

# Некоторые Астрономические Проблемы Эволюции Криосферы

И.И. Смульский  
Институт криосферы Земли СО РАН, г. Тюмень

## Реферат

Рассмотрены проблемы Астрономической теории ледниковых периодов с позиций небесной механики. При интегрировании упрощенных уравнений движения за большие промежутки времени прежние исследователи получали неустойчивые движения. Потому они пришли к выводу о невозможности рассчитать инсоляцию Земли за периоды большие 20 млн. лет. В настоящей работе решается неупрощенная задача об орбитальном движении новым численным методом и уравнения проинтегрированы за 100 млн. лет. Получены все периоды и амплитуды колебаний орбит планет и Луны и установлена их устойчивость. Дифференциальные уравнения вращательного движения также решаются численным методом без упрощения. Определены результаты воздействия планет и Солнца по отдельности на ось Земли. Эволюция оси Земли рассмотрена также на основе составной модели вращения Земли. Получены периоды ее колебаний, которые совпадают с наблюдаемыми. Установлено, что только решение неупрощенных уравнений вращения Земли позволит достоверно рассчитать эволюцию инсоляции и определить все периоды ее изменения.

**Ключевые Слова:** Вычисления; уравнения; инсоляция; наклон; перигелий; эксцентриситет.

## Введение

При изучении проблемы потепления климата, произошедшего во второй половине 20-ого века, и при разработке его моделей (Изменение климата 2007) исследователи учитывают также Астрономическую теорию ледниковых периодов, которую создал М. Миланкович (1939). Неопределенности моделей потепления климата в какой-то мере зависят от

неопределенностей этой теории. Ряд исследователей, например, Большаков и Капица (2001) считает, что со времен М. Миланковича накопились палеоклиматические данные, которые свидетельствуют о необходимости дальнейшего ее развития. В настоящей работе рассматриваются результаты по уточнению Астрономической теории палеоклимата с позиций небесной механики или астрономии.

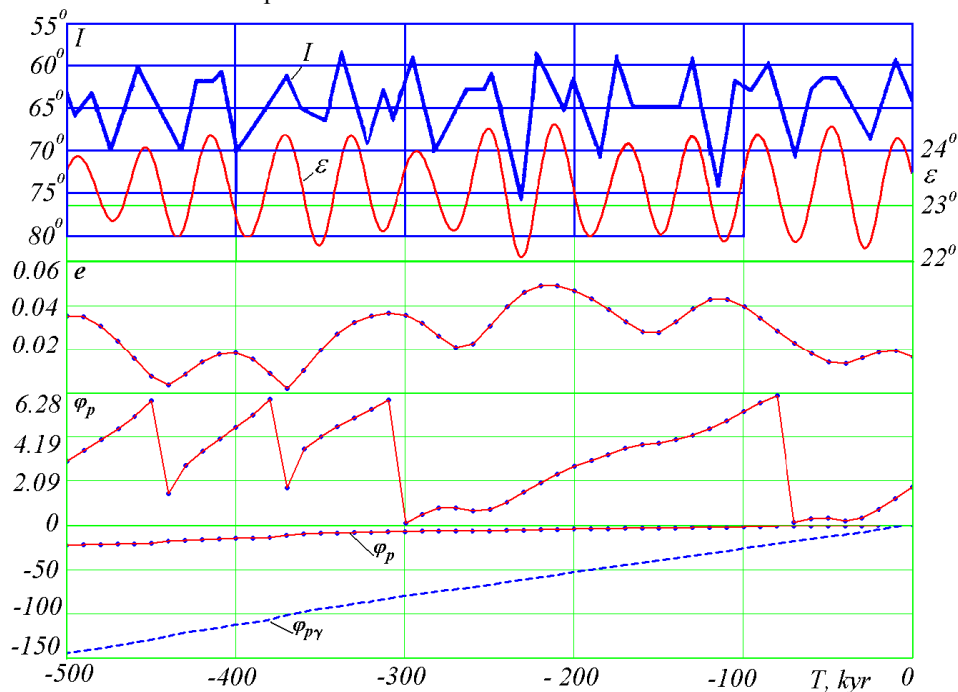


Рис. 1. Сравнение инсоляции и параметров орбиты Земли:  $I$  - инсоляция в эквивалентных широтах на широте  $65^\circ$  северного полушария по данным Шараф и Будниковой (1969) и угол наклона орбиты Земли к подвижной плоскости экватора ( $\varepsilon$ ) согласно (Berger & Loutre 1991); эксцентриситет  $e$  и углы (в радианах) положения перигелия от неподвижного  $\varphi_p$  и от подвижного  $\varphi_{py}$  восходящего узла  $\gamma$  - по нашим расчетам (Мельников и Смульский 2009).  $T$  - время в куг (тыс. лет), отсчитывается в тысячах лет в прошлое от современной эпохи 30.12 1949 г.

## Зависимость инсоляции от орбитального и вращательного движений Земли

В астрономической теории (Миланкович 1939) установлено, что инсоляция земной поверхности определяются эксцентриситетом орбиты Земли  $e$  и двумя параметрами орбиты: углом положения перигелия  $\varphi_{p\gamma}$  от подвижного восходящего угла  $\gamma$  и углом наклона орбиты  $\varepsilon$  к подвижному экватору. Типичное изменение инсоляции  $I$  за прошедшие 500 тыс. лет представлено на рис. 1. Здесь же приведены эволюции параметров: угла наклона  $\varepsilon$  подвижного экватора Земли к подвижной плоскости её орбиты, эксцентриситета  $e$  и угла перигелия  $\varphi_p$ . Угол перигелия  $\varphi_p$  показан в виде циклов от 0 до  $\pi$  и в непрерывном виде. На рис. 1 видно, что за 500 тыс. прошедших лет инсоляция  $I$  в северном полушарии изменялась колебательно: максимумы свидетельствуют о возможных потеплениях, а глубокие минимумы при  $T = -120$  куг и  $T = -230$  куг – о возможных оледенениях. Например, максимум при  $T = -10$  куг последнего потепления произошёл 10 тыс. лет назад. Он совпадает с моментом исчезновения ледникового щита в Евразии и в Северной Америке.

Как видно из рис 1, период изменения угла наклона  $\varepsilon$ , равный  $T_\varepsilon = 41.1$  тыс. лет, являются основным периодом колебания инсоляции  $I$ . Период изменения эксцентриситета  $e$ , равный  $T_{e1} = 95$  тыс. лет, является вторым существенным периодом изменения инсоляции. Угол перигелия  $\varphi_p$  изменяется неравномерно. Перигелий орбиты Земли вращается в направлении орбитального её движения со средним периодом  $T_p = 147$  тыс. лет относительно неподвижного пространства. Плоскость экватора Земли прецессирует в направлении противоположном орбитальному движению Земли с периодом  $T_{pr} = 25.7$  тыс. лет. Поэтому, относительно подвижной плоскости экватора период обращения перигелия (угол  $\varphi_{p\gamma}$ ) в среднем составляет  $T_{p\gamma} = 21.9$  тыс. лет. Это минимальный период колебания инсоляции  $I$ , который имеет на рис. 1.

### Недостатки прежних теорий и программа исследований

Итак, эволюция инсоляции Земли определяется изменениями орбиты Земли и оси её вращения. Со времён И. Ньютона орбитальная задача упрощалась и сводилась к взаимодействию двух тел: Солнца и планеты или планеты и спутника. А все остальные тела рассматривались как факторы малых возмущений, и их воздействие разлагалось в ряды. Таким образом, удавалось решить эту задачу приближёнными аналитическими методами. Этот подход сохранился и в 20-м веке, но только точность представления решений рядами непрерывно улучшалась. Например, сейчас эти ряды содержат несколько сот членов.

Дифференциальные уравнения вращательного движения упрощались более радикально. В этих уравнениях пренебрегали вторыми производными и произведениями первых производных. Учитывалось

воздействие только Луны и Солнца на вращательное движение Земли, а их движение описывалось приближённо. Таким образом, были получены аналитические выражения для прецессии экватора Земли. Эти выражения не содержали короткопериодических колебаний параметров вращательного движения Земли. Скорость прецессии оси Земли по существу определялась наблюдаемой скоростью прецессии, т.е. её эволюция оставалась неизвестной. А полученный единственный период колебаний в 41.1 тыс. лет оси Земли нельзя было подтвердить каким-либо другим способом.

Приближённый характер решения орбитальной и вращательной задач привёл к тому, что при решении их на большие промежутки времени результаты начинали расходиться. Поэтому ряд авторов, например Ж. Ляскар и др. (2004) пришли к выводу о неустойчивости Солнечной системы и о невозможности определения инсоляции Земли за период времени больший 20 млн. лет.

В связи с этим возникает необходимость решения этих двух задач с минимальными упрощениями. Это можно сделать, используя современные численные методы и суперкомпьютеры. Вначале должна быть решена первая задача об эволюции орбитального движения. Используя её результаты, можно будет решить вторую задачу об эволюции оси Земли. Решение двух задач позволит рассчитать эволюцию инсоляции Земли. Затем при сопоставлении изменения инсоляции с эволюцией природных процессов можно будет установить зависимости, которые позволят прогнозировать развитие криосферных процессов на Земле.

### Решение орбитальной задачи

Уравнения орбитального движения представляют систему  $3n$  нелинейных дифференциальных уравнений (Смутьский 1999)

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор относительно центра масс Солнечной системы;  $G$  – гравитационная постоянная;  $\vec{r}_{ik}$  – радиус-вектор от тела с массой  $m_k$  до тела с массой  $m_i$ ;  $n = 11$  (девять планет, Солнце и Луна).

Для решения уравнений (1) мы разработали новый метод численного интегрирования (Смутьский 1999), который позволил решить её за 100 млн. лет (Мельников и Смутьский 2009). На рис. 2 показана эволюция параметров орбиты Земли за 3 млн. лет в прошлое.

Эксцентриситет  $e$  испытывает короткопериодические изменения с главным периодом  $T_{e1} = 95$  куг (тыс. лет) вокруг среднего значения  $e_m = 0.028$ . Кроме того, наблюдаются более долгие колебания с периодами  $T_{e2} = 413$  куг и  $T_{e3} = 2.31$  Муг, которые приводят к достижению крайних значений эксцентриситета  $e = 0.0003$  и  $e = 0.065$ . На рис. 3 показано изменение скользящих средних эксцентриситета  $e_s$  на интервале

2· $T_{e1}$ , при этом видны колебания эксцентриситета с наибольшим периодом  $T_{e3}$ .

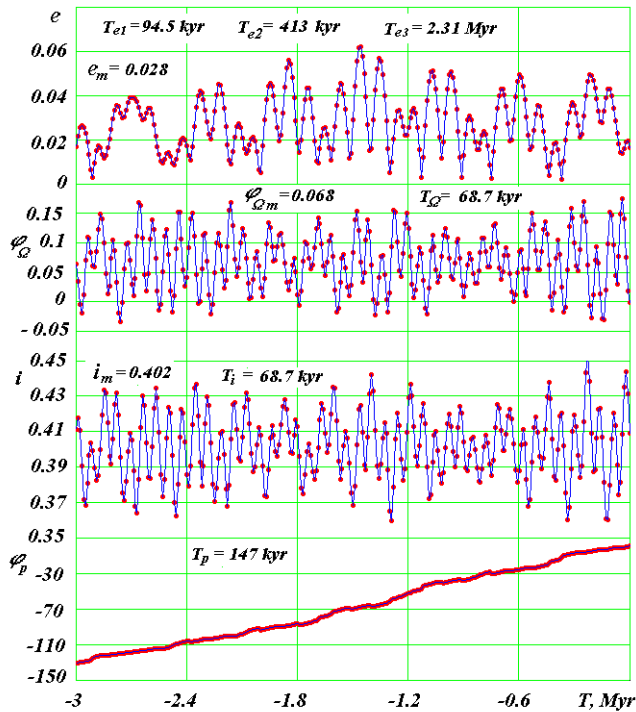


Рис. 2. Эволюция орбиты Земли за 3 млн. лет в прошлое:  $e$  - эксцентриситет;  $\varphi_{\Omega}$  - угловое положение восходящего узла плоскости орбиты;  $i$  - угол ее наклона к неподвижной плоскости экватора;  $\varphi_p$  - угловое положение перигелия;  $T$  - время в миллионах лет от 1950 г. Углы даны в радианах.

При решении орбитальной задачи углы положения орбиты рассматриваются относительно неподвижной плоскости экватора. Долгота восходящего узла  $\varphi_{\Omega}$  орбиты и угол ее наклона  $i$  испытывает колебания с периодом  $T_S = 68.7$  тыс. лет вокруг среднего значения  $i_m = 0.402$  радиан. Диапазон колебаний составляет  $5.64^\circ$ . Мы установили, что эти изменения обусловлены вращением оси орбиты  $\vec{S}$  с периодом  $T_S = 68.7$  кут вокруг неподвижного вектора момента  $\vec{M}$  всей Солнечной системы в направлении обратном обращению планеты вокруг Солнца. Это вращение или прецессия оси орбиты  $\vec{S}$  показано на рис. 3 в виде изменения угла прецессии  $\psi_s$ . Кроме прецессионного движения ось орбиты  $\vec{S}$  претерпевает нутационные колебания угла наклона  $\theta_s$  к вектору  $\vec{M}$ . Максимальное отклонение оси  $\vec{S}$  от момента  $\vec{M}$  составляет  $\theta_{s\max} = 2.94^\circ$ . Главный период нутационных колебаний  $T_{\theta 1} = 97.35$  тыс. лет. На графике приведены скользящие средние угла нутации  $\theta_{ss}$ , которые усреднены на интервале  $2 \cdot T_{\theta 1}$ . На рис. 3 виден второй период нутационных колебаний  $T_{\theta 2} = 1.164$  млн. лет.

Перигелий орбиты (см.  $\varphi_p$  на рис. 2) перемещается в направлении обращения Земли вокруг Солнца, совершая в среднем один оборот за  $T_p = 147$  кут. При этом угол перигелия  $\varphi_p$  немонотонно увеличивается со

временем и наряду с вращением перигелия против стрелки часов, наблюдаются возвратные движения по часовой стрелке. А периоды полного оборота перигелия, как уже отмечалось ранее, изменяются в несколько раз.

Было установлено, что эволюция орбит планет и Луны происходит в результате четырех движений: 1) вращения или, другими словами, прецессии оси орбиты; 2) нутационных колебаний оси орбиты; 3) колебаний эксцентриситета орбиты; 4) вращения орбиты в своей плоскости (вращение перигелия). Исследования показали, что оси орбит Земли, планет и Луны, как и ось вращения Земли, ведут себя идентично. Вместе с тем, в отличие от осей планетных орбит, которые вращаются вокруг неподвижного вектора момента количества движения Солнечной системы  $\vec{M}$ , ось орбиты Луны, как и ось вращения Земли, прецессирует вокруг подвижной оси орбиты Земли.

Вращение перицентров планет и Луны происходит в направлении орбитального движения, за исключением Плутона, перигелий которого вращается в обратном направлении.

Аналогично рис. 3 выглядит изменение параметров орбиты Земли на интервале  $-50 \text{ Myr} \geq T \geq -100 \text{ Myr}$ , т.е. параметры орбиты колеблются в неизменном режиме. Такие же исследования выполнены по всем планетам и получены неизменные режимы колебания параметров их орбит. Таким образом, эволюция орбит планет на исследованном интервале в 100 млн. лет неизменна и устойчива. В работах других авторов (Laskar et al 2004) хаотичность решений упрощенных уравнений движения объясняют наличием резонансов и неустойчивостей. Они не возникают при интегрировании неупрощенных уравнений орбитального движения планет.

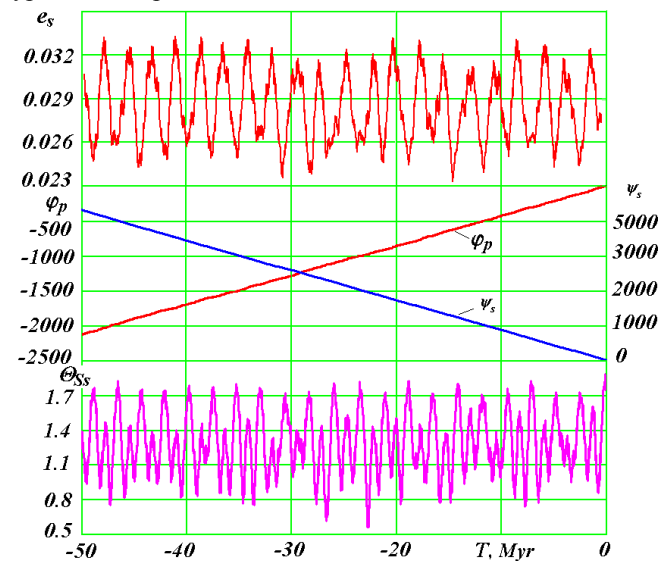


Рис. 3. Эволюция параметров орбиты Земли за -50 млн. лет в прошлое:  $e_s$  - скользящие средние эксцентриситета;  $\varphi_p$  - угол перигелия;  $\psi_s$  - угол прецессии;  $\theta_{ss}$  - скользящие средние угла нутации оси орбиты. Углы  $\varphi_p$  и  $\psi_s$  даны в радианах,  $\theta_{ss}$  - в градусах.  $Myr$  - млн. лет.

### Исследование вращательного движения

Исследования вращательного движения мы проводим одновременно двумя способами. При первом способе интегрируются дифференциальные уравнения вращательного движения, а при втором – вращательное движение Земли моделируется совокупностью материальных точек.

Мы по-новому вывели дифференциальные уравнения вращательного движения (Smulsky 2011), взяв за основу теорему изменения момента количества движения. В результате анализа следствий этой теоремы было установлено, что ось вращения Земли будет испытывать прецессионные и нутационные колебания: 1) с периодами равными полупериодам обращения планет, Солнца и Луны относительно подвижной оси вращения

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} &= -2\dot{\psi}\dot{\theta} \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \dot{\theta} \frac{J_z \omega_E}{J_x \sin\theta} - \sum_{i=1}^n 2G_{mi} \left\{ 0.5 \sin(2\psi)(x_{i1}^2 - y_{i1}^2) - x_{i1} y_{i1} \cdot \cos(2\psi) + z_{i1} \frac{\cos\theta}{\sin\theta} (x_{i1} \cos\psi + y_{i1} \sin\psi) \right\}; \\ \ddot{\theta} &= 0.5\dot{\psi}^2 \sin(2\theta) - \frac{J_z \omega_E \dot{\psi} \sin\theta}{J_x} - \sum_{i=1}^n G_{mi} \left\{ \sin(2\theta) [x_{i1}^2 \sin^2\psi + y_{i1}^2 \cos^2\psi - z_{i1}^2 - x_{i1} y_{i1} \sin(2\psi)] + 2z_{i1} (x_{i1} \sin\psi - y_{i1} \cos\psi) \cos(2\theta) \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

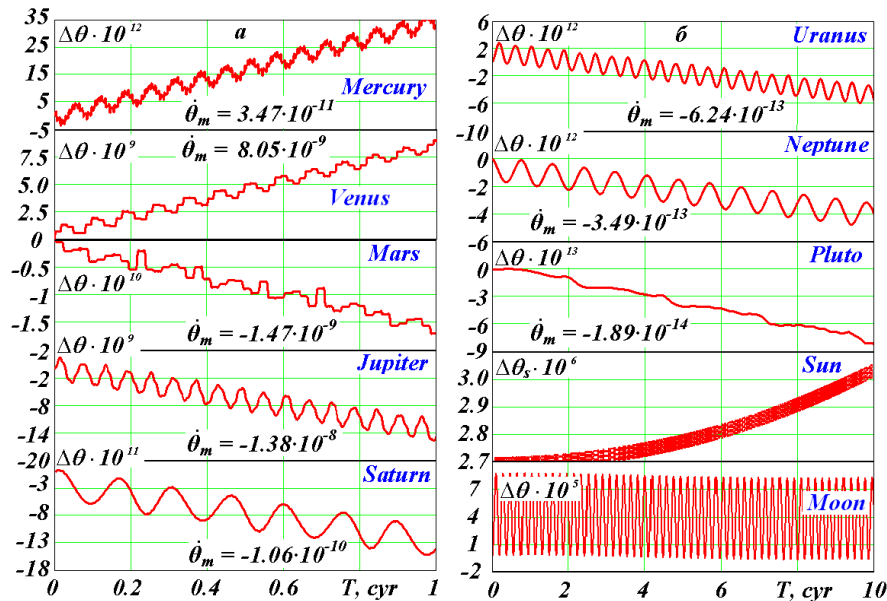


Рис. 4. Нутационные колебания и тренды оси Земли при одиночном воздействии планет: *a* – на интервале 100 лет = 1 *cyr*, *b* – на интервале 1000 лет;  $\Delta\theta = \theta - \theta_0$  – разность углов нутации, где  $\theta_0$  – угол нутации в начальную эпоху;  $\dot{\theta}_m$  – средняя скорость нутации в радианах в столетие; на графиках периоды основных колебаний оси Земли равны от Меркурия до Луны, соответственно: 6.6, 8.1, 15.8, 5.9, 14.7, 42, 82.4, 248, 0.5, 18.6 лет. Углы даны в радианах.

$$\dot{\phi} = \omega_E - \dot{\psi} \cdot \cos\theta, \quad (4)$$

где  $J_x$ ,  $J_y$  и  $J_z$  – моменты инерции Земли на оси вращающейся системы координат *xuz*;

$E_d = (J_z - J_x) / J_z$  – динамическая эллиптичность Земли;

$$G_{mi} = \frac{3Gm_i \cdot E_d J_z}{2r_i^5 J_x} - \text{комплекс параметров};$$

$\omega_E = \text{const}$  – проекция абсолютной скорости вращения Земли на ее ось *z*;

Земли; 2) с периодами равными интервалам сближения ближних планет с Землей в наиболее отдаленных от экватора Земли точках и 3) с периодами равными периодам прохождения воздействующих тел в этих точках в моменты наибольшего наклона плоскости орбиты тела к плоскости экватора. Последние периоды будут иметь продолжительность от десятков до сотен тысяч лет.

При решении задачи о вращении Земли углы положения оси ее вращения: угол наклона  $\theta$  к оси орбиты (угол нутации) и угол прецессии  $\psi$  рассматриваются относительно неподвижной плоскости орбиты Земли. Дифференциальные уравнения вращения Земли мы получили в следующем виде:

$\dot{\phi}$  – относительная скорость вращения Земли;

$n$  – количество действующих на Землю тел;

$m_i$  и  $x_{i1}$ ,  $y_{i1}$ ,  $z_{i1}$  – масса и координаты  $i$ -го воздействующего тела.

Вышеупомянутые выводы из теоремы о периодах колебаний были подтверждены при интегрировании уравнений вращательного движения (2)-(4) при воздействии планет, Луны и Солнца на Землю по отдельности (см. рис. 4). Как видно из графиков, под воздействием Солнца, Меркурия и Венеры угол нутации  $\theta$  увеличивается. Воздействие других планет

## Составная модель вращательного движения Земли

приводит к его уменьшению. На графиках приведены средние скорости  $\dot{\theta}_m$  изменения угла нутации  $\theta$ . Они обусловлены движениями плоскостей орбит воздействующих тел.

Прослеживаются разные типы нутационных колебаний. Большинство тел создает колебания  $\theta$  с полупериодом своего орбитального движения. Для ближних планет наибольшие колебания обусловлены периодом их сближения с Землей в наиболее отдаленной от экватора точке. Например, периоды (см. рис. 4): 5.9, 14.7, 42, 82.4 лет и 0.5 года равны полупериодам обращения планет и Солнца; периоды: 6.6, 8.1 и 15.8 лет – периодам сближения планет с Землей в наиболее отдаленных от экватора точках; период 18.6 лет равен периоду колебания плоскости орбиты Луны относительно плоскости экватора.

Наибольшее воздействие на вращательное движение Земли оказывает Луна, затем Солнце, а из планет – Венера. Приведенные на рис. 4 периоды основных колебаний оси Земли не учитываются в Астрономической теории эволюции криосферы. Дальнейшие наши работы связаны с доработкой нашего подхода, с целью интегрирования уравнений вращательного движения при совместном воздействии на Землю всех тел за большие промежутки времени.

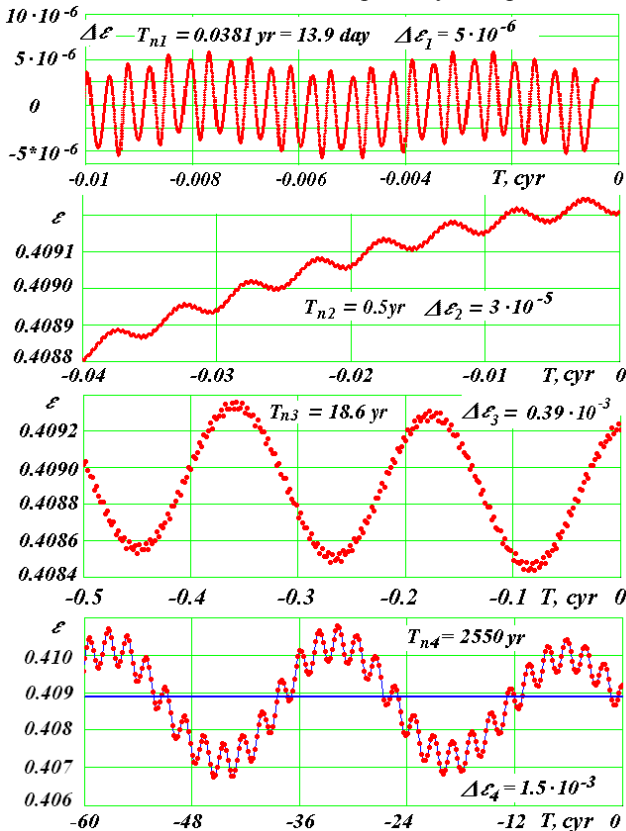


Рис. 5. Нутационные колебания оси вращения составной модели Земли No. 3 на разных интервалах времени:  $\Delta\epsilon$  – отклонение угла нутации от скользящего среднего;  $\Delta\epsilon_1$ ,  $\Delta\epsilon_2$ ,  $\Delta\epsilon_3$ , и  $\Delta\epsilon_4$  – амплитуды колебаний, 1 cyr = 100 лет. Углы даны в радианах.

Вращательное движение моделируется совокупностью тел, которые осесимметрично расположены в экваториальной плоскости вокруг центрального тела. Под воздействием притяжения Луны, планет и Солнца эта система эволюционирует, и ось орбиты периферийного тела имитирует эволюцию оси вращения Земли. Было исследовано несколько моделей с разными параметрами. На рис. 5 показаны нутационные колебания оси вращения, полученные для модели 3. Рассматривается угол  $\epsilon$  положения оси Земли относительно подвижной оси ее орбиты. Во всех моделях ось орбиты периферийного тела прецессирует относительно подвижной оси орбиты Земли. Этот результат является принципиально важным. Он позволяет на больших интервалах времени контролировать точность интегрирования дифференциальных уравнений вращательного движения.

Получены (см. рис. 5) периоды колебаний оси Земли полумесячные (13.9 дней), полугодовые (0.5 г.), 18.6 года (обусловленные прецессией орбиты Луны) и 2580 лет. Первые три периода следуют из теоремы моментов и подтверждаются данными наблюдений. В составных моделях отсутствует период колебаний 41.1 тыс. лет. Дальнейшие решения задачи о вращательном движении позволят прояснить вопрос об этом периоде и определить другие долгие периоды.

## Заключение

Мы остановились на проблемах астрономической теории эволюции криосферы, которые связаны с точностью решения орбитальной и вращательной задач. Это – сложнейшие задачи, в которых имеется ещё ряд нерешённых вопросов. В отличие от предшественников мы не упрощаем уравнения, а решаем их численно. Поэтому, возможно, на часть нерешённых проблем удастся пролить свет. Например, теперь мы можем с уверенностью сказать об устойчивости Солнечной системы. Установлены многие особенности орбитального движения. В результате решения задачи о вращении Земли двумя способами получены дополняющие друг друга представления о ее эволюции. Мы надеемся, что этот подход позволит уточнить положения астрономической теории эволюции криосферы.

## Благодарности

В работе на разных этапах принимали участие: Л.И. Смутьский, Я.И. Смутьский, О.И. Кротов, К.Е. Сеченов, А.А. Павлова, И.А. Шаболина, М.Л. Панова, Е.Ф. Сафина и др. Основные вычисления были выполнены на суперкомпьютерах Сибирского Суперкомпьютерного Центра СО РАН (г. Новосибирск) и Института Прикладной Математики им. М.В. Келдыша. Данная работа выполнена при поддержке

грантов губернатора Тюменской области и интеграционной программы Президиума РАН № 13.

### Литература

- Berger A. & Loutre M. F. 1991. Insolation values for the climate of the last 10 million years. *Quaternary Science Reviews* 10: 297 - 317.
- Большаков В.А. и Капица А.П. 2011. Уроки развития орбитальной теории палеоклимата. Вестник Российской Академии Наук 81, No. 7: 603-612. (на русском языке)
- Изменение климата, 2007 г.: физическая научная основа. Вклад Рабочей группы I в Четвертый доклад МГЭИК об оценках. Из-во кембриджского ун-та., 163 с.
- Laskar J., Robutel P., Joutel F., Gastineau M., Correia A. C. M., and Levrard B. 2004. A Long-term numerical solution for the Earth. *Icarus* 170. Iss. 2: 343-364.
- Мельников В.П. и Смутьский И.И. 2009. Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. – Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 192 с. Книга на двух языках. С обратной стороны: Melnikov V.P. & Smulsky J.J. *Astronomical theory of ice ages: New approximations. Solutions and challenges.*  
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>.
- Миланкович М. 1939. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. – М.-Л. –ГОНТИ, 207 с. (на русском языке)
- Смутьский И. И. 1999. Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосибирского ун-та, ННЦ ОИГГМ СО РАН. 294 с. (на русском языке)  
[http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5\\_2.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf).
- Smulsky J.J. 2011. The Influence of the Planets, Sun and Moon on the Evolution of the Earth's Axis. *International Journal of Astronomy and Astrophysic.* 1: 117-134.
- Шараф Ш. Г. и Будникова Н. А. 1969. Вековые изменения элементов орбиты Земли и астрономическая теория колебаний климата. Тр. Инст. теоретич. Астрономии. Вып. XIV. - Л.: Наука. 48 - 109. (на русском языке)