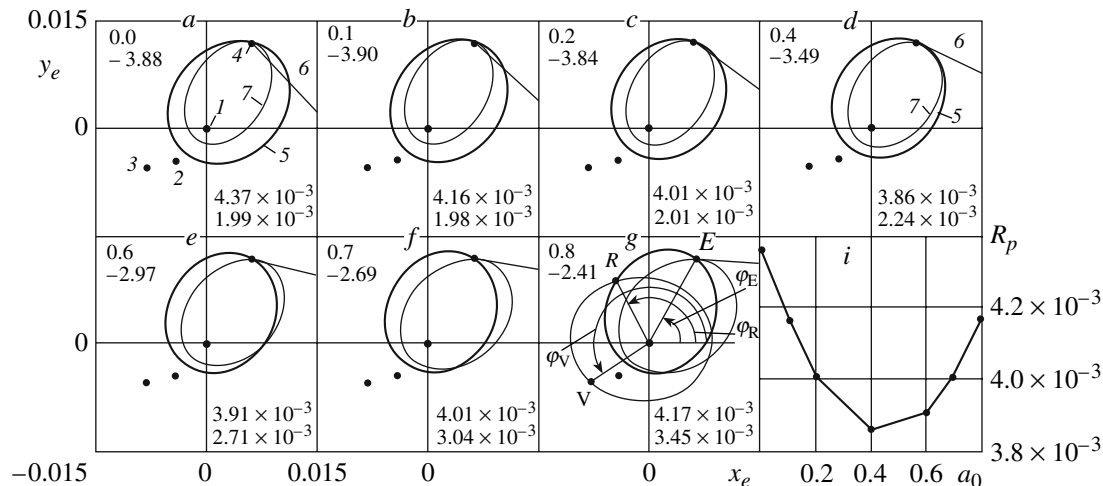


Рис. 4. Траектории движения аппарата со скоростью относительно центра Земли $v_{roc} = -15$ км/с. Все траектории спроектированы на плоскость эклиптики. Тела в момент старта: 1 – Солнце; 2 – Меркурий; 3 – Венера; 4 – Земля; 5 – действительная орбита аппарата, полученная интегрированием совместных с телами Солнечной системы уравнений движения; 6 – гиперболическая орбита относительно Земли ($\alpha_1 = -0.266$); 7 – орбита аппарата при воздействии на него только Солнца. На каждом из графиков *a, b, c, d, e, f, g* числами, сверху вниз, приведены параметры: α_0 , α_1^0 , R_p и R_{pa} . Угол α_0 дан в радианах.

$$x_{rs} = x_r - x_s; \quad y_{rs} = y_r - y_s; \quad z_{rs} = z_r - z_s; \quad (15)$$

$$r_{rs0} = \sqrt{x_{rs}^2 + y_{rs}^2 + z_{rs}^2}$$

где параметры с индексом *s* относятся к Солнцу.

Аналогично определены относительные компоненты скорости: v_{rsx} , v_{rsy} , v_{rsz} и v_{rs0} . Затем определялся угол между радиусом r_{rs0} и скоростью v_{rs0} :

$$\cos \beta = \frac{\mathbf{r}_{rs0} \mathbf{v}_{rs0}}{r_{rs0} v_{rs0}} \quad (16)$$

По известному углу β рассчитывалась трансверсальная и радиальная проекции скорости аппарата:

$$v_{rs0t} = v_{rs0} \sin \beta; \quad v_{rs0r} = v_{rs0} \cos \beta; \quad (17)$$

$$\bar{v}_{r0}^0 = v_{rs0r} / v_{rs0t}$$

Затем определялся параметр траектории $\alpha_1^0 = \mu_1 / (r_{rs0} v_{rs0t}^2)$, где $\mu_1 = -G(M_S + m_r)$, и начальный

$$\text{угол } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1 + \alpha_1^0}{\sqrt{(\bar{v}_{r0}^0)^2 + (1 + \alpha_1^0)^2}} + \alpha_E.$$

С помощью параметров и α_1^0 , \bar{v}_{r0}^0 и φ_0 по формуле (1) рассчитывалась траектория 7 на рис. 4а. Значения параметров траекторий α_1 и α_1^0 , начального угла положения α_0 и радиусы периферии траекторий R_p – для траектории 5 и R_{pa} – для траектории 7 представлены на графиках. Все геометрические размеры отнесены к характерному размеру Солнечной системы $A_m = 1.09796077030958 \cdot 10^{13}$ м.

Из рис. 4а видно, что при той же начальной скорости аппарата $v_{roc} = -15$ км/с, траектория 7 почти в два раза ближе подходит к Солнцу, по сравнению с действительной траекторией: $R_{pa} = 1.987 \cdot 10^{-3}$ при $R_p = 4.365 \cdot 10^{-3}$. Мы назвали траекторию 5, полученную в результате интегрирования уравнений, действительной, потому что многочисленные проверки показали: рассчитанные движения планет, Солнца и Луны совпадают с наблюдаемыми [4, 7, 8].

Причина более далекого прохождения аппарата от Солнца по сравнению с решением 7 задачи двух тел обусловлена двумя обстоятельствами. С одной стороны кинетическая энергия аппарата расходуется на преодоление тяготения Земли. Поэтому не вся скорость $v_{roc} = -15$ км/с используется для уменьшения орбитальной скорости аппарата относительно Солнца. С другой стороны, при взаимодействии с Землей происходит искривление траектории аппарата, и вектор его скорости неэффективно вычитается от движения Земли. Поэтому на рис. 4 рассмотрены траектории аппарата при вариации угла положения α_0 . Как видно из рис. 4i, наиболее близко аппарат подходит к Солнцу при $\alpha_{0opt} = 0.4$. В этом случае (см. рис. 4d) аппарат по траектории 5 подходит к Солнцу на наименьшее расстояние $R_p = 2.243 \cdot 10^{-3}$. При этом видно, что гиперболическая траектория 6 касается к траектории 5 в начальной точке, т.е. в этом случае вектор относительной скорости аппарата v_{roc} эффективно вычитается из вектора v_E орбитального движения Земли.

Были выполнены исследования влияния угла α_0 и при других скоростях и установлены оптимальные углы положения α_{0opt} . На рис. 5 приведены

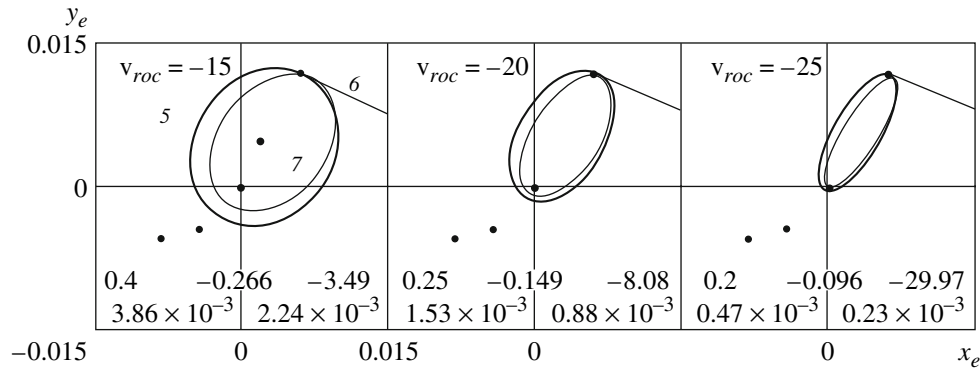


Рис. 5. Оптимальные по углу опережения α_{0opt} траектории при разных начальных скоростях v_{roc} . Числами, слева направо и сверху вниз, даны параметры: α_{0opt} , α_1 , α_1^0 , R_p , и R_{pa} . Остальные обозначения см. рис. 4.

орбиты аппарата для оптимальных случаев при трех разных скоростях запуска. С увеличением скорости v_{roc} аппарат ближе подходит к Солнцу. При этом траектория 7 по задаче двух тел подходит к Солнцу почти в два раза ближе. Отметим также, что при оптимальных углах α_{0opt} запуска гиперболические траектории 6 становятся касательными к траектории 5 и при других скоростях аппарата v_{roc} , т.е. в этом случае происходит оптимальное гашение орбитальной скорости Земли. По-видимому, при касательной гиперболической траектории к действительной будет также оптимально использоваться орбитальная скорость Земли при запуске аппарата в ее направлении. Поэтому использование этого свойства может облегчить задачу нахождения оптимальных траекторий.

4. ОПТИМАЛЬНЫЙ ГРАВИМАНЕВР ДЛЯ ПРИБЛИЖЕНИЯ К СОЛНЦУ

Для использования притяжения небесных тел с целью коррекции траектории аппарата рассмотрим предельные углы отклонения ϕ_b , которые может сообщить небесное тело. Для аппарата, имеющего на бесконечности $r \rightarrow \infty$ скорость v_∞ , угловое положение ϕ_a асимптоты гиперболической траектории, отсчитываемое от перигелия, и выражения для скорости определим из выражений (2) и (4), соответственно:

$$\phi_a = \arccos[\alpha_1/(\alpha_1 + 1)]; \quad v_\infty = v_p \sqrt{2\alpha_1 + 1}. \quad (18)$$

Тогда угол отклонения вектора скорости аппарата при прохождении его у тела запишется

$$\phi_b = 2\phi_a - \pi = 2\arccos[\alpha_1/(\alpha_1 + 1)] - \pi, \quad (19)$$

где $\alpha_{1\infty}$ – обозначен параметр траектории α_1 , который определяется ниже и зависит от v_∞ . Параметр траектории $\alpha_1 = \mu_1/(R_p v_p^2)$ зависит от скорости в перицентрии v_p и радиуса перицентра R_p . Будем рассматривать прохождение аппарата на

наименьшем расстоянии от центра тела и равном его радиусу R_b , т. е. $R_p = R_b$. А скорость в перигелии v_p выразим через скорость на бесконечности v_∞ согласно (18). Тогда параметр траектории будет $\alpha_{1\infty} = \mu_1(2\alpha_{1\infty} + 1)/(R_b v_\infty^2)$. После преобразования получаем параметр траектории, по которой будет двигаться аппарат, имеющий скорость на бесконечности v_∞ :

$$\alpha_{1\infty} = \mu_1/(R_b v_\infty^2 - 2\mu_1). \quad (20)$$

При известном параметре траектории $\alpha_{1\infty}$ можно, согласно (19) определить углы отклонения аппарата. Как видно из табл. 1, наибольший угол отклонения ϕ_b аппарата дает Солнце и наименьший Луна. С увеличением скорости угол отклонения уменьшается. Чтобы аппарат мог оторваться от Земли и уйти в бесконечность, его скорость должна превышать вторую космическую $v_{2c} = (2\mu_1/R_b)^{0.5} = 11.18$ км/с. При такой скорости при полете к Солнцу, из трех тел: Луны, Венеры и Меркурия, – ошутимое отклонение, согласно табл. 1, может дать только Венера. Поэтому ниже рассмотрим траекторию полета аппарата к Солнцу с использованием гравиманевра у Венеры.

Определим момент старта аппарата, чтобы по достижению орбиты Венеры аппарат встретился с ней. Так как реальные траектории тел не описываются известными функциями и при новом запуске они изменяются, то решаем эту задачу методом последовательных приближений. Воспользуемся результатами запуска аппарата 22.XI.01 г. (см. рис. 4г). Определим угловые положения Земли ϕ_E и Венеры ϕ_V в момент старта T_0 и аппарата ϕ_r в момент $T_0 + t_r$ пересечения орбиты Венеры, где t_r – время движения аппарата на участке ER. Углы рассчитываются по координатам тел в плоскости эклиптики x_e, y_e с началом координат в центре Солнца, например для Земли: $\phi_E = \arctg(y_{Ee}/x_{Ee})$. За время движения аппарата его положение относительно Земли смещается на ве-

Таблица 1. Углы отклонения аппарата ϕ_b вблизи планет (1–9), Луны (10) и Солнца (11) при разных скоростях аппарата на бесконечности v_∞

| No. тел | Углы отклонения ϕ_b в радианах при скорости v_∞ в км/с | | | | |
|---------|--|---------|---------|---------|---------|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 1 | 0.16687 | 0.0777 | 0.04445 | 0.02868 | 0.02 |
| 2 | 0.71367 | 0.38768 | 0.23721 | 0.15836 | 0.11264 |
| 3 | 0.78958 | 0.43828 | 0.2711 | 0.18207 | 0.12996 |
| 4 | 0.22441 | 0.10618 | 0.06113 | 0.03955 | 0.02763 |
| 5 | 2.48497 | 2.18311 | 1.90843 | 1.66402 | 1.45019 |
| 6 | 2.08196 | 1.65622 | 1.31571 | 1.05125 | 0.84827 |
| 7 | 1.53235 | 1.05012 | 0.73903 | 0.53784 | 0.40437 |
| 8 | 1.65055 | 1.16899 | 0.84303 | 0.62425 | 0.47512 |
| 9 | 0.79887 | 0.44461 | 0.27539 | 0.18509 | 0.13218 |
| 10 | 0.05489 | 0.02477 | 0.01401 | 0.00899 | 0.00625 |
| 11 | 3.07682 | 3.04447 | 3.01214 | 2.97986 | 2.94763 |

личину $\phi_{rE} = \phi_r - \phi_E$. Если в момент старта T_0 Венера опережала Землю на угол $\phi_{VE} = \phi_V - \phi_E$, то для нового момента старта T_1 Венера, чтобы аппарат встретился с ней, должна отставать на угол $\Delta\phi_{VE}$. Тогда время нового старта нужно сдвинуть на время коррекции

$$t_c = (\phi_{VE} + \Delta\phi_{VE})/(\omega_V - \omega_E), \quad (21)$$

где $\omega_V - \omega_E$ – разность средних угловых орбитальных скоростей Венеры и Земли; $\Delta\phi_{VE} = (\omega_V - \omega_E) t_r$.

Формула (21) является приближенной, т. к. в каждой точке траекторий тел и при разных параметрах запуска аппарата характеристики движения отличаются. Численные эксперименты показали, что в ряде случаев достигается лучший результат при угле отставания Венеры $\Delta\phi_{VE} = \phi_{rE}$.

С учетом (21) новое время старта получено $T_1 = T_0 - t_c = 0.5105$ в столетиях от 30.XII.1949 г., что соответствует 20.I.2001 г. (JD = 2451929.07). Так как период обращения Венеры по отношению к Земле равен $2\pi/(\omega_V - \omega_E) = 1.599$ года, то для встречи с Венерой с этой периодичностью можно повторять такие пуски аппарата.

Для приближения к Венере при заданной скорости аппарата v_{roc} можно варьировать тремя параметрами: временем старта T_1 , углом опережения α_0 и углом превышения θ_0 . Были выполнены расчеты приближения к Венере на наименьшее расстояние R_{rV} при нескольких начальных скоро-

стях v_{roc} и в один и тот же момент времени старта T_1 . При каждой скорости, методом последовательных приближений, с использованием аппроксимационных зависимостей рассчитывались начальные углы старта α_0 и θ_0 . Значение конечных значений углов и параметры полученных траекторий представлены в табл. 2.

На рис. 6 изображены траектории аппарата при трех стартовых скоростях. Как видно из графиков, после взаимодействия с Венерой размер орбиты аппарата уменьшается, и афелий орбиты аппарата не достигает орбиты Земли. Таким образом, часть кинетической энергии аппарата отбирается Венерой. С увеличением стартовой скорости, начиная с $v_{roc} = -11.5$ км/с, радиус перигелия уменьшается и при $v_{roc} = -15$ км/с аппарат приближается к Солнцу на расстояние $R_p = 0.17$ а.е. После старта он достигает этого положения за 0.25 года. А период его обращения равен 0.35 года.

Из сопоставления с запуском аппарата без воздействия Венеры видно (см. рис. 4d), что воздействие Венеры позволило уменьшить перигелий орбиты с 0.283 а.е. до 0.17 а.е. Величина $R_p = 0.17$ а.е. близка к расстоянию 0.164 а.е., которое достиг бы аппарат, если бы не требовалось преодолевать тяготение Земли. Поэтому в данном случае воздействие Венеры на аппарат в значительной степени компенсировало торможение его Землей.

Итак, гравиманевр у Венеры привел к уменьшению перигелия в $0.283/0.17 = 1.7$ раза. Представленные на рис. 5 результаты: при $v_{roc} = -15$; -20 ; -25 км/с, соответственно $R_p = 0.283$; 0.112; 0.0345 а.е. позволяют определить, что без гравиманевра у Венеры можно достичь $R_p = 0.17$ а.е. при скорости старта $v_{roc} = -18.2$ км/с. Таким образом, использование гравиманевра у Венеры в этом случае позволит уменьшить стартовый вес и затраты, которые потребуются для сообщения аппарату дополнительной скорости $\Delta v_{roc} = -18.2 - (-15) = -3.2$ км/с. При меньших скоростях старта гравиманевр у Венеры будет эффективнее. Из табл. 2 видно, что в рассмотренных случаях аппарат проходит у Венеры на расстоянии нескольких ее радиусов. Поэтому эффект гравиманевра можно еще повысить за счет более близкого прохождения у Венеры.

На представленные на рис. 6 орбиты могут быть выведены аппараты без маршевых двигателей коррекции. Начальная скорость $|v_{roc}|$ аппарата может ненамного превышать вторую космическую скорость $v_{2c} = 11.18$ км/с. Время достижения перигелия значительно меньше, чем в других схе-

Таблица 2. Параметры решений с использованием гравиманевра у Венеры: R_{rV} – наименьшее расстояние между аппаратом и Венерой; R_{bV} – радиус Венеры; t_{min} – время полета до Солнца; T_{orb} – период околосолнечной орбиты

| v_{roc} , км/с | α_0 | θ_0 | α_1 | α_1^0 | R_{rV}/R_{bV} | R_{pr} , а.е. | R_{pra} , а.е. | t_{min} , год | T_{orb} , год |
|------------------|------------|------------|------------|--------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| -11.5 | 0.46 | -0.2199 | -0.4518 | -2.143 | 6.86 | 0.545 | 0.296 | 0.427 | 0.545 |
| -12 | 0.51382 | -0.3296 | -0.4149 | -2.098 | 3.14 | 0.369 | 0.303 | 0.36 | 0.44 |
| -15 | 0.18736827 | -0.1583 | -0.2655 | -3.538 | 22.4 | 0.172 | 0.162 | 0.25 | 0.35 |

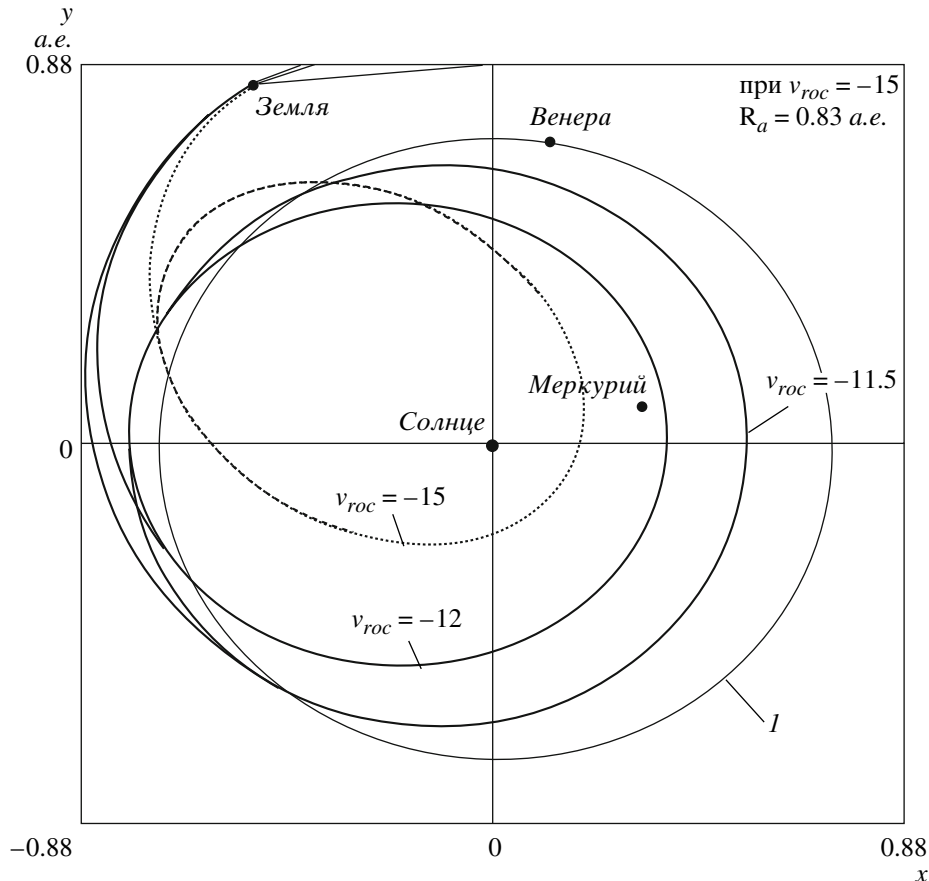


Рис. 6. Траектории и орбиты аппарата при старте 20.1.2001 г. с разными начальными скоростями v_{roc} . Полет пассивный. После воздействия Венеры (на участке пересечения ее орбиты) аппарат выходит на эллиптическую орбиту. 1 – орбита Венеры; $R_p = 0.17$ а.е.; $T = 0.35$ года.

мах полета [2, 3]. Малый период околосолнечной орбиты позволит аппарату проводить практически непрерывные исследования Солнца.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Приведены решения ряда задач для получения аналитических зависимостей необходимых для оптимизации полета аппарата в моменты старта с Земли и сближения с небесным телом.
2. Выбраны определяющие начальные параметры аппарата для поиска оптимальной траектории.
3. Установлено, что для оптимального использования орбитальной скорости Земли гиперболическая траектория аппарата относительно Земли должна быть касательной к эллиптической его орбите относительно Солнца.
4. Использование тяготения Венеры позволяет в 1.7 раза ближе подойти к Солнцу при одной и той же начальной скорости аппарата, а при одинаковом приближении снизить начальную скорость с -18.2 км/с до -15 км/с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков В.А. Ракетная концепция Российского сегмента противоастероидной защиты Земли “Большая Медведица” // Журнал проблем защиты Земли. Новосибирск: Межрегиональный общественный фонд им. Ломоносова. 2005. №. 1. С. 104–107.
2. Мальшиев В.В., Усачев В.Е., Тычинский Ю.Д. Анализ возможностей достижения ближайших окрестностей Солнца с помощью гравиманевров у планет земной группы // Системный анализ и управление космическими комплексами. // Сб. трудов 6-й Международной конференции. Евпатория 2–8 июня 2001г. Тезисы докладов. М.: МАИ. 2001. С. 11–12.
3. Усачев В.Е. Наилучшие варианты дешевых космических комплексов для прямых исследований окрестностей Солнца // Системный анализ и управление космическими комплексами. Сборник трудов 6-й Международной конференции. Евпатория 2–8 июня 2001г. Тезисы докладов. М.: МАИ. 2001. С. 31.
4. Смутьский И.И. Расчет взаимодействий в Солнечной системе за 50 млн. лет для изучения эволюции климата “Большая Медведица”. // Журнал проблем защиты Земли. Новосибирск. Межрегиональный общественный фонд им. Ломоносова. 2005. №. 1. С. 44–56.

5. *Смульский И.И.* Теория взаимодействия. Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, 1999.
6. *Смульский И.И.* Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел // Математическое моделирование. 2003 т. 15, № 5, с. 27–36.
7. *Мельников В.П., Смульский И.И., Кротов О.И., Смульский Л.И.* Орбиты Земли и Солнца и возможные воздействия на криосферу Земли (постановка проблемы и первые результаты) // Криосфера Земли. 2000. Т. IV. № 3. С. 3–13.
8. *Мельников В.П., Смульский И.И.* Астрономические факторы воздействия на криосферу Земли и проблемы их исследования // Криосфера Земли. 2004. Т. VIII. № 1. С. 3–14.

Optimization of Passive Orbit with the Use of Gravimeter

I. I. Smulsky

Institute of the Earth's Cryosphere, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences

E-mail: JSmulsky@mail.ru