

УДК 551.521.1+521.1

**ПАКЕТ ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТА ИНСОЛЯЦИИ ПЛАНЕТЫ
В ПРИМЕНЕНИИ К ПАЛЕОКЛИМАТУ ЗЕМЛИ И МАРСА**

**A SOFTWARE PACKAGE FOR CALCULATING PLANETARY
INSOLATION AS APPLIED TO THE PALEOCLIMATE OF EARTH
AND MARS**

Смольский И.И.

Институт криосферы Земли ТюмНЦ СО РАН, ФИЦ, г. Тюмень, Россия,

jmulsky@mail.ru

Smulsky J.J.

Institute of the Earth's Cryosphere of the Tyumen Scientific Center SB RAS,

Federal Research Center, Tyumen, Russia,

jmulsky@mail.ru

Аннотация

Пакет программ “InsPlnt2P” предназначен для расчета изменения инсоляции планеты по широте φ в зависимости от времени T . Инсоляция, т.е. количество солнечного тепла, поступающего на поверхность планеты, рассчитывается в зависимости от эксцентриситета орбиты e , угла положения ее перигелия $\varphi_{p\gamma}$ и угла наклона плоскости орбиты к плоскости экватора планеты ε . Если параметры e , $\varphi_{p\gamma}$ и ε задаются во входном файле в зависимости от времени T_{i4} , то расчеты выполняются для заданных моментов времени. Вначале, в заданные момент T_{i4} , рассчитываются суточные инсоляции W для всех дней года. По ним определяется инсоляция за год Q_T , за астрономические полугодия: летнее Q_{As} и зимнее Q_{Aw} . Затем рассчитываются инсоляции за одинаковые по длине калорические полугодия: летнее Q_s и зимнее Q_w . В конце выполняется расчет инсоляций в эквивалентных широтах: за летнее I и зимнее I_w полугодия и за года в целом I_T . Программа InsPlnt2P.mcd осуществляет расчет для всех моментов времени T_{i4} для одной широты φ , а программа InsPlnt2Pfi.mcd

– для заданного числа широт φ_{il} и одного момента времени T . Пакет предназначен для изучения изменений климата планеты. Показано применение пакета для изучения палеоклимата Земли и Марса.

1. Введение

Пакет “InsPlnt2P” предназначен для изучения изменений климата планеты. Результаты могут быть использованы в солнечной энергетике, строительстве, сельском хозяйстве и в других областях.

Для климатических исследований существует два математических метода расчета инсоляции: М. Миланковича [1] и наш [2] - [3]. Метод М. Миланковича создавался для ручных вычислений. Наш метод основан на другом математическом представлении орбитального движения планеты и приспособлен для компьютерных вычислений. Результаты этих двух методов идентичны.

В пакет “InsPlnt2P” входят две программы: InsPlnt2P.mcd и InsPlnt2Pfi.mcd. Первая программа предназначена для расчета изменения инсоляции планеты во времени на отдельных широтах планеты, а вторая – для расчета изменения инсоляции планеты по широте в отдельные моменты времени. Вначале статьи представлено детальное описание пакета “InsPlnt2P” и первой программы InsPlnt2P.mcd. Это описание применимо и для второй программы. В конце статьи показано применение второй программы InsPlnt2Pfi.mcd для изучения палеоклимата Марса и Земли

2. Описание пакета программ “InsPlnt2P”

2.1. Основные функции и переменные

В пакете программ “InsPlnt2P” изменение инсоляции планеты рассчитывается по широте φ в зависимости от времени T . Инсоляция, т.е. количество солнечного тепла, поступающего на поверхность планеты, определяется в зависимости от эксцентриситета орбиты e , угла положения ее перигелия φ_{py} и угла наклона плоскости орбиты к плоскости экватора планеты ε . Если параметры e , φ_{py} и ε задаются во входном файле в зависимости от времени T_{2i4} , то расчеты выполняются для заданных моментов времени. Вначале,

в заданные момент $T2_{i4}$, рассчитываются суточные инсоляции W для всех дней года. По ним определяется инсоляция за год Q_T , за астрономические полугодия: летнее Q_{As} и зимнее Q_{Aw} . Затем рассчитываются инсоляции за одинаковые по длине калорические полугодия: летнее Q_s и зимнее Q_w . В конце выполняется расчет инсоляций в эквивалентных широтах: за летнее I и зимнее I_w полугодия и за года в целом I_T .

Пакет работает в среде MathCad7 и выше на персональном компьютере. Программа *InsPlnt2P.mcd* осуществляет расчет для всех моментов времени $T2_{i4}$ для одной широты φ , а программа *InsPlnt2Pfi.mcd* – для заданного числа широт φ_{il} и одного момента времени $T2_{i5}$. По рассчитанным данным строятся графики, а данные записываются в файлы. Результаты могут быть проанализированы по алгоритму пользователя.

2.2. Физическая основа

Физическая основа метода, детали алгоритма, его реализация, доказательства достоверности метода и примеры использования приведены в наших работах на русском [2] и английском [3] языках.

2.3. Описание программы *InsPlnt2P.mcd*

Программа *InsPlnt2P.mcd* представлена в Приложении. Она состоит из 11 пунктов.

1. The constants.
2. Reading of the parameters of orbital and rotational motions of the planets from the files.
3. The trajectory parameter, the perihelion radius, the velocity at the perihelion and the movement time to the aphelion.
4. The polar angle and motion time of the Sun in the plane of its orbit according to the two-body problem.
5. The computation of longitudes with terms in regular spaced in time.
6. The daily insolation in kJ/(sq. m).
7. Insolation for year and astronomical half-years.
8. The insolation for caloric half-years.

9. The summer insolation in equivalent latitudes.

10. The annual insolation in equivalent latitudes.

11. The winter insolation in equivalent latitudes.

В п. 1 задаются необходимые константы и постоянные величины для планеты. В качестве примеров заданы постоянные значения для Земли и Марса. Затем 7-и параметрам присваиваются значения для той планеты, инсоляция которой в дальнейшем будет определяться.

В п. 2 из входного файла, например, OrAllc_8.prn, OrAlMa_1cyr.prn или LAMRS04_.prn считываются изменения по времени T_2 эксцентриситета орбиты e , угла перигелия φ_{p} , и угла наклона ε плоскости экватора планеты к плоскости ее орбиты. В качестве примеров приведены первый файл для Земли, а два других – для Марса. При этом, первые два файла получены в результате наших решений задачи об эволюции орбитального и вращательного движений, а третий – по решениям авторского коллектива Laskar et al. [4].

Количество данных в файле по времени определяется параметром N41. Для дальнейшего расчета могут использоваться разреженные данные, т.е. с дискретностью Δt . Количество рассчитываемых данных определяется параметром N4.

В п. 3 осуществляется расчет изменения 4-х параметров орбиты.

В п. 4 приведена расшифровка основных параметров и присвоены начальные значения угловым величинам.

В п. 5 вычисляются долготы по дням года. Расчет осуществляется методом последовательных приближений [2] - [3]. В настоящей программе этот расчет выполнен в итерационном цикле, количество итераций которого задается параметром Itr. При первом запуске программы и заданном значении Itr этот цикл выполняется, и определяются долготы λ и моменты времени t_p каждого дня года для всех заданных моментов времени T_2 . Результаты записываются в файл, например, LiamTpMa1cyr.prn. При последующих запусках программы, если параметр Itr не задан, этот цикл не выполняется, а долгота λ и время t_p считывается из этого файла.

В п. 5 также рассчитываются погрешности определения времени дня tr и относительное расстояние p планеты от Солнца. Как видно, для Марса при 8 итерациях средняя погрешность дня $dtpmi4 = 1.73 \cdot 10^{-8}$ дня. На графике $dtp(j1)$ показано изменение этой погрешности по дням года. Величина этой погрешности мала и не оказывает влияния на результаты.

В п. 6 рассчитываются суточные инсоляции планеты за все сутки рассматриваемых эпох $T2$.

В п. 7 определяются инсоляции за год Q_T и за астрономические полугодия: Q_{As} – летнее и Q_{Aw} – зимнее.

В п. 8 рассчитываются калорические полугодия и инсоляция за летнее Q_s и зимнее Q_w калорические полугодия.

В п. 9 определяется инсоляция I в эквивалентных широтах за летнее полугодие. Расчет производится на основе зависимости стандартной летней инсоляции от широты в современную эпоху: `InsCvSNJ.prn` для Земли и `InsSNJMa.prn` для Марса.

В п. 10 рассчитывается годовая инсоляция I_T в эквивалентных широтах. Здесь используется изменение стандартной годовой инсоляции по широте в современную эпоху: `InsCvTNJ.prn` для Земли и `InsTNJMa.prn` для Марса.

В п. 11 определяется инсоляция I_w в эквивалентных широтах за зимнее полугодие. Здесь используется изменение стандартной зимней инсоляции по широте в современную эпоху: `InsCvWNJ.prn` для Земли и `InsWNJMa.prn` для Марса.

В п. 6 – п. 11 строятся графики для рассчитанных величин, а изменения их по времени могут быть записаны в файлы. Инсоляции в эквивалентных широтах представлены отрицательными числами. Это позволяет верхними значениями на графиках представить инсоляцию, выраженную меньшим значением широты, т.е. верхние значения соответствуют теплым периодам, а нижние – холодным.

Инсоляции в эквивалентных широтах позволяют представлять климат отдаленной эпохи в виде климата современной эпохи на определенной широте

[5]. С их помощью можно эффективно анализировать изменение климата в другие эпохи и осуществлять его реконструкцию [6].

Входной файл в п. 2 создается в результате решения задач об эволюции орбитального и вращательного движений планеты. Эти файлы по мере публикации наших работ выставляются на наших сайтах. Как показано выше на примере работы [4], могут использоваться входные файлы, полученные другими авторами.

Для расчета инсоляции в какую-либо эпоху могут быть использованы параметры e , φ_p и ϵ планеты в эту эпоху, т.е. без решения этих задач об эволюции орбитального и вращательного движений планеты.

2.4. Описание программы *InsPlnt2Pfi.mcd*

Программа *InsPlnt2Pfi.mcd* имеет аналогичное программе *InsPlnt2P.mcd* строение. Потому 8 пунктов ее здесь повторяются. Однако в п. 5 долгота λ и время tp считываются из файла, полученного в п. 5 программы *InsPlnt2P.mcd*. Далее относительные расстояния ρ планеты от Солнца рассчитываются для одной эпохи T_{2i5} .

В п. 6 суточная инсоляция рассчитывается для ряда широт φ_{il} с индексом il для каждого дня года в эпоху T_{2i5} .

В пунктах 7 и 8 определяются инсоляции за астрономические и калорические полугодия в эпоху T_{2i5} для всех широт.

Далее следуют три новых пункта.

9. Determination of standard insolation for the summer half-year.

10. Determination of standard insolation for the year.

11. Determination of standard insolation for the winter half-year.

В них рассчитываются стандартные инсоляции для современной эпохи и параметры их параболической аппроксимации. Результаты расчетов записываются в файлы. Стандартные инсоляции и файлы необходимы для расчета инсоляции в эквивалентных широтах. Алгоритмы расчетов представлены в [2] - [3] и [5].

В п. 9 эти расчеты выполняются для летней инсоляции. Так как в современную эпоху летняя инсоляция для Марса существенно отличается от типичного изменения по широте летней инсоляции Земли, а также изменения инсоляции Марса для других эпох, то я принял решение некоторые ее особенности сгладить. В этом пункте строится сглаженная современная инсоляция Марса. Далее в п. 11 строится сглаженная инсоляция для зимнего полушария Марса. Для Земли эти сглаживания не нужно использовать.

В п. 10 и п. 11 определяются стандартные инсоляции для года в целом и для зимнего полугодия, соответственно.

2.5. Состав пакета

Таким образом, в пакет программ “InsPlnt2P” входят две программы InsPlnt2P.mcd и InsPlnt2Pfi.mcd;

файлы стандартных инсоляций для Земли: InsCvSNJ.prn, InsCvTNJ.prn и InsCvWNJ.prn;

файлы стандартных инсоляций для Марса: InsSNJMa.prn, InsTNJMa.prn и InsWNJMa.prn;

входные файлы изменения параметров орбитального и вращательного движения, в качестве примера за 100 лет: OrAl1c_8.prn – для Земли, OrAlMa_1cyr.prn – для Марса.

Для Земли файлы изменения параметров за 20 млн. лет доступны на наших сайтах, и за этот же интервал времени по мере публикации результатов будут доступны для Марса.

2.6. Используемые технические средства

Пакет “InsPlnt2P” работает в среде MathCad7 и выше на персональном компьютере.

Оперативная память: 50 МБ.

Объем разработки: 500 МБ.

3. Изменение палеоклимата Марса и Земли

3.1. Краткие сведения об Астрономической теории изменения климата

Создателем этой теории является М. Миланкович [1]. Ее еще называют орбитальной теорией палеоклимата. В результате решения задачи об эволюции орбитального движения определяют колебания параметров орбиты. Из наблюдений известна скорость прецессии экватора планеты. Угловые параметры орбиты пересчитывают относительно подвижного экватора. Затем определяют инсоляцию планеты.

Мы дополнительно решаем задачу об эволюции вращательного движения планеты. Оказалось, что кроме прецессии экватора планеты происходят его колебания. Поэтому колебания инсоляции другие, например, для Земли они в 7-8 раз больше. А экстремумы наступают в другие эпохи. Они совпадают с холодными и теплыми периодами, установленными палеоклиматологами на интервале 250 т.л.н. [7]. Эти результаты дает созданная нами новая Астрономическая теория изменения климата.

Далее представлены изменения инсоляции Марса по широте в современную эпоху и в самую холодную, и в самую теплую эпохи за 1 миллион лет назад (м.л.н.). Эти изменения рассмотрены более детально, чтобы для Земли привести в более компактном виде на интервале 200 тысяч лет назад (т.л.н.).

3.2. Изменение инсоляции по широте Марса в три эпохи на интервале 1 м.л.н.

На рис. 1 приведены изменения по широте φ инсоляции Марса за год Q_T , за летнее калорическое Q_s и зимнее калорическое Q_w полугодия в современную эпоху $T = 0$. Годовая инсоляция Q_T на графике уменьшена в два раза. Она изменяется от минимального значения 4.75 ГДж/м² на полюсах, до максимального значения 10.64 ГДж/м² на экваторе. Годовая инсоляция Q_T симметрична относительно экватора, т.е. количество солнечного тепла за год поступает одинаковое по полушариям.

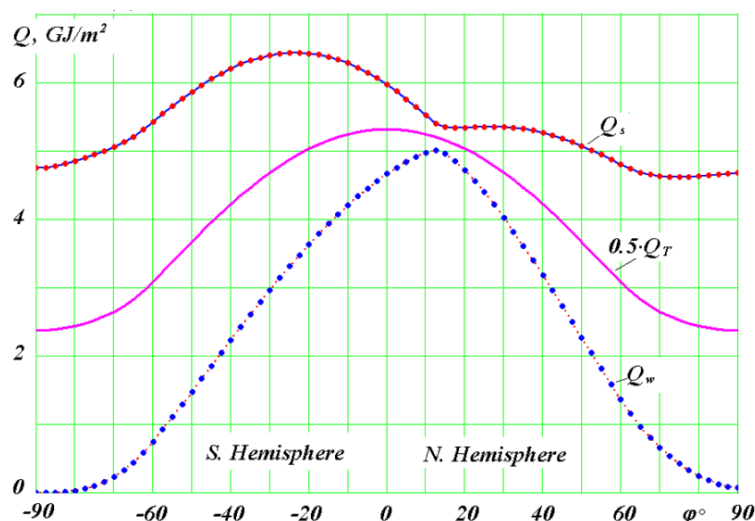


Рис. 1. Распределение по широте Марса удельного солнечного тепла в ГДж/м² в современную эпоху $T = 0$ (2000.0 г.): Q_s – за летнее калорическое полугодие; Q_w – за зимнее калорическое полугодие; Q_T – за весь год: на графике величина Q_T уменьшена в два раза; $\varphi > 0$ – Северное полушарие; $\varphi < 0$ – Южное полушарие.

Летняя инсоляция Q_s также на полюсах имеет наименьшее значение, и с уменьшением широты она увеличивается. На тропиках $\varphi = \varepsilon$, где ε – угол между плоскостями орбиты и экватора Марса, летняя инсоляция имеет максимум, затем она уменьшается и вблизи экватора имеется её минимум [2] - [3]. В современную эпоху инсоляция Q_s по полугодиям значительно отличается. В Южном полушарии её максимум достигает величины 6.44 ГДж/м², а в Северном полушарии максимум летней инсоляции практически отсутствует. Экваториальный минимум инсоляции также вырожден, и его точка находится на широте 12°.

Зимняя инсоляция Q_w имеет нулевые значения на полюсах и максимальное значение 5.01 ГДж/м² в экваториальной зоне, на широте 12°, т.е. в Северном полушарии. Поэтому зимняя инсоляция в Северном полушарии больше, чем в Южном. Итак, в современную эпоху более теплым в Южном полушарии является летнее полугодие, а в Северном полушарии – зимнее. Этот результат подтверждается фактическими данными: летом Южное полушарие Марса более

теплое по сравнению с Северным, и снежная полярная шапка почти полностью исчезает [8].

Изменение инсоляции по широте в самую холодную эпоху $T = 802.4$ т.л.н. показано на рис. 2, слева. Годовая инсоляция Q_T изменяется от 2.86 ГДж/м^2 на полюсах до 10.55 ГДж/м^2 на экваторе. То есть, в высоких широтах количества тепла за год почти в два раза меньше по сравнению с современной эпохой (4.75 ГДж/м^2). Это – действительно очень холодный период.

Летняя инсоляция Q_s монотонно увеличивается от минимального значения на полюсе 2.86 ГДж/м^2 до максимального 5.95 ГДж/м^2 на широте 10° . В эту эпоху инсоляция по полугодиям более равномерная по сравнению с современной эпохой. В современную эпоху инсоляция Q_s на полюсах равна 4.7 ГДж/м^2 , т.е. в рассматриваемую эпоху летнее полугодие значительно холоднее. В высоких широтах количества тепла за летнее полугодие также почти в два раза меньше по сравнению с современной эпохой. Поэтому полярные шапки Марса летом не будут существенно таять. Они будут увеличиваться в объеме. Так как углекислый газ является основным веществом атмосферы, то давление в ней будет падать, а температура летом, особенно, ночью будет уменьшаться.

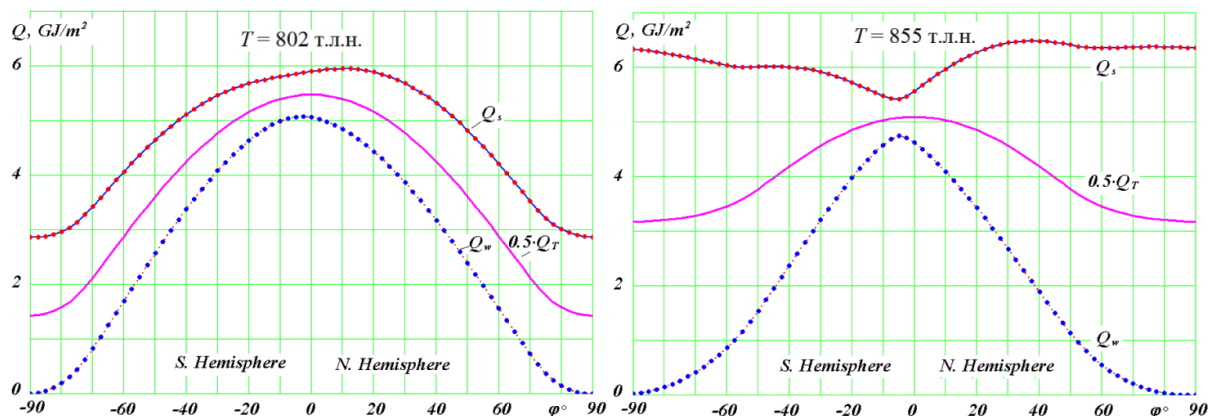


Рис. 2. Распределение по широте Марса удельного солнечного тепла в ГДж/м^2 в самую холодную эпоху $T = 802$ т.л.н. и в самую теплую эпоху $T = 855$ т.л.н. за 1 млн. лет. Обозн. см. на рис. 1.

Зимняя инсоляция Q_w (рис. 2, слева) изменяется от нулевого значения на полюсах до максимального 5.07 ГДж/м^2 на широте $\varphi = -5^\circ$. Обычно максимум

Q_w и экваториальный минимум Q_s совпадают по широте [2] - [3]. Однако, в эту эпоху у летней инсоляции Q_s этот минимум является вырожденным. Зимняя инсоляция Q_w по сравнению с современной эпохой практически совпадает с инсоляцией в Северном полушарии в современную эпоху и значительно превышает инсоляцию в Южном полушарии. Это обусловлено тем, что, как уже отмечалось, полугодовые инсоляции Марса в современную эпоху (рис. 1) значительно отличается по полушариям.

Изменение инсоляции по широте в самый теплый период $T = 802.4$ т.л.н. показано на рис. 2, справа. Годовая инсоляция Q_T изменяется от наименьшего значения 6.35 ГДж/м^2 на полюсах до наибольшего 10.18 ГДж/м^2 на экваторе. Таким образом, в высоких широтах в эту эпоху солнечного тепла за год больше в 2.2 раза по сравнению с холодной эпохой.

Летняя инсоляция Q_s в этом случае имеет минимальное значение не на полюсах, а в экваториальной зоне, на широте -5° , равное 5.41 ГДж/м^2 . На полюсах она практически – максимальна и равна $Q_s = 6.3 \text{ ГДж/м}^2$, что больше летней инсоляции в современную эпоху на полюсах в 1.3 раза, а в холодную эпоху – в 2.2 раза.

Эти значения годовой и летней инсоляции в высоких широтах свидетельствуют, что эта эпоха действительно является теплой. Летняя инсоляция Q_s в высоких широтах достигает значений наибольшей инсоляции Q_s в современную эпоху в Южном полушарии (рис. 1). Этот максимум располагается в тропиках, и при нем тает южная полярная шапка. Поэтому в эпоху 855 т.л.н. в летние полугодия в обоих полушариях будут таять полярные шапки еще интенсивней, чем сейчас в Южном полушарии. Так как углекислый газ является основным веществом полярных шапок, то их таяние приведет к росту содержания CO_2 в атмосфере, увеличению давления и снижению контрастности температуры дня и ночи [8]. В настоящее время в отдельных местах в экваториальной области летом температура днем достигает 35°C , но ночью опускается ниже -20°C . Поэтому есть основания считать, что в эту эпоху положительные температуры летом будут не только днем,

но и ночью. Это приведет к таянию захороненных льдов, и на Марсе потекут реки, многочисленные сухие русла которых сейчас имеются на нем.

Зимняя инсоляция Q_w в теплую эпоху (рис. 2, справа) изменяется от нулевого значения на полюсах до максимального 4.74 ГДж/м^2 на широте $\varphi = -5^\circ$. Её значение в Южном полушарии почти такие же как в современную эпоху, а в Северном – значительно меньше. По сравнению с холодной эпохой (рис. 2, слева) зимняя инсоляция по всей поверхности Марса существенно меньше. Таким образом, в теплую эпоху зимы будут холодными.

Итак, наиболее холодный климат был 802 т.л.н. Количество тепла за год и за летнее полугодие в высоких широтах уменьшалось в 1.66 раза. Это приводило к существенному расширению полярных шапок Марса, падению давления и температуры на всей поверхности Марса.

В самую теплую эпоху 855 т.л.н. количество тепла за год и за летнее полугодие возрастало в 1.34 раза по сравнению с современной эпохой. Это приводило к исчезновению полярных шапок Марса летом, росту атмосферного давления и температуры до положительных значений не только днем, но и ночью.

3.2. Изменение инсоляции по широте Земли в три эпохи на интервале 200 т.л.н.

На рис. 4 приведено изменение по широте φ инсоляций за год Q_T , за летнее Q_s и зимнее Q_w калорические полугодия в три эпохи: в современную $T = 0$, в самую теплую $T = -31.28 \text{ куг}$ и в самую холодную за 200 т.л.н. эпоху $T = -46.44 \text{ куг}$. Здесь 1 куг – 1 тысяча лет. Эти эпохи характеризуются летней инсоляцией на широте $65^\circ N$ (N – Северное полушарие) со следующими значениями $Q_s^{65N} = 5.9; 7.4; 4.7 \text{ ГДж/м}^2$, соответственно. Углы наклона плоскости орбиты Земли к плоскости ее экватора в эти эпохи были $\varepsilon = 23.44^\circ; 32.10^\circ; 14.8^\circ$, соответственно.

Летняя инсоляция Q_s (рис. 3, пунктирные линии) в современную эпоху I имеет минимальное значение на полюсах и достигает максимальное значение на тропиках $\varphi = \varepsilon$, а вблизи экватора имеет минимум. От холодной эпохи (линия

3) к теплой 2 летняя инсоляция Q_s на полюсах увеличивается в 2.07 раза. На широте $65^\circ N$ она изменяется в 1.57 раза. Так как эта широта в среднем хорошо представляет изменение инсоляции в высоких широтах, то она была принята М. Миланковичем [1] в качестве опорной для характеристики климата. В теплую эпоху 2 летняя инсоляция Q_s имеет экваториальный минимум в Северном полушарии, а в холодную эпоху 3 – в Южном полушарии.

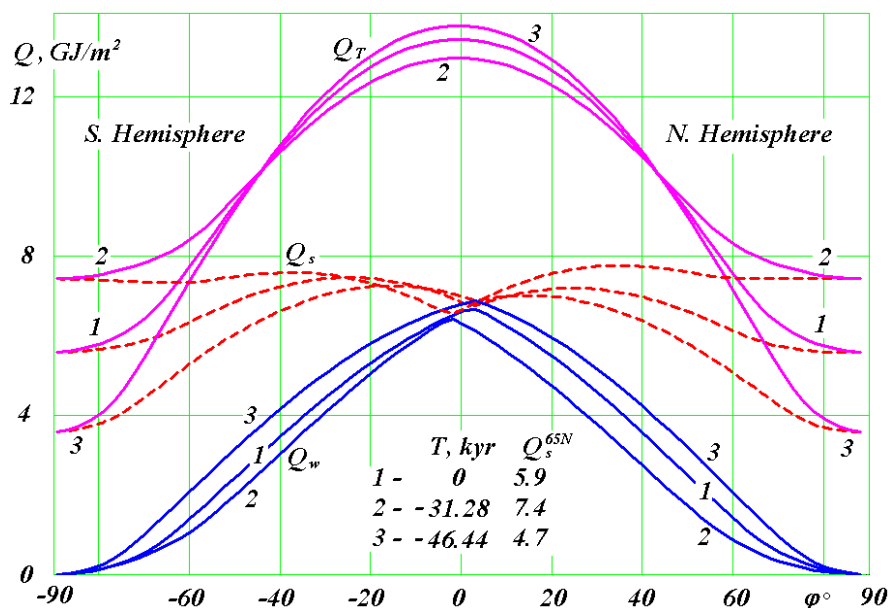


Рис. 3. Распределение по широте φ летних Q_s , зимних Q_w и годовых Q_T инсоляций за три эпохи: 1 – современная; 2 – самая теплая; 3 – самая холодная за 200 т.л.н.; Q_s^{65N} – инсоляция в ГДж/м² за летнее калорическое полугодие на северной широте 65° ; $T, \text{ kyr}$ – время в тыс. лет от 30.12. 1949 г.

Зимняя инсоляция Q_w (рис. 3) на полюсах равна нулю и монотонно растет к экваториальной области. В экваториальной области Q_w имеет максимум на той же широте φ , на которой расположен минимум летней инсоляции Q_s . От холодной эпохи 3 к теплой 2 зимняя инсоляция Q_w больше всего изменяется в средних широтах. При этом, для рассматриваемых 2 и 3 эпох изменения, например, на широте $\varphi = 40^\circ$, в 1.38 раза больше Северном полушарии, чем в Южном. Зимняя инсоляция в холодную эпоху 3 на всех широтах больше, чем в теплую эпоху 2. То есть, зимы на всей Земле в холодные эпохи теплее, нежели в теплые.

Годовая инсоляция Q_T (рис. 3) монотонно увеличивается от полюсов к экватору. На экваторе находится ее максимум, и годовая инсоляция симметрична относительно экватора. То есть, количество тепла за год одинаково по обоим полушариям. От холодной эпохи 3 к теплой 2 инсоляция Q_T за год на полюсах увеличивается во столько раз, как и летняя Q_s . С уменьшением широты разница между годовыми инсоляциями уменьшается, и на широте $\varphi \approx 45^\circ$ годовая инсоляция не изменяется. В экваториальной области изменения Q_T обратные ее изменениям на высоких широтах: в холодную эпоху 3 тепла за год больше, чем в теплую. При этом изменение инсоляции Q_T в 4 раза меньше, чем в высокоширотной области. Поэтому основные изменения годовой инсоляции происходят в высоких широтах.

На интервале 200 т.л.н. мы ввели 13 инсоляционных периодов изменения климата $O_I, 1_I, 2_I, \dots, 12_I$ [9]. Самая холодная за 200 т.л.н. эпоха $T = -46.44$ куг является серединой предпоследнего ледникового периода 3_I , а самая теплая эпоха $T = -31.28$ куг – серединой одного из самых теплых периодов 2_I . В результате сопоставления их с палеоклиматическими данными по Западной Сибири установлено, что период 3_I соответствует Ермаковскому ледниковому периоду, 2_I – Каргинскому потеплению. Эти события также соответствуют ледниковым периодам и межледниковьям в Европе и в Северной Америке. Ледниковому периоду 3_I соответствует нижний Вюрм, нижний Вейхелий, нижний Висконсин и Днепровский ледниковый период. А теплему периоду 2_I соответствует средний Вюрм, средний Вейхелий и средний Висконсин.

В статье [7] инсоляционные периоды изменения климата сопоставлены с колебаниями палеоклимата за 250 т.л.н. Инсоляционные периоды не повторяются и отличаются друг от друга. И в соответствии с их особенностями происходят похолодания и потепления на Земле.

Заключение

Пакет программ для расчета инсоляции планеты позволяет определять эволюцию инсоляции планеты и ее распределение по широте. Результаты, представленные на рис. 1 – рис. 3, имеют некоторые общие черты, но в тоже

время наблюдаются существенные отличия. Эти отличия обусловлены особенностями орбитального и вращательного движения планеты.

Решение задач об орбитальном и вращательном движениях Земли и Марса осуществлялось на суперкомпьютерах ЦКП Сибирского Суперкомпьютерного Центра ИВМиМГ СО РАН.

Работа выполнена в Институте криосферы Земли ТюмНЦ СО РАН в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FWRZ-2026-0025).

Литература

1. Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. – М. – А.: ГОНТИ, 1939, 256 с.

2. Смутьский И.И., Кротов О.И. Новый алгоритм расчета инсоляции Земли / Институт криосферы Земли СО РАН. Тюмень, 2013. 38 с. Деп. в ВИНТИ 08.04.2013, № 103-B2013. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/NwAlCII2c.pdf>.

3. Smulsky J.J., Krotov O.I. New Computing Algorithm of the Earth's Insolation. Applied Physics Research, 2014, 6(4), p. 56-82. <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v6n4p56>.

4. Laskar J., Correia A. C. M., Gastineau M., Joutel F., Levrard B., Robutel P. Long-term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars. Icarus, 2004, vol. 170, iss. 2, p. 343–364.

5. Смутьский И.И., Иванова А.А. Эквивалентная широта инсоляции как способ изучения палеоклимата // Процессы в геосредах, №1 (19), 2019, с. 97-106. http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EqLIStPl2_1.pdf.

6. Смутьский И.И., Иванова А.А. Опыт реконструкции палеоклимата по изменению инсоляции на примере Западной Сибири в позднем плейстоцене // Климат и природа, 1 (26), 2018, с. 3-21. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/OpRcnPClmt6J.pdf>.

7. Смутьский И.И. Инсоляционная причина долгопериодических изменений климата // Геофизические процессы и биосфера, т.23, №2, 2024, с. 25-

39. DOI: 10.21455/GPB2024.2-3.
https://www.ikz.ru/~smulski/Papers/IPDIKl03_1JP.pdf.

8. *Montmessin F.* The Orbital Forcing of Climate Changes on Mars // *Space Science Reviews*, 125 (1-4), 2006, p. 457-472.

9. *Смутьский И.И.* Новые результаты по инсоляции Земли и их корреляция с палеоклиматом Западной Сибири в позднем плейстоцене // *Геология и Геофизика*, т. 57, № 7, 2016, с. 1393-1407.
<http://dx.doi.org/10.15372/GiG20160709>.

Приложение. Программа InsPlnt2P.mcd.

InsPlnt2P.mcd 26.03.2026**Developed by Joseph J. Smulsky**The program for insolation computation
on the basis of the results of the two-body problem.

1. Smulsky J.J. and Krotov O.I. New Computing Algorithm of the Earth's Insolation // Applied
-
- Physics Research, 2014, Vol. 6, No. 4, p. 56-82.
- <http://dx.doi.org/10.5539/apr.v6n4p56>
- .

It is completed 23.02.2012. It is modified 26.03.2026.

Previous version InsPlant2Ma1cr.mcd 30.09.2024.

1. The constants

$$\begin{aligned} \pi &:= 3.141592653589793 & p2 &:= 2 \cdot \pi & \pi05 &:= 0.5 \cdot \pi & \pi15 &:= 1.5 \cdot \pi & k_{sj} &:= \frac{365.25636042}{365.25} \\ JD_{s2} &:= 2451545 & rd &:= 57.29577951308232 & AUJ &:= 1.49597870691 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$
We take the Space Absolute Radiometric Reference (SARR) for insolation of the Earth by the Sun: $J_{SARR} = 1366.22 \text{ W/sq.m}$ [13]. (Crommelynck D. et al., 1995),The solar constant according to M. Milankovitch $C = 2 \text{ (cal/(sq.cm*min))} = 83.736 \text{ kJ/(sq.m*min)} = 1395.6 \text{ W/sq.m}$

$$J_{SARR_kW} := 1.36622 \quad J_{SARR_kJ} := J_{SARR_kW}^{-60} \quad J_{SARR_kJ} = 81.97320000000001 \quad J_{Mil_kW} := 1.3956$$

Data for Earth.

Data for Mars

$$\begin{aligned} Psd_E &:= 365.25636042 & Psd_{IntE} &:= 365 & ed_{Ma} &:= 88775.22215 & a_{Ma} &:= 2.27940356 \cdot 10^{11} \\ Ptr_E &:= 3.6524219879 \cdot 10^2 & a_E &:= AUJ & J_{0Ma} &:= J_{SARR_kW} \cdot \left(\frac{a_E}{a_{Ma}} \right)^2 & J_{0Ma} &= 0.588476355918473 \\ ed_E &:= 24 \cdot 3600 & & & & & & \\ J_{0E} &:= J_{Mil_kW} & Psd_{Ma2} &:= 1.88081578 \cdot Ptr_E & Psd_{Ma} &:= \frac{Psd_{Ma2} \cdot ed_E}{ed_{Ma}} & Psd_{Ma} &= 6.685735378126511 \cdot 10^2 \\ Ptr_{IntE} &:= \text{floor}(Ptr_E) & D\psi_{Ma_MaPre} &:= -7.473146772830103 & \Delta\gamma_0 &:= D\psi_{Ma_MaPre} \cdot \frac{Psd_{Ma}}{Psd_E \cdot 3600} \\ Ptr_{Ma} &:= Psd_{Ma} \cdot \frac{360 + \Delta\gamma_0}{360} & Ptr_{Ma} &= 6.685664811543338 \cdot 10^2 \\ Psd_{IntMa} &:= \text{floor}(Psd_{Ma}) & Psd_{IntMa} &= 6.68 \cdot 10^2 \\ Ptr_{IntMa} &:= \text{floor}(Ptr_{Ma}) & Ptr_{IntMa} &= 6.68 \cdot 10^2 \end{aligned}$$
Inputing data for a specific planet

$$\begin{aligned} ed &:= ed_{Ma} & Psd &:= Psd_{Ma} & Psd_{Int} &:= Psd_{IntMa} & Ptr &:= Ptr_{Ma} & Ptr_{Int} &:= Ptr_{IntMa} & a_{pl} &:= a_{Ma} & J_0 &:= J_{0Ma} \\ Psds &:= Psd \cdot ed & \Delta dtr &:= Ptr - Ptr_{Int} & Psd_h &:= \text{floor}(0.5 \cdot Psd_{Int}) & Psd_{h_1} &:= Psd_h - 1 & Psd_{h_025} &:= \text{floor}(0.25 \cdot Psd_{Int}) \\ \Delta dtrh &:= Ptr - Psd_{h_2} & \Delta dtr &= 0.566481154333815 & \Delta dtrh &= 0.566481154333815 \end{aligned}$$
The parameters of the Earth's orbit and the plane of the equator in epoch 2000 for
insolation computation without taking into account orbital and rotational motions of the Earth
$$\begin{aligned} ec0 &:= 1.67086342 \cdot 10^{-2} & e0 &:= 0.409092629689404 & fp\gamma_0 &:= 1.796595647267463 & Tp0 &:= 0.500143001 \\ JD49 &:= 2433280.5 & JDp0111 &:= JD49 + Tp0 \cdot 100 \cdot Psd & JDp0 &= \end{aligned}$$
**2. Reading of the parameters of orbital and
rotational motions of the planets from the files**

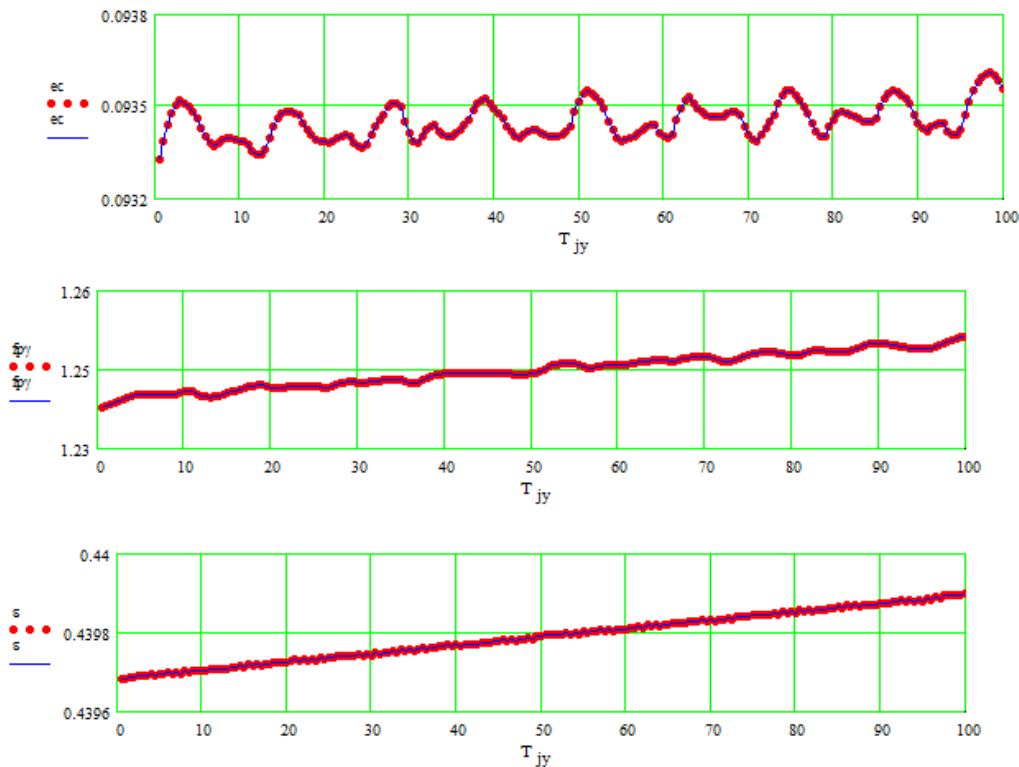
The file of Laskar J. etc. [14]. The time T2 is in thousand years.

$$\begin{aligned} R1 &:= \text{RmEADPRN}("INSO_LA2004.txt") & N41 &:= 200 & di &:= 1 \\ T2_{i4} &:= 10 \cdot R1_{i4_di,0} & ec_{i4} &:= R1_{i4_di,1} & e_{i4} &:= R1_{i4_di,2} & fp\gamma_{i4} &:= R1_{i4_di,3} \end{aligned}$$
The author's files for Earth: OrAl1c_8.prm N41=2500; OrAl-5kyr.prm N41=5000; OrAl-200ky.prm
N41=5000. The time T2 is in sidereal centuries since 31.12.49.
$$\begin{aligned} R1 &:= \text{READPRN}("OrAlMa_1cyr.prm") & N41 &:= 199 & di &:= 1 & N4 &:= \text{floor}\left(\frac{N41}{di}\right) & i4 &:= 0..N4 & i5 &:= 99 \\ & 2500 & 5001 & 199 & & & & & & & \\ "OrAl1c_8.prm" & "OrAlMa-1Myr.prm" & "OrAlMa_1cyr.prm" & & & & & & & & \end{aligned}$$

Продолжение Приложения

$$T2_{i4} := R1_{i4 \cdot di, 0} \quad ec_{i4} := R1_{i4 \cdot di, 1} \quad fp_{i4} := R1_{i4 \cdot di, 2} \quad e_{i4} := R1_{i4 \cdot di, 3} \quad JD_{i4} := R1_{i4 \cdot di, 4} \quad T_{jy_{i4}} := k_{sj} \cdot T2_{i4} \cdot 100$$

$$N4 = 1.99 \cdot 10^2 \quad T2_{N4} = 1.000000001 \quad T2_{i5} = 0.500000001$$



The time in Julian years.

3. The trajectory parameter, the perihelion radius, the velocity at the perihelion and the movement time to the aphelion

$$a1_{i4} := \frac{-1}{1 + ec_{i4}} \quad Rp_{i4} := a_{pl} \cdot \frac{(2 \cdot a1_{i4} + 1)}{a1_{i4}} \quad vp_{i4} := \frac{-p2 \cdot a1_{i4} \cdot Rp_{i4}}{Psds \cdot (-2 \cdot a1_{i4} - 1)^{1.5}} \quad ta_{i4} := - \left(\frac{Rp_{i4}}{vp_{i4} \cdot ed} \right) \cdot \frac{\pi \cdot a1_{i4}}{(-2 \cdot a1_{i4} - 1)^{1.5}}$$

4. The polar angle and motion time of the Sun in the plane of its orbit according to the two-body problem

J is the number of parts in a year or points of the the Sun's longitude.

λ_0 is a series of the Sun's longitudes with members, regular spaced by the value dl_0 .

λ is a series of the longitudes with members, regular spaced in time.

----- fi is the polar angle (anomaly) and the radius ra_0 of the Sun's motion. -----

v is the longitude of the Sun's perigee from the vernal equinox point.

tp_0 is the time of the Sun's movement from the perigee to the point with the polar angle fi .

tp_{jy} is the time of the Sun's movement from the perigee to the vernal equinox point.

$$J := Psd_{Int} \quad dl_0 := \frac{2 \cdot \pi}{J} \quad \lambda_{0_0} := 0 \quad j_0 := 0 \dots J \quad j_1 := 1 \dots J \quad j_3 := 1 \dots J + 1 \quad j_{03} := 0 \dots J + 1$$

Setting a uniform series of longitudes of the Sun

$$\lambda_{0_{j1}} := \lambda_{0_{j1-1}} + dl_0 \quad \lambda_{0_{j+1}} := \lambda_{0_j} + dl_0 \quad \lambda_{0_0} = 0 \quad \lambda_{0_j} = 6.283185307179627$$

$$v_{0_{i4}} := fp_{i4} + \pi \quad v_{0T_{i4}} := floor\left(\frac{v_{0_{i4}}}{p2}\right) \quad v_{i4} := v_{0_{i4}} - v_{0T_{i4}} \cdot p2 \quad fi_{0_{i4,j03}} := \lambda_{0_{j03}} - v_{i4}$$

$$fi_{1_{i4,j03}} := if(fi_{0_{i4,j03}} < 0, fi_{0_{i4,j03}} + p2, fi_{0_{i4,j03}}) \quad fi_{2_{i4,j03}} := if(fi_{1_{i4,j03}} > p2, fi_{1_{i4,j03}} - p2, fi_{1_{i4,j03}})$$

Продолжение Приложения

5. The computation of longitudes with terms in regular spaced in time.

To determine the longitudes of the Sun at uniformly subsequent moments of time, with an interval of one solar day of the planet, the equation (4) (see [1]) for the time of movement of the Sun along the planetocentric orbit is solved by the method of successive approximations. At first, a uniformly series of longitudes is specified. The Rez2 internal program is being solved. The refined series of parameters λ and tp are written, for example at $di = 1$, to the file LiamTpMad1.prn. After writening, the name of the WRITE operator must be changed, for example, to WwwWRITE. When re-running the entire program, the calculated parameters are read from the LiamTpMad1.prn file, and the Rez2 program does not work. To do this, the Itr iteration count parameter must be changed, for example, to Itr111.

In one iteration, the error decreases by more than 20 times. Therefore, eight iterations are enough.

Itr111 := 8

```
Rez2 := for i4 ∈ 0..N4
  for j03 ∈ 0..J
     $\lambda_{i4,j03} \leftarrow 0$ 
     $\tilde{f}_{i4,j03} \leftarrow 0$ 
  for it ∈ 1..Itr
    for i4 ∈ 0..N4      if it=1
      for j03 ∈ 0..J
         $\lambda_{i4,j03} \leftarrow \lambda_{0,j03}$ 
         $\tilde{f}_{i4,j03} \leftarrow \tilde{f}_{i4,j03}$ 
      for i4 ∈ 0..N4      otherwise
        for j03 ∈ 0..J
           $\lambda_{i4,j03} \leftarrow \lambda_{i4,j03}$ 
           $\tilde{f}_{i4,j03} \leftarrow \tilde{f}_{i4,j03}$ 
    for i4 ∈ 0..N4
       $\lambda_{i4,0} \leftarrow 0$ 
       $\lambda_{i4,J+1} \leftarrow 0$ 
       $\lambda_{i4,J+1} \leftarrow 0$ 
       $tp_{i4,J+1} \leftarrow 0$ 
      for j03 ∈ (0..J)
        
$$\text{Term1} \leftarrow \frac{\langle al1_{i4} + 1 \rangle \cdot \sin \langle \tilde{f}_{i4,j03} \rangle}{\langle 2 \cdot al1_{i4} + 1 \rangle \cdot \left[ \langle al1_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle \tilde{f}_{i4,j03} \rangle - al1_{i4} \right]}$$


$$\text{Term2} \leftarrow \frac{al1_{i4} \cdot \left[ \text{asin} \left[ \frac{al1_{i4} + 1 - al1_{i4} \cdot \cos \langle \tilde{f}_{i4,j03} \rangle}{\langle al1_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle \tilde{f}_{i4,j03} \rangle - al1_{i4}} \right] - 0.5 \cdot \pi}{\langle -2 \cdot al1_{i4} - 1 \rangle^{1.5}}$$

        
$$tp_{i4,j03} \leftarrow \frac{Rp_{i4}}{vp_{i4} \cdot ed} \cdot (\text{Term1} + \text{Term2})$$

        
$$tp_{i4,j03} \leftarrow 2 \cdot ta_{i4} - tp_{i4,j03} \quad \text{if } \tilde{f}_{i4,j03} > \pi$$

        
$$tp_{i4,j03} \leftarrow tp_{i4,j03} \quad \text{otherwise}$$

        
$$tp_{i4,j03} \leftarrow 2 \cdot ta_{i4} + tp_{i4,j03} \quad \text{if } \lambda_{i4,j03} > v_{i4}$$

        
$$tp_{i4,j03} \leftarrow tp_{i4,j03} \quad \text{otherwise}$$

      for j03 ∈ 0..J
        
$$\lambda_{i4,j03+1} \leftarrow \lambda_{i4,j03} + \frac{\lambda_{i4,j03+1} - \lambda_{i4,j03}}{tp_{i4,j03+1} - tp_{i4,j03}}$$

```

Продолжение Приложения

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} \text{fi2}_{i4,j03} \leftarrow \lambda_{i4,j03} - v_{i4} \\ \text{fi3}_{i4,j03} \leftarrow \text{fi2}_{i4,j03} + p2 \text{ if } \text{fi2}_{i4,j03} < 0 \\ \text{fi3}_{i4,j03} \leftarrow \text{fi2}_{i4,j03} \text{ otherwise} \\ \text{fi4}_{i4,j03} \leftarrow \text{fi3}_{i4,j03} - p2 \text{ if } \text{fi3}_{i4,j03} > p2 \\ \text{fi4}_{i4,j03} \leftarrow \text{fi3}_{i4,j03} \text{ otherwise} \end{array} \right] \\ & \left[\begin{array}{l} \text{tp} \\ \lambda_i \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\text{tp} := \text{Rez2}_0 \quad \lambda := \text{Rez2}_1$$

$$\lambda_{\text{tp}_{i4,j03}} := \lambda_{i4,j03} \quad \lambda_{\text{tp}_{i4+N4+1,j03}} := \text{tp}_{i4,j03}$$

$$\text{WwwwRITEPRN}(\text{"LiamTpMa1cr.pm"}) := \lambda_{\text{tp}} \quad \text{"LiamTpMadi1.pm"} \quad \text{"LiamTpMadi10.pm"} \quad \text{"LiamTpMadi20.pm"} \\ \text{"LiamTpMa1cr.pm"}$$

$$\text{R1}_2 := \text{READPRN}(\text{"LiamTpMa1cr.pm"})$$

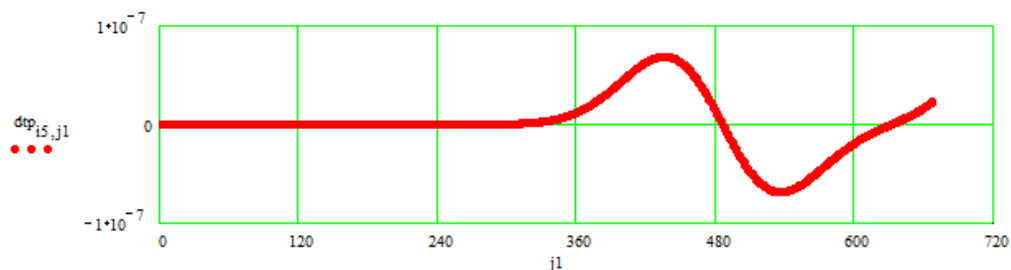
$$\lambda_{i4,j03} := \text{R1}_2_{i4,j03} \quad \text{tp}_{i4,j03} := \text{R1}_2_{i4+N4+1,j03}$$

$$\text{Mean error for one day in T2(i5) year.} \\ \text{dtp}_{i4,j1} := \frac{\langle \text{tp}_{i4,j1} - \text{tp}_{i4,j1-1} \rangle - 1}{1} \quad \text{dtpS}_{i4,0} := 0 \quad \text{dtpS}_{i4,j1} := \text{dtpS}_{i4,j1-1} + |\text{dtp}_{i4,j1}| \quad \text{dtpm} := \frac{\text{dtpS}_{i5,J}}{J}$$

$$\text{dtpS}_{i5,J} = 1.159442683729139 \cdot 10^{-5} \quad \text{dtpm} = 1.735692640313083 \cdot 10^{-8} \quad \text{T2}_{i5} = 0.500000001$$

Mean error for all years

$$\text{dtpSi4}_{0,J} := 0 \quad \dots \quad \text{dtpSi4}_{i4+1,J} := \text{dtpSi4}_{i4,J} + \text{dtpS}_{i4,J} - \text{dtpmi4} \quad \text{dtpmi4} := \frac{\text{dtpSi4}_{N4+1,J}}{J \cdot N4} \quad \text{dtpmi4} = 1.734159722325176 \cdot 10^{-8}$$



$$\text{tp}\gamma\text{d}_{i4} := \text{tp}_{i4,0} \quad \text{tp}\gamma\text{d}_{i5} = 1.82633011034939 \cdot 10^{-2} \quad \text{tp}\gamma\text{d}_{N4} = 1.81836419102934 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{ra}_{i4,j1} := \frac{\text{Rp}_{i4}}{\left[\langle \text{all}_{i4} + 1 \rangle \cdot \cos \langle \lambda_{i4,j1} - v_{i4} \rangle - \text{all}_{i4} \right]}$$

$$\rho_{i4,j1} := \frac{\text{ra}_{i4,j1}}{a_{p1}}$$

$$\text{dtpSi4}_{4+51,J} = 6.323030548287534 \cdot 10^{-4}$$

$$N4 = 1.99 \cdot 10^2$$

$$\text{dtpSi4}_{N4+1,J} = 2.305253202081303 \cdot 10^{-3}$$

6. The daily insolation in kJ/(sq. m)

If is the number of points on geographical latitudes.

ill is the index of a concrete value of the latitude.

ϕ is the geographical latitude of place.

δ is the Sun's inclination.

ω_0 is the hour angle of sunrises and sunsets. It should be noted that the day is divided into 24 arc hours. For a planet other than Earth, the Earth's time hours is different from planet's angular hours.

$$j_d := 0 \quad j_2 := j_d \dots J \quad \text{If} := 36 \quad d\phi := \frac{\pi}{\text{If}} \quad \phi_0 := \frac{\pi}{2} + d\phi \quad i1 := 1 \dots \text{If} + 1 \quad \phi_{i1} := \phi_{i1-1} - d\phi \quad \phi_{g_{i1}} := \phi_{i1} \cdot \text{rd} \quad i11 := 6$$

$$\sin \delta_{i4,j1} := \sin \langle e_{i4} \rangle \cdot \sin \langle \lambda_{i4,j1} \rangle \quad \delta_{i4,j1} := \text{asin} \langle \sin \delta_{i4,j1} \rangle \quad \cos \delta_{i4,j1} := \cos \langle \delta_{i4,j1} \rangle \quad \tan \delta_{i4,j1} := \tan \langle \delta_{i4,j1} \rangle \quad \text{T2}_{i5} = 0.500000001$$

$$z_{i4,j1} := -\tan \delta_{i4,j1} \cdot \tan \langle \phi_{i11} \rangle \quad z_{i4,j1} := \text{if} \langle -1 < z_{i4,j1} < 1, z_{i4,j1}, -1 \rangle \quad \omega_{i4,j1} := \text{acos} \langle z_{i4,j1} \rangle \quad \phi_{g_{i11}} = 65.000000000000003$$

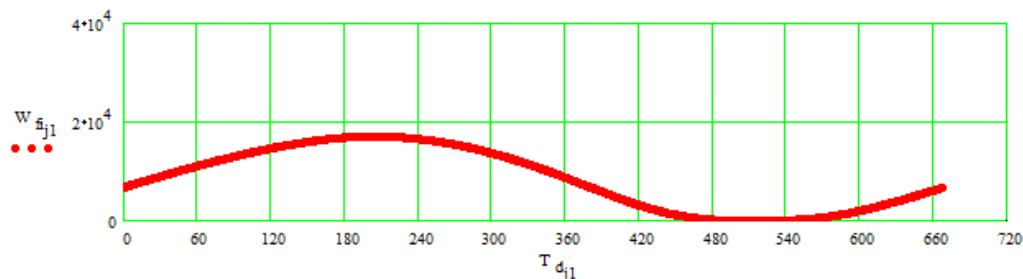
Продолжение Приложения

$$W_{\tau 1_{i4,j1}} := \frac{J_0 \cdot \cos \delta}{\pi \cdot (\rho_{i4,j1})^2} \cdot \left(\sin \delta_{i4,j1} \cdot \sin \delta_{i11} + \cos \delta_{i4,j1} \cdot \cos \delta_{i11} \cdot \sin \phi_{i4,j1} \right)$$

$$W_{\tau 2_{i4,j1}} := \text{if} \left(W_{\tau 1_{i4,j1}} < 0, 0, W_{\tau 1_{i4,j1}} \right) \quad W_{i4,j2-jd} := W_{\tau 2_{i4,j2}} \quad T_{d_{j1}} := j1 \quad W_{fi_{j1}} := W_{i5,j1} \quad W_{fi0_{j1}} := W_{fi_{j1}} \quad W_{fi0_0} := W_{fi_1}$$

Daily insolation throughout the year $T_{2_{i5}} = 0.5000000001$

$$\phi_{g_{i11}} = 65.000000000000003$$



$$\max(W_{fi}) = 1.708750156841659 \cdot 10^4 \quad \min(W_{fi0}) = 0$$

7. Insolation for year and astronomical half-years

$$\Delta dtr = 0.566481154333815$$

$$W_{s_{i4,0}} := 0 \quad W_{s_{i4,j1}} := W_{s_{i4,j1-1}} + W_{i4,j1} \quad Q_{T_{i4}} := W_{s_{i4,P_{tr_{int}}}} + W_{i4,J} \cdot \Delta dtr$$

i_s is the number of day of astronomical summer

$$\text{Ind}_{i4,j1} := \text{if} \left(\lambda_{i4,j1} - \pi < 0, j1, 0 \right) \quad \text{is} := \text{for } i4 \in 0..N4$$

$\text{max} \leftarrow 0$ $\text{for } j1 \in 1..J$ $\quad \text{isa}_{i4} \leftarrow \text{Ind}_{i4,j1} \quad \text{if } \text{max} \leq \text{Ind}_{i4,j1}$ $\quad \text{max} \leftarrow \text{Ind}_{i4,j1} \quad \text{if } \text{max} \leq \text{Ind}_{i4,j1}$	isa
---	--------------

$$i_{s_{i5}} = 3.71 \cdot 10^2 \quad T_{2_{i5}} = 0.5000000001$$

$$dW_{AS_{i4}} := W_{i4,i_{s_{i4}}+1} \cdot \frac{\pi - \lambda_{i4,i_{s_{i4}}}}{\lambda_{i4,i_{s_{i4}}+1} - \lambda_{i4,i_{s_{i4}}}} \quad Q_{AS0_{i4}} := W_{s_{i4,i_{s_{i4}}}} + dW_{AS_{i4}} \quad Q_{AW0_{i4}} := Q_{T_{i4}} - Q_{AS0_{i4}}$$

$$Q_{AS_{i4}} := \text{if} \left(\phi_{g_{i11}} < 0, Q_{AW0_{i4}}, Q_{AS0_{i4}} \right) \quad Q_{AW_{i4}} := \text{if} \left(\phi_{g_{i11}} < 0, Q_{AS0_{i4}}, Q_{AW0_{i4}} \right) \quad Q_{AS_{i5}} = 4.982566852435357 \cdot 10^6$$

8. The insolation for caloric half-years

The definition of the caloric half-year

$$\phi_{gm} := \left| \phi_{g_{i11}} \right| \quad J2 := 2 \cdot J \quad V_{i4,j1} := W_{i4,j1} \quad V_{i4,Psd_{int}+j1} := W_{i4,j1} \quad i11 = 6 \quad \phi_{g_{i11}} = 65.000000000000003$$

$$Kmax := \text{for } i4 \in 0..N4$$

$\text{max} \leftarrow 0$ $\text{for } j6 \in 0..J$ $\quad Kmax1_{i4} \leftarrow j6 \quad \text{if } \text{max} \leq V_{i4,j6}$ $\quad \text{max} \leftarrow V_{i4,j6} \quad \text{if } \text{max} \leq V_{i4,j6}$	The maximum ones are selected from a single array V.
---	---

$$Kmax1$$

$$Kstp0_{i4} := Kmax_{i4} - \text{floor}(Psd_{h_025} \cdot 1.8) \quad Kstp_{i4} := \text{if} \left(Kstp0_{i4} < 0, Kstp0_{i4} + Psd_{int}, Kstp0_{i4} \right)$$

$$\text{Rez2} := \text{for } i \in 0..N4$$

$jchs \leftarrow Kstp_i$ $\text{while } V_{i,jchs} \leq V_{i,jchs} + Psd_h$ $\quad jchs \leftarrow jchs + 1$ $lp0_i \leftarrow jchs$	The insolation for the summer and winter caloric half-year
---	---

Продолжение Приложения

```

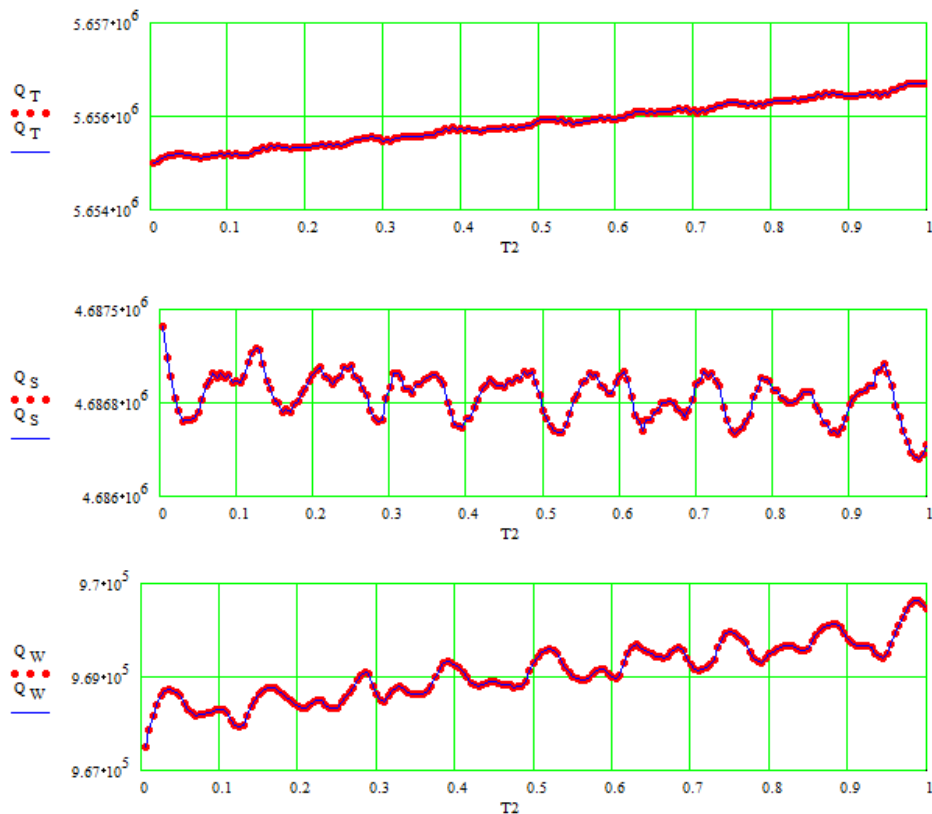
VSp0 ← 0
for j4 ∈ 0..Psdh_1
  VSpj4+1 ← VSpj4 + Vi,Ip0,j4
  QSi ← VSpPsdh_1+1 + 0.5·Δdtrh·Vi,Ip0,j4 + Psdh
  [ QS ]
  [ Ip0 ]

```

$$Q_S := \text{Rez2}_0 \quad Ip0 := \text{Rez2}_1 \quad Q_{W_{i4}} := Q_{T_{i4}} - Q_{S_{i4}}$$

The insolation dynamics.

$$\phi_{g_{111}} = 65.00000000000003$$



9. The summer insolation in equivalent latitudes

For Earth 35 – 10

25

i0mn := 36 – 0

i30 := 0..i0mn

i0mn = 36

R2 := READPRN("InsSNJMa.pm")

"InsCvSNJ.pm"

"InsSNJMa.pm"

QSN0_{i30} := R2_{i30,0}

fgN0_{i30} := R2_{i30,1}

Av1_{i30} := R2_{i30,2}

Bv1_{i30} := R2_{i30,3}

Cv1_{i30} := R2_{i30,4}

MnV0 := min(QSN0)

MxV0 := max(QSN0)

MnV0 = 4.71669517247683·10⁶

MxV0 = 5.97500409821672·10⁶

QSN1_{i4} := if(Q_{S_{i4}} > MnV0, Q_{S_{i4}}, MnV0)

QSN_{i4} := if(QSN1_{i4} < MxV0, QSN1_{i4}, MxV0)

In3_{i30,i4} := if(QSN0_{i30} ≥ QSN_{i4}, i30, 0)

iv0max := max(In3)

iv0max = 36

MnV00111(T1) := MnV0

iv0 := for i4 ∈ 0..N4

max ← 0

for i6 ∈ 0..i0mn

iv1_{i4} ← In3_{i6,i4} if max ≤ In3_{i6,i4}

i0mn = 36

R2_{i0mn,0} = 4.71669517247683·10⁶

max ← In3_{i6,i4} if max ≤ In3_{i6,i4}

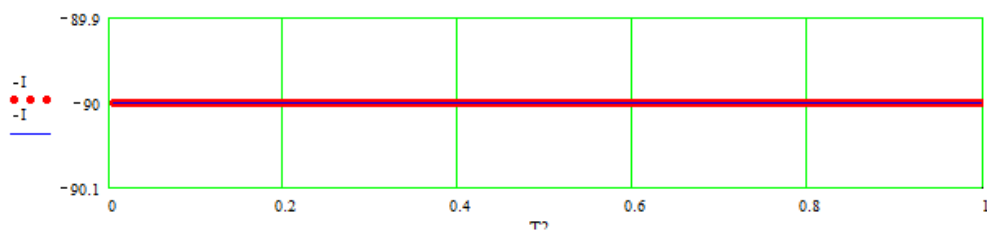
iv1

Продолжение Приложения

$$iv1_{i4} := \text{if}(iv0_{i4} = i0mn, i0mn - 1, iv0_{i4}) \quad iv1_{\max} := \max(iv1) \quad iv1_{\min} := \min(iv1) \quad iv1_{\max} = 35 \quad iv1_{\min} = 35$$

$$iv_{i4} := \text{if}(iv1_{i4} = 0, iv1_{i4} + 1, iv1_{i4}) \quad iv_{\min} := \min(iv) \quad iv_{\min} = 35$$

$$I_{i4} := Av1_{iv_{i4}-1} \cdot (QSN_{i4})^2 + Bv1_{iv_{i4}-1} \cdot QSN_{i4} + Cv1_{iv_{i4}-1} \quad \phi_{g_{111}} = 65.00000000000003 \quad T2_{i5} = 0.500000001$$



The summer insolation in equivalent latitudes

10. The annual insolation in equivalent latitudes

$$i0mnt := 36 - 0 \quad i30t := 0..i0mnt \quad i0mnt = 36$$

$$R3 := \text{READPRN}("InsTNJMa.pm") \quad "InsCvTNJ.pm" \quad "InsTNJMa.pm"$$

$$QTN0_{i30t} := R3_{i30t,0} \quad fgN0t_{i30t} := R3_{i30t,1} \quad Avt_{i30t} := R3_{i30t,2} \quad Bvt_{i30t} := R3_{i30t,3} \quad Cvt_{i30t} := R3_{i30t,4}$$

$$MnVt := \min(QTN0) \quad MxVt := \max(QTN0) \quad MnVt = 4.75304168027765 \cdot 10^6 \quad MxVt = 1.06421184924636 \cdot 10^7$$

$$QTN1_{i4} := \text{if}(Q_{T_{i4}} > MnVt, Q_{T_{i4}}, MnVt) \quad QTN_{i4} := \text{if}(QTN1_{i4} < MxVt, QTN1_{i4}, MxVt)$$

$$In3t_{i30t,i4} := \text{if}(QTN0_{i30t} \geq QTN_{i4}, i30t, 0) \quad iv0t_{\max} := \max(In3t) \quad iv0t_{\max} = 26$$

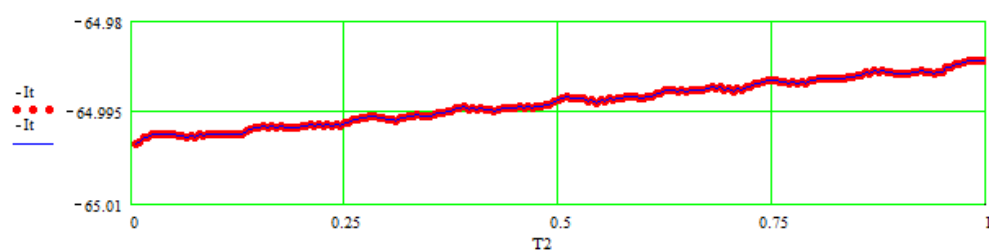
$$iv0t := \text{for } i4 \in 0..N4$$

$$\begin{array}{l} \max \leftarrow 0 \\ \text{for } i6t \in 0..i0mnt \\ \quad \left| \begin{array}{l} iv1t_{i4} \leftarrow In3t_{i6t,i4} \quad \text{if } \max \leq In3t_{i6t,i4} \\ \max \leftarrow In3t_{i6t,i4} \quad \text{if } \max \leq In3t_{i6t,i4} \end{array} \right. \quad i0mnt = 36 \quad R3_{i0mnt,0} = 4.75304168027765 \cdot 10^6 \\ iv1t \end{array}$$

$$iv1t_{i4} := \text{if}(iv0t_{i4} = i0mnt, i0mnt - 1, iv0t_{i4}) \quad iv1t_{\max} := \max(iv1t) \quad iv1t_{\min} := \min(iv1t) \quad iv1t_{\max} = 26 \quad iv1t_{\min} = 25$$

$$ivt_{i4} := \text{if}(iv1t_{i4} = 0, iv1t_{i4} + 1, iv1t_{i4}) \quad ivt_{\min} := \min(ivt) \quad ivt_{\min} = 25$$

$$It_{i4} := Avt_{ivt_{i4}-1} \cdot (QTN_{i4})^2 + Bvt_{ivt_{i4}-1} \cdot QTN_{i4} + Cvt_{ivt_{i4}-1} \quad \phi_{g_{111}} = 65.00000000000003 \quad T2_{i5} = 0.500000001$$



The annual insolation in equivalent latitudes

$$It_0 = 65.00006050974247$$

11. The winter insolation in equivalent latitudes

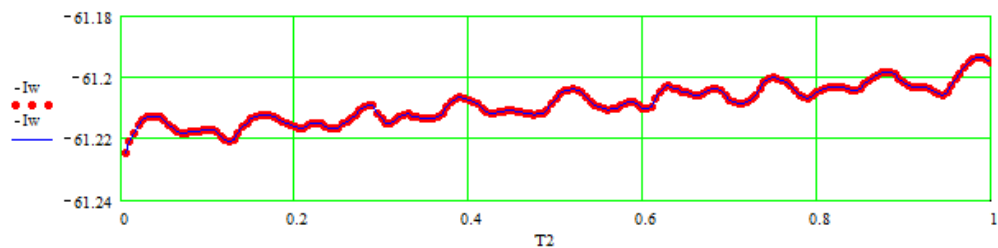
For Earth 36 - 1

$$i0mnw := 36 - 0 \quad i30w := 0..i0mnw \quad i0mnw = 36$$

$$R4 := \text{READPRN}("InsWNJMa.pm") \quad "InsWNJMa.pm" \quad "InsCvWNJ.pm"$$

Окончание Приложения

$QWN0_{i30w} := R4_{i30w,0}$ $fgN0w_{i30w} := R4_{i30w,1}$ $Avw_{i30w} := R4_{i30w,2}$ $Bvw_{i30w} := R4_{i30w,3}$ $Cvw_{i30w} := R4_{i30w,4}$
 $MnVw := \min(QWN0)$ $MxVw := \max(QWN0)$ $MnVw = 3.63891193679301 \cdot 10^4$ $MxVw = 4.66711439424683 \cdot 10^6$
 $QWN1_{i4} := \text{if}(Q_{W_{i4}} > MnVw, Q_{W_{i4}}, MnVw)$ $QWN_{i4} := \text{if}(QWN1_{i4} < MxVw, QWN1_{i4}, MxVw)$
 $In3w_{i30w,i4} := \text{if}(QWN0_{i30w} \geq QWN_{i4}, i30w, 0)$ $iv0wmax := \max(In3w)$ $iv0wmax = 24$
 $iv0w := \text{for } i4 \in 0..N4$
 $\max \leftarrow 0$
 for $i6w \in 0..i0mnw$
 $iv1w_{i4} \leftarrow In3w_{i6w,i4}$ if $\max \leq In3w_{i6w,i4}$
 $\max \leftarrow In3w_{i6w,i4}$ if $\max \leq In3w_{i6w,i4}$ $i0mnw = 36$ $R4_{i0mnw,0} = 3.63891193679301 \cdot 10^4$
 $iv1w$
 $iv1w_{i4} := \text{if}(iv0w_{i4} = i0mnw, i0mnw - 1, iv0w_{i4})$ $iv1wmax := \max(iv1w)$ $iv1wmin := \min(iv1w)$ $iv1wmax = 24$ $iv1wmin = 24$
 $ivw_{i4} := \text{if}(iv1w_{i4} = 0, iv1w_{i4} + 1, iv1w_{i4})$ $ivwmin := \min(ivw)$ $ivwmin = 24$ $fgN0w_{ivwmin} = 60$
 $Iw_{i4} := Avw_{ivw_{i4}} - 1 \cdot (QWN_{i4})^2 + Bvw_{ivw_{i4}} - 1 \cdot QWN_{i4} + Cvw_{ivw_{i4}} - 1$ $\phi_{g111} = 65.00000000000003$ $T2_{i5} = 0.500000001$



The winter insolation in equivalent latitudes

