

ISSN 0016-7886

**ГЕОЛОГИЯ  
И  
ГЕОФИЗИКА**

---

**RUSSIAN  
GEOLOGY  
AND  
GEOPHYSICS**

**II**

**Том 49, 2008**

НОВОСИБИРСК  
АКАДЕМИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО «ГЕО»

ТЕКТОНИКА И ГЕОДИНАМИКА

СОСТАВНАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ И ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОНТИНЕНТОВ

В.П. Мельников, И.И. Смутьский, Я.И. Смутьский\*

*Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, а/я 1230, Россия*

*\* Институт теплофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Лаврентьева, 1, Россия*

В астрономической теории изменения климата используется приближенное решение задачи о вращательном движении Земли. Ее результаты не проверены другими методами. Рассматривается модель Земли, периферийные части которой представляют эволюцию ее оси вращения. Исследована динамика такой модели при воздействии на нее Солнца, Луны и планет. Рассчитаны нутационные колебания, согласующиеся с результатами, полученными другими методами. Периодические сближения и удаления периферийных тел могут быть использованы для моделирования взаимодействия континентов.

*Вращение Земли, моделирование, нутация, взаимодействие континентов.*

COMPOUND MODELING OF EARTH ROTATION AND POSSIBLE IMPLICATIONS  
FOR INTERACTION OF CONTINENTS

V.P. Mel'nikov, I.I. Smul'skii, and Ya.I. Smul'skii

The theory of orbital climate forcing implies an approximate Earth rotation model, which has never been checked against other methods. We simulate the rotating Earth in compound models as a system of equal peripheral parts that orbit a central body and investigate the orbital evolution as affected by the gravity pull from the Sun, the Moon, and the planets. The predicted nutation cycles agree well with estimates by other methods. The model of periodic convergence and divergence of peripheral bodies may be useful to explain interaction of continents.

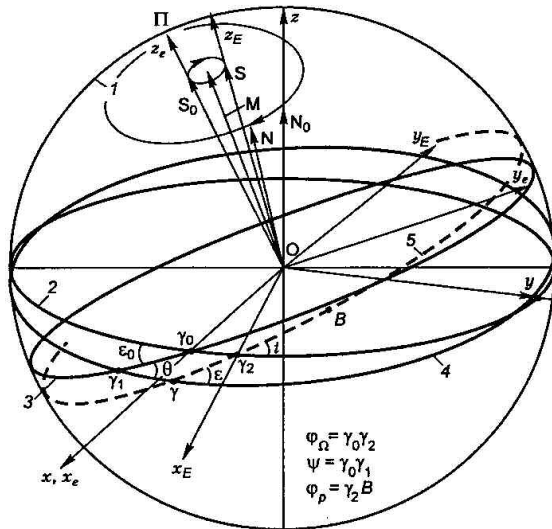
*Earth rotation, modeling, nutation, interaction of continents*

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При изучении сложных явлений часто прибегают к моделям. Например, в работе [Сербуленко, 1996] моделируется образование протопланет. Такой метод позволяет получить результаты, которые другим способом получить затруднительно. Исследование поведения оси вращения Земли на больших интервалах времени является сложной проблемой со многими неопределенностями. В работе рассматривается динамика модели вращающейся Земли, позволяющая получить представление об эволюции оси вращения Земли.

Количество тепла, поступающего от Солнца на площадку земной поверхности, зависит от трех факторов: ее наклона к солнечным лучам, длительности освещения и отдаленности от Солнца. Из-за воздействия планет, Луны и Солнца орбита Земли и ее ось вращения изменяются, поэтому меняются положения площадок земной поверхности относительно Солнца. М.М. Миланкович [1939] показал, что в соответствии с отмеченными тремя факторами изменение инсоляции поверхности Земли на разных ее широтах определяется эксцентриситетом  $e$  орбиты Земли и двумя параметрами плоскости ее орбиты (рис. 1, усл. 5) по отношению к подвижной плоскости экватора: положением перигелия  $\varphi_{\text{пр}} = \gamma V$  и углом наклона  $\epsilon$  плоскости орбиты. Самое большое влияние на инсоляцию оказывает угол наклона  $\epsilon$ , период колебаний которого  $T_{\epsilon} = 41.1$  тыс. лет. Величина  $T_{\epsilon}$  является основным периодом изменения инсоляции [Berger, Loutre, 1991]. Эти данные получены в результате приближенного решения уравнений орбитального и вращательного движений Земли аналитическими методами.

Решение уравнений орбитального движения повторялось несколькими группами исследователей, каждый раз с применением более точных методов. В настоящее время можно считать достоверными результаты по эволюции орбит за 100 млн лет. Однако задача о вращательном движении Земли решалась



**Рис. 1.** Параметры орбит и оси Земли в неподвижных экваториальной  $x_e y_e z_e$  и эклиптической  $x_e y_e z_e$  системах координат.

$I$  — небесная сфера; плоскости в начальную эпоху  $T_0$ : 2 — экватора Земли, 3 — орбиты Земли (плоскость неподвижной эклиптики); плоскости в эпоху  $T$ : 4 — экватора Земли, 5 — орбиты Земли относительно Солнца, а также периферийного тела относительно Земли. Единичные векторы:  $N$  — ось вращения Земли, а также ось орбиты периферийного тела,  $S$  — оси орбиты Земли;  $M$  — вектор момента количества движения Солнечной системы;  $N_0, S_0$  — аналогичные оси в эпоху  $T_0$ ;  $x_E y_E z_E$  — подвижная эклиптическая система координат, связанная с подвижной орбитой Земли;  $\Pi$  — полюс неподвижной эклиптики;  $\gamma_0, \gamma$  — точки весеннего равноденствия в эпоху  $T_0$  и  $T$ ;  $\gamma_1, \gamma_2$  — точки пересечения соответствующих плоскостей на небесной сфере;  $B$  — положение перигелия на небесной сфере;  $\varphi_\Omega = \gamma_0 \gamma_2$  — угловое расстояние восходящего узла орбиты;  $\varphi_p = \gamma_2 B$  — угловое расстояние перигелия;  $i$  — угол наклона плоскости орбиты к плоскости неподвижного экватора;  $\varphi_{p'}$  —  $\gamma B$  — угловое положение перигелия в подвижных координатах.  $\psi = \gamma_0 \gamma_1$  — угол прецессии плоскости экватора.

схематично. Дифференциальные уравнения второго порядка были упрощены до уравнений первого порядка, уравнений Пуассона, в результате решения которых получен период  $T_\epsilon = 41.1$  тыс. лет. Период  $T_\epsilon$  не подтвержден другими способами решения этой проблемы. Существует ряд положений, вызывающих сомнения в нем. Во-первых, только дифференциальные уравнения второго порядка могут описать действительные вращательные движения. В последнее время ученые, в том числе [Смульский, Сеченов, 2007], численно решали их на интервалах времени в несколько тысяч лет и получили нутационные колебания с небольшими периодами, совпадающие с наблюдаемыми. Во-вторых, при решении уравнений Пуассона первого порядка на больших промежутках времени наклон плоскости экватора к подвижной плоскости орбиты неустойчив и изменяется хаотически [Laskar, 1996; Laskar et al., 2004]. Это подтверждает наши сомнения в справедливости самих уравнений. И, в-третьих, существуют отличия между рассчитанными по уравнениям Пуассона значениями угла  $\epsilon$  и величинами, которые наблюдались еще древними астрономами [Ньютон, 1985].

Представленные сомнения относительно достоверности результатов по эволюции угла  $\epsilon$ , а также сложность задачи о вращательном движении планеты диктуют необходимость другого ее решения. Этот способ выявился в результате проведения нами следующих исследований.

Мы решили задачу об орбитальном движении Земли, планет и Луны на промежутках времени в 100 млн лет и исследовали эволюцию их орбит [Мельников и др., 2000; Мельников, Смульский, 2004; Смульский, 2005]. Например, динамика плоскости земной орбиты (см. рис. 1, усл. 5) обусловлена прецессией оси орбиты  $S$  относительно момента количества движения  $M$  Солнечной системы с периодом  $T_{0E} = 68.7$  тыс. лет [Смульский, 2003а, 2005]. Ось орбиты  $S$  вращается вокруг  $M$  по часовой стрелке, т.е. против орбитального движения. При этом угол между векторами  $S$  и  $M$  (угол нутации  $\theta_s$ ) изменяется от  $0^\circ$  до  $2.9^\circ$  с разными периодами. Наибольшую амплитуду имеет период нутации оси земной орбиты  $T_{sn1} = 97.4$  тыс. лет.

Из астрономических наблюдений [Справочное руководство..., 1976] известно, что ось вращения Земли  $N$  (см. рис. 1) прецессирует вокруг подвижной оси земной орбиты  $S$  также по часовой стрелке и с периодом  $T_{prE} = 25.7$  тыс. лет. При этом угол  $\epsilon$  между векторами  $N$  и  $S$  колеблется с разными периодами и амплитудами. Таким образом, ось земной орбиты  $S$ , как и ось вращения Земли  $N$ , совершает и прецессионное и нутационное движения. Однако, в отличие от последней, ось орбиты  $S$  вращается вокруг неподвижного в пространстве вектора  $M$ .

Аналогичные исследования мы выполнили для орбиты Луны в диапазонах  $-2$  млн лет  $\leq T \leq 0$  и  $-100$  млн лет  $\leq T \leq -98$  млн лет. Было установлено, что ось орбиты Луны прецессирует относительно подвижной оси орбиты Земли  $S$  с периодом  $T = 18.6$  лет. При этом нутационные колебания ее оси относительно оси орбиты Земли  $S$  имеют малую величину и период  $T_n = 0.47$  года, значительно меньший периода прецессии. Таким образом, выяснилось, что поведение оси орбиты Луны еще ближе к поведению оси вращения Земли  $N$ , так как они прецессируют вокруг подвижной оси орбиты Земли  $S$ .

Так как оси орбит планет и Луны имеют такую же динамику, как и ось вращения Земли, то представляется возможным рассмотреть задачу о вращательном движении Земли следующим образом. Можно представить вращающуюся Землю в виде нескольких осесимметрично расположенных тел в экваториальной плоскости. Задача о взаимодействии таких тел была решена Е.А. Гребениковым [1998] и И.И. Смутьским [1999, 2003б], поэтому их положения и скорости можно точно задать. Под воздействием планет, Солнца и Луны эта система будет эволюционировать, и поведение такой составной модели вращающейся Земли будет моделировать эволюцию ее оси вращения.

#### ФОРМУЛИРОВКА СОСТАВНОЙ МОДЕЛИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

Рассмотрим систему  $n$  тел с равными массами  $m_1$ , осесимметрично расположенных в экваториальной плоскости вокруг центрального тела с массой  $m_0$  (рис. 2). Параметры составной модели вращающейся Земли определяются из следующих условий.

Суммарная масса периферийных тел и центрального тела равна массе Земли  $M_E$ :

$$M_E = m_1 n + m_0. \quad (1)$$

Периферийные тела обращаются по круговой орбите с угловой скоростью вращения Земли  $\omega_E$ , которая, согласно точному решению осесимметричной задачи [Смутьский, 2003б], определяется следующим выражением:

$$G(m_0 + m_1 f_n)/a^3 = \omega_E^2, \quad (2)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная;  $a$  — радиус орбиты  $n$  тел; функция  $f_n$  зависит от числа тел  $n$ :

$$f_n = 0.25 \sum_{i=2}^n \frac{1}{\sin [(i-1)\pi/n]}. \quad (3)$$

Моменты инерции Земли относительно оси  $x$  (в плоскости экватора) и системы тел равны

$$J_{Ex} = 0.4 M_E R_{Ep}^2 = 0.4 m_0 R_0^2 + 0.5 m_1 n a^2, \quad (4)$$

где  $R_{Ep}$  — полярный радиус Земли;  $R_0$  — радиус центрального тела.

Равны также их моменты инерции относительно оси  $z$ :

$$J_{Ez} = J_{Ex}(1 - E_d) = 0.4 m_0 R_0^2 + m_1 n a^2, \quad (5)$$

где  $E_d = 3.2737752 \cdot 10^{-3}$  — динамическая эллиптичность Земли.

Радиусы тел  $R_0$  и  $R_1$  определяются из их масс на основании средней плотности

$$R_0 = (3m_0/(4\pi\rho_E))^{1/3}, \quad R_1 = (3m_1/(4\pi\rho_E))^{1/3}, \quad (6)$$

где средняя плотность Земли

$$\rho_E = 3M_E/4\pi R_{Ee}^3, \quad (7)$$

где  $R_{Ee}$  — экваториальный радиус Земли.

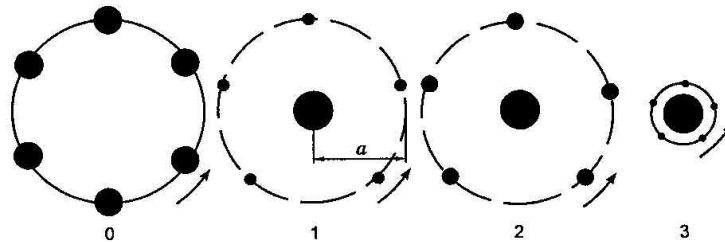


Рис. 2. Составные модели вращения Земли и их параметры при  $R_{Ee} = 6.37816 \cdot 10^6$  м,  $M_E = 5.9742 \cdot 10^{24}$  кг;  $T_n = 2\pi/\omega$  — период обращения периферийного тела вокруг Земли.

Модель 0:  $m_1 = 9.96 \cdot 10^{23}$  кг,  $a/R_{Ee} = 4.45$ ,  $T_n = 23.93$  ч; модель 1:  $m_1 = 3.57 \cdot 10^{19}$  кг,  $a/R_{Ee} = 6$ ,  $T_n = 23.93$  ч; модель 2:  $m_1 = 7.21 \cdot 10^{19}$  кг,  $a/R_{Ee} = 6$ ,  $T_n = 23.94$  ч; модель 3:  $m_1 = 0.54 \cdot 10^{19}$  кг,  $a/R_{Ee} = 1$ ,  $T_n = 1.408$  ч.

Системой четырех нелинейных алгебраических уравнений (1), (2), (4) и (5) определяются четыре параметра составной модели: их массы  $m_0$  и  $m_1$ , количество  $n$  и радиус орбиты  $a$ . Она использовалась для анализа параметров в широких пределах, в том числе для различных значений  $n$ . Однако при исследовании этой системы возникают две проблемы. Во-первых, решения существуют не при всех значениях параметров. Во-вторых, так как количество тел  $n$  дискретно, то точно удовлетворить этим уравнениям невозможно. Из условия целесообразности определилось количество периферийных тел, и вместо двух уравнений (4) и (5) использовались следующие условия. Для модели 1 момент инерции, создаваемый периферийными телами, приравнивался к разности моментов инерции Земли

$$m_1 n a^2 = J_{Ez} - J_{Ex}. \quad (8)$$

Для модели 2 приравнивались моменты инерции модели, согласно (4), (5), и Земли, в результате чего получено выражение

$$\frac{0.5 m_1 n a^2}{0.4 m_0^{5/3} (3/4 \pi \rho_E)^{2/3} + m_1 n a^2} = \frac{J_{Ez} - J_{Ex}}{J_z} = E_d. \quad (9)$$

Были численно проинтегрированы уравнения движения [Мельников, Смутьский, 2004] пяти тел составной модели, Луны, девяти планет и Солнца, т.е. всего 16 тел, и исследована эволюция вышеупомянутых двух моделей. Выяснилось, что орбиты их прецессируют вокруг подвижной оси S орбиты Земли с периодом  $T_{pr} = 170$  лет, который значительно меньше периода прецессии оси N Земли  $T_{prE} = 25.7$  тыс. лет. В связи с этим были проанализированы результаты и установлено, что период прецессии можно увеличить при уменьшении радиуса  $a$  составной модели. В третьей модели был принят радиус модели, равный экваториальному радиусу Земли  $a = R_E$ , а чтобы тела не соприкасались друг с другом, плотность их была удвоена по сравнению с плотностью Земли

$$\rho_0 = 2\rho_E. \quad (10)$$

Угловая скорость  $\omega$  орбитального обращения для нее определялась из выражения (2):

$$\omega^2 = G(m_0 + m_1 f_n) / R_E. \quad (11)$$

Кроме трех перечисленных моделей вращающейся Земли рассматривалась еще одна, названная нами нулевой (см. рис. 2). Параметры ее определились из уравнений (1) — (5), но при  $m_0 = 0$ , т.е. без центрального тела. В результате интегрирования уравнений движения было установлено, что после двух оборотов тела начинают смещаться от состояния осевой симметрии. Затем два тела быстро сближаются, и вся система разрушается. Это обусловлено тем, что большая масса периферийных тел создает большую силу притяжения между ними. Эта сила начинает стремительно расти, когда тела под воздействием Луны и других небесных тел выходят из состояния взаимного равновесия и начинают сближаться, поэтому эта модель в дальнейшем не рассматривалась. Окончательные параметры моделей приведены на рис. 2.

Уравнения движения 16 тел численно интегрировались с шагом интегрирования  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$  года для первых двух моделей и с шагом  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}$  года для третьей модели. Через определенные интервалы времени результаты интегрирования записывались в файлы. По данным файлов проводился повторный расчет за время одного обращения одного из периферийных тел, и определялись 12 параметров его орбиты относительно центра Земли (см. рис. 1, усл. 5), в том числе угла положения восходящего узла  $\varphi_\Omega$  в плоскости неподвижного экватора, угла наклона плоскости орбиты  $i$  к этой же плоскости и эксцентриситета орбиты  $e$ .

Эти исследования проводились через интервалы времени разной величины и на промежутках времени до 110 тыс. лет. Кроме того, эти исследования проводились без интервалов, т.е. в непрерывном движении на протяжении разного количества обращений периферийного тела, включительно до 20 тыс. обращений.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

**Изучение динамики тел в модели.** В программе Galactica предусмотрена возможность наблюдения на экране монитора результатов интегрирования уравнений движения тел в разных режимах. Визуальное изучение движения тел позволяет понять механизм происходящего и определиться с направлением дальнейших количественных исследований. На рис. 3 представлены девять разных положений тел относительно центрального тела для третьей модели. По моментам времени видно, что вначале до  $t = 0.328$  года, периферийные тела  $m_1$  движутся осесимметрично. Однако через 0.339 года осесимметричность нарушается и через 0.361 года периферийные тела сближаются на минимальное расстояние.

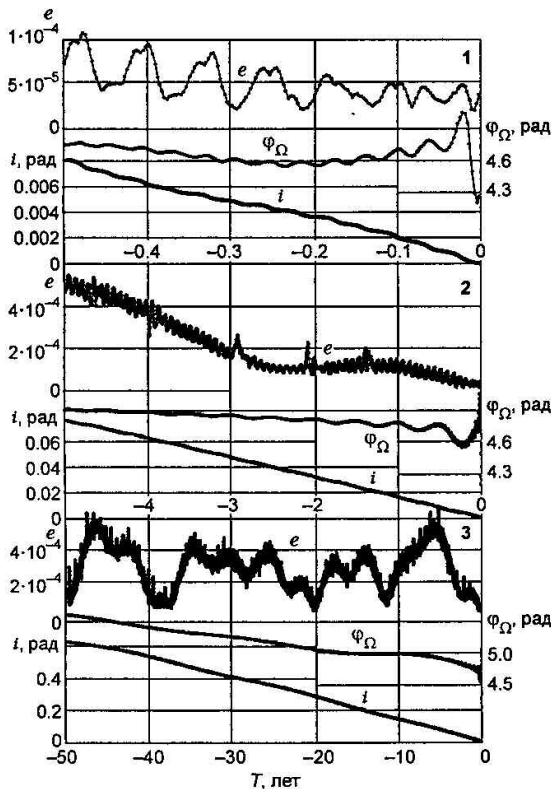
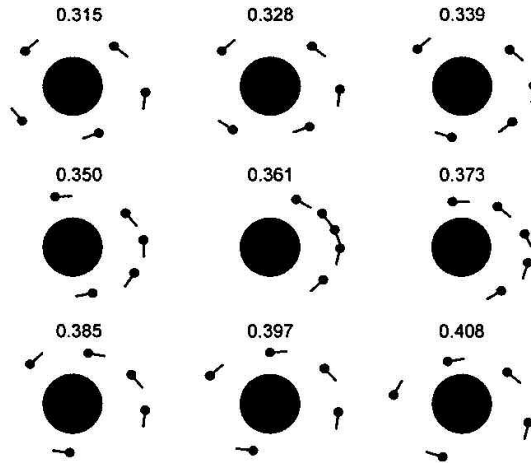
**Рис. 3.** Динамика периферийных тел третьей модели в разные моменты времени (даны цифрами в годах) от начального момента.

Затем они снова отдаляются друг от друга и следующее сближение происходит через 0.094 года. Такие сближения и расхождения тел в дальнейшем повторяются.

Аналогичные колебания происходят и для остальных моделей. Приведем последовательные моменты сближения периферийных тел в годах для первой модели: 1.4; 2; 2.6; 3.2; 3.8; 4.7; 5; 5.6; 6.4; 7.1; 7.7; 8.2; 8.9 лет. Из этого ряда видно, что период между сближениями колеблется от 0.5 до 0.8 года. Средний за 15 лет период между сближениями равен 0.66 года. Для периферийных тел второй модели средний период между сближениями равен 0.32 года. Вторая модель отличается от первой в два раза большей массой периферийных тел (см. рис. 2). Это приводит к увеличению силы взаимодействия между ними в четыре раза, чем, по-видимому, и обусловлено уменьшение периода сближения в два раза.

В третьей модели по сравнению с первой в шесть раз уменьшалось расстояние между периферийными телами и в 17 раз увеличилось количество оборотов за ту же единицу времени. Эти факторы способствуют уменьшению времени между сближениями.

Несмотря на повторяющиеся сближения тел, они не приближаются на критические расстояния, на которых взаимное притяжение привело бы к разрушению системы. Мы проинтегрировали уравнение движения для первой модели за 110 тыс. лет, а для третьей — за 40 тыс. лет. Эти системы продолжали существовать и не было каких-либо признаков их возможного разрушения.



**Эволюция орбиты периферийного тела.**

После визуального изучения динамики тел объектом исследования стала орбита одного из тел относительно центрального тела. На рис. 4 представлена эволюция трех параметров тела первой модели ( $e$ ,  $\varphi_{\Omega}$ ,  $i$ ) на трех интервалах времени: 0...-0.5 лет, 0...-5 лет и 0...-50 лет. Угловые параметры  $\varphi_{\Omega}$  и  $i$  рассматриваются в невращающейся экваториальной системе координат  $xyz$ , в центре  $O$  (см. рис. 1) которой находится центральное тело. Исследование орбит периферийного тела проводилось без интервалов, т.е. пооборотно.

Начальные условия тел заданы для круговой орбиты, но из поведения эксцентриситета  $e$  следует, что уже при первом обращении (см. рис. 4; 1) он имеет очень малую, но не равную нулю величину, т.е. орбита отличается от окружности. В дальнейшем эксцентриситет орбиты немонотонно увеличивается. Период первых колебаний эксцентриситета  $T_{e1} = 0.0714$  лет =

**Рис. 4.** Пооборотная эволюция параметров орбиты тела первой модели ( $e$ ,  $\varphi_{\Omega}$ ,  $i$ ) на интервалах:

1 — 0...-0.5 лет; 2 — 0...-5 лет; 3 — 0...-50 лет.  $T$  — время в юлианских годах от 30.12.1949 г.; интервал времени между точками равен периоду обращения периферийного тела вокруг центрального.

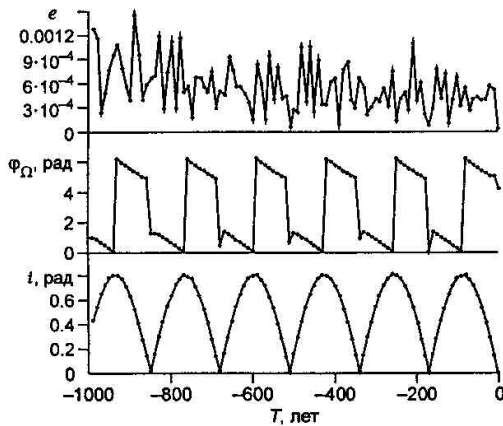


Рис. 5. Эволюция параметров орбиты тела первой модели ( $e, \varphi_{\Omega}, i$ ) на интервале 1000 лет.

Интервал между точками 10 лет.

$= 26.1$  дня. Тенденция увеличения со временем эксцентриситета  $e$  сохраняется и на более длительных промежутках времени  $0 \dots -5$  лет и  $0 \dots -50$  лет. На интервале  $0 \dots -5$  лет хорошо видны колебания с периодом  $T_{e1}$ . На последнем интервале проявилась вторая гармоника изменения эксцентриситета с периодом  $T_{e2} = 10$  лет, величина  $e$  достигает  $6 \cdot 10^{-4}$ .

По величине угла восходящего узла  $\varphi_{\Omega} = 4.3$  рад  $\approx 1.5\pi$  видно (см. рис. 4; 1), что орбита поворачивается вокруг оси  $y$ . В начальный период  $\varphi_{\Omega}$  изменяется аperiodически с затухающими колебаниями, затем на диапазонах  $0 \dots -5$  и  $0 \dots -50$  лет устанавливается монотонное увеличение положения восходящего узла.

Угол наклона орбиты  $i$  во всех диапазонах непрерывно растет (см. рис. 4). Затем по достижению максимального значения  $i_{\max} = 0.815$  рад (рис. 5) угол наклона  $i$  снова уменьшается до нулевого значения. Такие колебания угла наклона происходят с периодом  $T_{pr} = 170$  лет. Максимальные значения угла  $i_{\max}$  составляют удвоенный угол между осями Земли  $N$  и ее орбиты  $S$ , т.е.  $0.408$  рад  $= 23.4^\circ$ .

Угол восходящего узла  $\varphi_{\Omega}$  (см. рис. 5) продолжает расти, достигает значения  $2\pi$ . На графиках (при  $\varphi_{\Omega} > 2\pi$ ) величина  $2\pi$  вычитается из  $\varphi_{\Omega}$ , поэтому падение до нулевого значения — это переход через  $2\pi$ . Итак, рост  $\varphi_{\Omega}$  продолжается до  $\varphi_{\Omega} \approx \pi/2 + 2\pi$ , затем происходит разрыв  $\varphi_{\Omega}$  в момент, когда  $i = 0$ . Такое изменение угла восходящего узла свидетельствует о вращении орбиты по часовой стрелке с периодом  $T_{pr}$ , на интервале 1000 лет она совершила почти шесть полных оборотов (см. рис. 5).

На промежутке в 1000 лет с интервалом между точками 10 лет (см. рис. 5) эксцентриситет достигает значений  $e = 0.0015$ . Периодов колебаний, больших  $T_{e2} = 10$  лет, не наблюдается.

На промежутке  $0 \dots -110$  тыс. лет с интервалом между точками 2 тыс. лет эксцентриситет орбиты  $e$  и продолжительность оборота растут, а угол наклона орбиты не превышает максимального значения  $i_{\max} = 0.815$  рад. На этом интервале эксцентриситет изменяется также колебательно и достигает максимальных значений  $e = 0.0035$ .

Аналогичные исследования выполнены для моделей 2 и 3. Все отмеченные особенности для них повторяются: аperiodические изменения угла  $\varphi_{\Omega}$  в начале, колебания эксцентриситета, вращение орбиты. Имеются численные отличия для модели 3. Первый период изменения эксцентриситета  $T_{e1} = 14.1$  дня, а также с некоторого момента устанавливаются колебания  $e$  с периодом 143 года. Период вращения орбиты третьей модели  $T_{pr} = 2604$  года.

**Прецессия орбиты периферийного тела.** Параметры орбиты  $i$  и  $\varphi_{\Omega}$  позволяют определить проекции единичного вектора оси орбиты  $N$  тела составной модели на оси неподвижной экваториальной системы координат  $x, y, z$  (см. рис. 1):

$$N_x = \sin i \cos \varphi_{\Omega}, \quad N_y = -\sin i \sin \varphi_{\Omega}, \quad N_z = \cos i, \quad (12)$$

где  $N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} = 1$ .

С целью упрощения изображения штриховой линией  $\gamma\gamma_2 B$  (см. рис. 1) обозначены плоскость орбиты как тела составной модели, так и Земли. В системе координат  $x, y, z$  обозначим положение восходящего узла подвижной орбиты Земли через  $\varphi_E$ , а наклон орбиты к неподвижной плоскости экватора через  $i_E$ . Введем связанную с подвижной орбитой Земли систему координат  $x_E, y_E, z_E$ , в которой ось  $z_E$  направлена по оси орбиты Земли  $S$ , а ось  $x_E$  проходит через ее восходящий узел  $\gamma_2$  в плоскости неподвижного экватора (подвижная эллиптическая система координат). Тогда проекции оси  $N$  орбиты тела на оси подвижной системы  $x_E, y_E, z_E$  (см. рис. 1) запишутся:

$$N_{x_E} = N_x \cos \varphi_E + N_y \sin \varphi_E, \quad (13)$$



Сравнительные характеристики прецессии и нутации трех составных моделей вращения Земли

№ модели	$T_{pr}$ , лет	$T_{e1}$ , сут	$T_{n1}$ , сут	$\Delta\epsilon_1 \cdot 10^6$ , рад	$T_{n2}$ , лет	$\Delta\epsilon_2 \cdot 10^5$ , рад	$T_{n3}$ , лет	$\Delta\epsilon_3 \cdot 10^3$ , рад	$T_{n4}$ , лет	$\Delta\epsilon_4 \cdot 10^3$ , рад
1	170	26	13.9	75	0.5	50	19.8	7.8	—	—
2	170	26	13.9	75	0.5	50	19.8	7.8	—	—
3	2604	27	13.9	5	0.5	3	18.6	0.39	2580	1.5
ДУВД	—	—	—	—	0.5	0.268	18.6	0.045	—	—

Примечание.  $\Delta\epsilon_i$  — амплитуда нутационных колебаний. ДУВД — по решениям дифференциальных уравнений вращательного движения Земли [Bretagnon, 1997].

$$N_{y_E} = N_x \sin \varphi_E \cos i_E + N_y \cos \varphi_E \cos i_E + N_z \sin i_E, \quad (14)$$

$$N_{z_E} = N_x \sin \varphi_E \sin i_E + N_y \cos \varphi_E \sin i_E + N_z \cos i_E. \quad (15)$$

На рис. 6 показана эволюция единичного вектора  $\mathbf{N}$  для первой модели на плоскости  $x_E y_E$  подвижной орбиты Земли в двух диапазонах времени:  $0 \dots -1000$  лет и  $0 \dots -110$  тыс. лет. Из графиков видно, что вектор  $\mathbf{N}$  вращается вокруг вектора  $\mathbf{S}$  — оси подвижной орбиты Земли. Эти данные, изображенные относительно неподвижной оси орбиты Земли, расслаиваются. Такие же исследования, выполненные для других моделей, показали, что ось вращения Земли  $\mathbf{N}$  в такой составной модели прецессирует относительно оси подвижной орбиты Земли  $\mathbf{S}$ . Периоды прецессии как раз определяют периоды изменения углов  $i$  и  $\varphi_\Omega$  и равны для первых двух моделей  $T_{pr} = 170$  лет, а для третьей модели  $T_{pr} = 2604$  года.

**Нутационные колебания оси вращения составной модели Земли.** Угол наклона между подвижными осями вращения составной модели Земли  $\mathbf{N}$  и орбиты Земли  $\mathbf{S}$  определяется выражением

$$\epsilon = \arccos N_{z_E}. \quad (16)$$

Для всех исследованных диапазонов трех моделей были рассчитаны углы  $\epsilon$  и изучена их эволюция. Для самых коротких колебаний рассматривалась разность  $\Delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_s$ , где  $\epsilon_s$  — скользящее среднее значение  $\epsilon$ , полученное осреднением на интервале удвоенного первого периода. На рис. 7 на пяти интервалах времени, из которых два интервала (см. рис. 7; 4) показаны нутационные колебания для третьей модели. На интервале  $0 \dots -1$  года выявлены колебания с периодом  $T_{n1} = 13.9$  сут. Так как  $T_{n1}$  является полупериодом обращения Луны вокруг Земли, то эти колебания обусловлены воздействием Луны. На интервале  $0 \dots -4$  года показаны колебания со вторым периодом  $T_{n2} = 0.5$  года, который является полупериодом обращения Солнца относительно Земли. Поэтому эти колебания обусловлены воздействием Солнца.

На интервале  $0 \dots -50$  лет показаны колебания с периодом  $T_{n3} = 18.6$  лет. Это период обращения узлов лунной орбиты. С этим периодом орбита Луны колеблется относительно плоскости эклиптики, в результате чего появляются известные ее положения: «низкая» и «высокая» Луна. Колебания с периодом  $T_{n3} = 18.6$  лет характеризуют основное воздействие Луны на ось вращения Земли.

На интервале  $0 \dots -6$  тыс. лет представлены колебания с наибольшим периодом  $T_{n4} = 2580$  лет. Из графиков видно, что амплитуды нутационных колебаний  $\Delta\epsilon$  увеличиваются с увеличением периода колебаний. Следует отметить, что на графиках (см. рис. 7; 4) имеются колебания с периодом 220 лет, меньшим чем  $T_{n4}$ . Так как точки по времени идут через 20 лет, то их

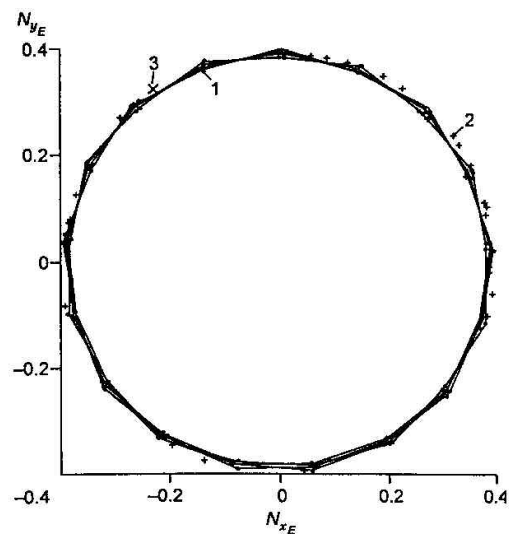
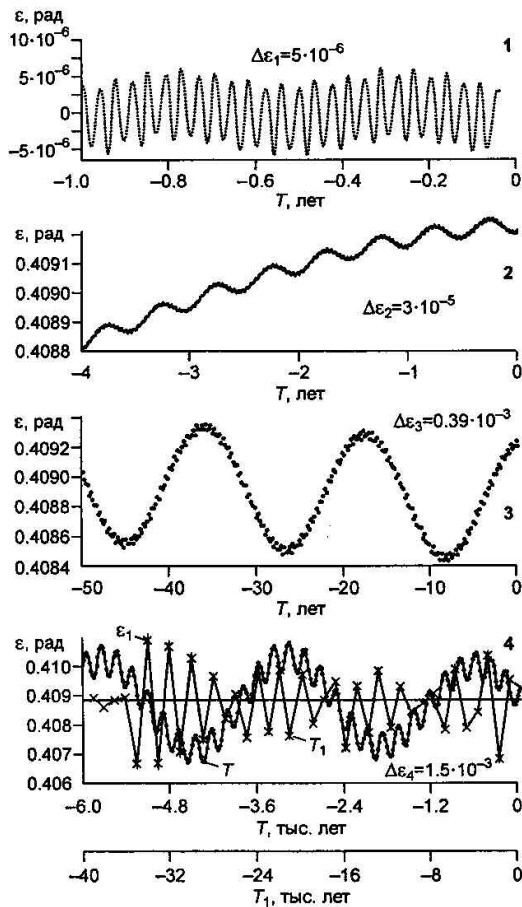


Рис. 6. Прецессия конца единичного вектора  $\mathbf{N}$  оси орбиты периферийного тела первой модели вокруг подвижной оси  $\mathbf{S}$  орбиты Земли на интервалах:

1 —  $0 \dots -1000$  лет; 2 —  $0 \dots -110$  тыс. лет; 3 — положение  $\mathbf{N}$  в конечную эпоху  $-110$  тыс. лет.





**Рис. 7. Нутационные колебания оси вращения составной модели Земли на разных интервалах времени.**

$\Delta \epsilon$  — отклонение угла нутации от скользящего среднего. Пояснение см. в тексте.

колебания с периодом  $T_{n3} = 18.6$  лет отображаются на графике с большим периодом, т.е. колебания с периодом 220 лет в действительности не существуют.

На рис. 7; 4 (шкала  $T_1$ ) рассмотрены нутационные колебания  $\epsilon_1$  на интервале 0...40 тыс. лет с интервалом между точками 1000 лет. Видно, что максимальные значения  $\epsilon_1$  практически не превосходят по величине колебания  $\epsilon$ . Отсюда следует, что на рассмотренном интервале существенных нутационных колебаний с периодом, большим чем  $T_{n4} = 2580$  лет, нет.

Аналогичные исследования были выполнены и для других моделей (таблица). Для них также существуют колебания с тремя первыми периодами, однако колебания с периодом  $T_{n4} = 2580$  лет отсутствуют. Для модели 1 были проведены исследования на интервале 0...110 тыс. лет и колебаний со значимой амплитудой и периодом, большим  $T_{n3}$ , не обнаружено. Были также проведены исследования в конце эпохи -110 тыс. лет на протяжении 10 тыс. непрерывных оборотов, что составляет интервал по времени 28 лет. На этом интервале существуют колебания с теми же периодами  $T_{n1}$ ,  $T_{n2}$  и  $T_{n3}$ , что и представленные в таблице. Таким образом, на всем изученном интервале времени в 110 тыс. лет периоды нутационных колебаний  $\epsilon$  неизменны.

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

**Сопоставление с другими результатами.** Мы предложили новый метод вывода дифференциальных уравнений вращательного движения Земли и численно проинтегрировали их при воздействии на Землю Солнца и планет [Смульский, Сеченов, 2006]. В наших работах показано [Смульский, Сеченов, 2007], что периодическое воздействие тел на ось вращения Земли обусловлено периодичностью их прохождения через плоскость экватора, т.е. полупериодами их оборотов вокруг Земли. Это полностью согласуется с полученными для составной модели периодами нутации колебаний  $T_{n1}$  и  $T_{n2}$ , которые обусловлены моментами прохождения Луны и Солнца через земной экватор.

Следует также отметить некоторую особенность полученных результатов. Как видно (см. рис 7; 1), соседние колебания  $\Delta \epsilon$  неидентичны, однако через период  $T_{n1}$  они повторяются. Поэтому можно выделить еще один период  $2 \cdot T_{n1}$ , с которым колебания  $\Delta \epsilon$  модулируются. Аналогичная ситуация наблюдается и для колебаний с периодом  $T_{n2}$  (см. рис. 7; 2), если их представить в виде разности  $\Delta \epsilon$ . Эти модуляции с периодами  $2 \cdot T_{n1} = 1$  месяц и  $2 \cdot T_{n2} = 1$  год вызваны тем, что орбиты Луны и Солнца относительно Земли являются эллипсами. Поэтому воздействия этих тел на вращение Земли при прохождении по разные стороны плоскости экватора отличаются. Отметим, что эти удвоенные периоды выделяют при обработке данных наблюдения.

В таблице представлены главные периоды и амплитуды колебаний, полученные П. Бретаньоном и др. [Bretagnon et al., 1997] в результате полного решения задачи о вращении Земли за небольшой период времени. Наше решение этой задачи при воздействии на Землю только Солнца также дает период

$T_{n2} = 0.5$  года и амплитуду  $\Delta\epsilon_2 = 0.27 \cdot 10^{-5}$  рад. Периоды нутации  $T_{n2}$  и  $T_{n3}$  (см. таблицу) для составной модели вращения Земли и при непосредственном решении уравнений вращательного движения совпадают. Амплитуды колебаний зависят от характеристик моделей и уменьшаются с уменьшением радиуса орбиты  $a$ . Для Земли амплитуды на порядок меньше, чем для модели 3.

В начале отмечалось, что в астрономических теориях изменения климата учитываются нутационные колебания с периодом  $T_e = 41.1$  тыс. лет, амплитуды которых на протяжении первых  $\sim 400$  тыс. лет имеют величину  $\Delta\epsilon = 1.7 \cdot 10^{-2}$  рад  $= 0.98^\circ$ . Составные модели вращения Земли имеют существенно меньшие амплитуды колебаний и более короткие их периоды (см. таблицу).

Итак, полученные нутационные колебания в составных моделях вращения Земли имеют такие же периоды колебаний, как и полученные при решении упрощенных дифференциальных уравнений вращения Земли второго порядка. Эти периоды подтверждаются наблюдениями. В составных моделях отсутствует период колебаний  $T_e = 41.1$  тыс. лет, который получен в результате решения упрощенных дифференциальных уравнений вращательного движения первого порядка.

**Возможный механизм взаимодействия континентов.** Для изучения эволюции земной оси мы рассмотрели модель Земли, часть массы которой разделена между равномерно распределенными телами в плоскости ее экватора. Поэтому эту модель еще можно назвать моделью «разобленной Земли». Интересно отметить, что И. Ньютон, по словам П.С. Лапласа [1982], также исследовал аналогичную модель: «Рассматривая затем вздутие земного сфероида на экваторе как систему спутников, прилегающих к его поверхности, он нашел, что совместное действие Солнца и Луны стремится обратить вспять движение узлов окружностей, которые они описывают вокруг оси Земли, и что все эти стремления, передаваясь на всю массу этой планеты, должны производить в пересечении ее экватора с эклиптической медленное попятное движение, называемое *прецессией равноденствий*. Итак, причину этого великого явления, зависящего от сжатия Земли и от попятного движения, сообщаемого действием Солнца узлам спутников, два влияния которых Ньютон установил первым, до него нельзя было и заподозрить...». Как мы видим, И. Ньютон «разобшил» Землю на отдельные тела.

В настоящей работе такая модель вращения Земли позволила наряду с прецессией земной оси получить ее нутационные колебания. Кроме этих двух движений в ней проявилось колебательное изменение расстояний между периферийными телами. На рис. 3 показан колебательный процесс сближения и удаления тел для третьей модели. Это явление существует также для первой и второй моделей. Таким образом, сближение и удаление тел является общим свойством вращающейся системы. Если бы эти тела находились на поверхности Земли, то они также совершали такие же движения. Третья модель с величиной  $a = R_{Ee}$  практически моделирует эту ситуацию.

Широко известно поразительное сходство очертаний западной границы американского континента с береговой линией Африки и Европы. Существуют разные предположения о причине такого подобия. Вышепредставленные исследования приводят нас еще к одной причине. Не могли ли контуры этих континентов приспособиться друг к другу в результате многократных сближений? Такие колебания должны были происходить в плоскости, перпендикулярной оси вращения Земли, т.е. так, как и колеблются тела в составной модели.

Если рассматривать континенты как «приподнятые» над Землей тела, то на них, как и на тела составной модели, действуют Луна, Солнце и планеты, и к ним применимы результаты составной модели. В отличие от периферийных тел составной модели континенты не свободны, а связаны с нижними слоями Земли. Поэтому их движению препятствуют силы вязкого трения. В связи с этим периоды сближения и расхождения континентов могут увеличиваться до геологических интервалов времени.

В составной модели сближение тел происходит на расстоянии, достигающее до одной трети размеров их орбиты. Так как размеры тел значительно меньше, это сближение не приводит к столкновению тел. Континенты имеют значительные размеры, поэтому каждое сближение будет приводить к их столкновению. Этим можно объяснить поразительное сходство их соответствующих береговых линий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обоснована и сформулирована составная модель вращения Земли.

Исследованы эволюции трех составных моделей вращающейся Земли: а) на протяжении до 20 тыс. непрерывных обращений периферийного тела; б) через равные промежутки времени в течение до 110 тыс. лет.

Оси орбит прецессируют (вращаются против орбитального движения) вокруг подвижной оси орбиты Земли с разными периодами  $T_{pp}$ , в зависимости от модели, от 170 до 2604 лет.

Модельная ось вращения Земли совершает нутационные колебания с периодами: 14 дней; 0.5 года; 18.6 лет для всех моделей и 2508 лет для третьей модели. Первые три периода колебаний подтверждаются также решениями уравнений вращательного движения и наблюдениями.

Используемый в астрономических теориях изменения климата период нутационных колебаний в 41.1 тыс. лет отсутствует в трех составных моделях вращения Земли.

Периферийные тела составной модели совершают колебания вдоль орбиты, периодически сближаясь и удаляясь. Применительно к континентам этот механизм периодических столкновений может объяснять подобие восточной границы американского континента с береговой линией Европы и Африки.

Все трудоемкие вычисления были выполнены на компьютере МВС1000 Сибирского компьютерного центра СО РАН, сотрудников которого мы благодарим за содействие. Авторы также выражают свою признательность профессору Е.А. Гребеникову (ВЦ РАН, г. Москва) за внимательный анализ статьи и правку ее текста.

#### ЛИТЕРАТУРА

**Гребеников Е.А.** Существование точных симметричных решений в плоской ньютоновской проблеме многих тел // Математическое моделирование, 1998, т. 10, № 8, с. 74—80.

**Лаплас П.С.** Изложение системы мира. М., Наука, 1982, 376 с.

**Мельников В. П., Смутьский И.И.** Астрономические факторы воздействия на криосферу Земли и проблемы их исследования // Криосфера Земли, 2004, т. VIII, № 1, с. 3—14.

**Мельников В.П., Смутьский И.И., Кротов О.И., Смутьский Л.И.** Орбиты Земли и Солнца и возможные воздействия на криосферу Земли (постановка проблемы и первые результаты) // Криосфера Земли, 2000, т. IV, № 3, с. 3—13.

**Миланкович М. М.** Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. М.; Л., ГОНТИ, 1939, 207 с.

**Ньютон Р.Р.** Преступление Клавдия Птолемея. М., Наука, 1985, 384 с.

**Сербуленко М.Г.** Численное моделирование образования протопланет пояса Земля—Меркурий // Геология и геофизика, 1996, т. 37 (9), с. 166—174.

**Смутьский И.И.** Теория взаимодействия. Новосибирск, НИЦ ОИГТМ СО РАН, 1999, 294 с.

**Смутьский И.И.** Новая геометрия эволюции орбит // Труды Объединенной международной научной конференции «Новая геометрия природы. Август 25—сентябрь 5, 2003 г.» Т. III. Астрономия. Образованис. Естественно-научная философия. Казанский гос. университет, 2003а, с. 192—195.

**Смутьский И.И.** Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел // Математическое моделирование, 2003б, т. 15, № 5, с. 27—36.

**Смутьский И.И.** Расчет взаимодействий в Солнечной системе за 50 млн лет для изучения эволюции климата // Журнал проблем защиты Земли, 2005, № 1, с. 44—56.

**Смутьский И.И., Сеченов К.Е.** Воздействие Солнца на вращательное движение Земли // Теория и практика оценки состояния криосферы Земли и прогноз ее изменения: Материалы Международной конференции. Т. 1. Тюмень, ТюмГНГУ, 2006, с. 284—289.

**Смутьский И.И., Сеченов К.Е.** Уравнения вращательного движения Земли и их решения при воздействии Солнца и планет. Тюмень, Институт криосферы Земли СО РАН, 2007, 35 с. Деп. в ВИНТИ 02.05.07. № 492-В2007.

**Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / Г.Н. Дубошин.** М., Наука, 1976, 862 с.

**Berger A., Loutre M. F.** Insolation values for the climate of the last 10 million years // Quatern. Sci. Rev., 1991, № 10, p. 297—317.

**Bretagnon P., Rocher P., Simon J.L.** Theory of the rotation of the rigid Earth // Astron. Astrophys., 1997, v. 319, p. 305—317.

**Laskar J.** Marginal stability and chaos in the Solar system // Dynamics, ephemerides and astrometry of the Solar System / Eds. Ferraz Mello S. et al. Netherlands, IAU, 1996, p. 75—88.

**Laskar J., Correia A. C. M., Gastineau M., Joutel F., Levrard B., Robutel P.** Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars // Icarus, 2004, v. 170, № 2, p. 343—364.

*Рекомендована к печати 21 апреля 2008 г.  
А.Э. Конторовичем*

*Поступила в редакцию 28 марта 2007 г.,  
после доработки — 11 марта 2008 г.*