Смульский И.И., Сеченов К.Е. Численный расчет воздействия Солнца и планет на вращение Земли / Фундаментальные и прикладные проблемы механики: Материалы конференции. – Томск: Изд-во Том. Ун-та. – 2006. – С. 454-455.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ВОЗДЕЙСТВИЯ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ НА ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ

Смульский И. И. , Сеченов К. Е.

НИУ Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, а/я 1230 ИКЗ СО РАН

В настоящее время наблюдается потепление климата и различные катастрофические воздействия природных явлений на жизнь человеческого общества. Поэтому изучение колебания климата в прошлом и предсказание в будущем – является весьма актуальной проблемой.

Климат на Земле напрямую зависит от инсоляции, на которую, в свою очередь, оказывают влияние орбитальное и вращательное движение Земли. Такую астрономическую теорию изменения климата развил Милутин Миланкович [1] в 20-е годы XX века. М. Миланкович основывался на результатах 1843 года Урбена Леверье по приближенному решению задачи о движении планеты под воздействием Солнца и остальных планет. Данную задачу решали разные ученые, но почти все упрощали дифференциальные уравнения вращательного движения второго порядка до уравнений первого порядка, уравнений Пуассона, которые решались аналитическими методами (Вулард, Смарт, Бретаньон и др.) [2-5] В 1977 г. Киношита улучшил стандартную теорию, решая уравнения в переменных Андуайе с учетом влияния вторых производных. Это повысило точность решений, но не позволило определять эволюционный характер параметров оси вращения Земли, т.к. теория Киношиты справедлива на небольших интервалах времени порядка нескольких сотен лет.

Перечисленные современные теории вращательного движения Земли предназначены для его описания за небольшие промежутки времени. Что же касается поведения оси вращения Земли за периоды в тысячи и миллионы лет, то решение этой проблемы по-прежнему остается на уровне работ У. Леверье и М. Миланковича .

Для вывода уравнений в невращающейся геоцентрической системе отсчета $x_1y_1z_1$ запишем теорему моментов:

$\frac{d\vec{K}_O}{dt} = \sum \vec{m}_O(\vec{F}_k)$, где $\vec{K}_0$ - момент количества движения Земли относительно центра O (кинетический момент), $\vec{m}_0(\vec{F}_k)$ - момент относительно этого центра, действующей на тело внешней силы $\vec{F}_k$, $\vec{K}_0 = J_\omega \cdot \vec{\omega}$, $\vec{\omega} = \vec{\dot{\varphi}} + \vec{\dot{\theta}} + \vec{\dot{\psi}}$.

Если продифференцируем $\vec{K}_0$ по времени, то скорости кинетического момента в декартовых координатах запишутся:

$$\dot{K}_{Ox} = J_x\varepsilon_x - (J_x - J_z)\omega_y\omega_z,$$

$$\dot{K}_{Oy} = J_y\varepsilon_y - (J_z - J_x)\omega_x\omega_z, \quad \dot{K}_{Oz} = J_z\varepsilon_z.$$

Выразим проекции $\vec{K}_O$ в эйлеровых переменных через проекции в декартовых координатах:

$$\dot{K}_{O\dot{\psi}} = \dot{K}_{z1} = \dot{K}_{Ox}\sin\varphi\cdot\sin\theta + \dot{K}_{Oy}\cos\varphi\cdot\sin\theta + \dot{K}_{Oz}\cos\theta$$

$$\dot{K}_{O\dot{\theta}} = \dot{K}_K = \dot{K}_{Ox}\cos\varphi - \dot{K}_{Oy}\sin\varphi.$$

Так как моменты сил в направлении осей равны производным от силовой функции по углу поворота относительно этой оси: $M_{\dot{\psi}} = M_{z1} = \frac{\partial U}{\partial\psi}$, $M_{\dot{\theta}} = M_K = \frac{\partial U}{\partial\theta}$, то теорема моментов в переменных Эйлера будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &\dot{K}_{O\dot{\psi}} = m_{O\dot{\psi}} = m_{Oz1} = \partial U/\partial\psi, \\ &\dot{K}_{O\dot{\theta}} = m_{O\dot{\theta}} = m_{OK} = \partial U/\partial\theta, \\ &\dot{K}_{Oz} = m_{O\dot{\varphi}} = m_{Oz} = \partial U/\partial\varphi. \end{aligned} \qquad (1)$$

После нахождения силовой функции:

$$U = \sum_{i=1}^{n}\frac{3GM_i}{2r_i^5}[-(J_z - J_x)(x_{1i}\sin\theta\sin\psi - y_{1i}\sin\theta\cos\psi + z_{1i}\cos\theta)^2] + \sum_{i=1}^{n}\frac{GM_i}{r_i}[M + \frac{J_z - J_x}{2r_i^2}],$$

дифференцирования ее по углам Эйлера и подстановки в уравнения (1), получим дифференциальные уравнения вращательного движения Земли второго порядка:

$$\ddot{\psi} = -2\dot{\psi}\dot{\theta}ctg\theta + \dot{\theta}\frac{J_z\omega_E}{J_x\sin\theta} - \sum_{i=1}^{n}\frac{3GM_iE_dJ_z}{r_i^5J_x}\times \left\{0.5\sin(2\psi)(x_{1i}^2 - y_{1i}^2) - x_{1i}y_{1i}\cdot\cos(2\psi) + z_{1i}\cot\theta(x_{1i}\cos\psi + y_{1i}\sin\psi)\right\};$$

$$\ddot{\theta} = 0.5\dot{\psi}^2\sin(2\theta) - \frac{J_z\omega_E\dot{\psi}\sin\theta}{J_x} - \sum_{i=1}^{n}\frac{3GM\cdot E_dJ_z}{2r_i^5J_x}\left\{\sin(2\theta)\left[x_{1i}^2\sin^2\psi + y_{1i}^2\cos^2\psi - z_{1i}^2 - x_{1i}y_{1i}\sin(2\psi)\right] + 2z_{1i}(x_{1i}\sin\psi - y_{1i}\cos\psi)\cos(2\theta)\right\},$$

$$\dot{\varphi} = \omega_E - \dot{\psi}\cdot\cos\theta.$$

Сопоставление полученных дифференциальных уравнений с дифференциальными уравнениями других авторов осложняется тем, что большинство авторов эти уравнения в окончательном виде не приводит. С целью приближенного их решения дифференциальные уравнения 2-ого порядка упрощают до уравнений первого порядка (уравнений Пуассона). Кроме того, используются разные системы отсчета, разные переменные и разные обозначения и в конечном виде ни в одной из известных нам работ уравнения не приводятся. Из последних работ в наиболее полном виде уравнения приведены Бретаньоном П. и др. (1997). При подстановке в уравнения этих авторов момента $J_y=J_x$, а угловой скорости $\dot{\varphi}$ слагаемые, обусловленные кинетическим моментом, совпадают с соответствующими слагаемыми наших уравнений. Слагаемые, обусловленные моментами сил, у этих авторов выражены полиномами Лежандра. Поэтому их нельзя сопоставить с нашими.

Наш вывод моментов сил совпадает с традиционным выводом (см. , например, Смарт У. М. включительно до выражения для силовой функции U. После этого традиционно на основании теории вековых возмущений величины r_i^3 и (z_i/r_i) разлагают в ряды по элементам эллиптического движения. Так что эти результаты также несопоставимы с нашими.

В результате можно сделать следующий вывод. Члены наших дифференциальных уравнений, обусловленные кинетическим моментом, совпадают с уравнениями других исследователей. Члены уравнения, обусловленные моментами сил, на одинаковых стадиях вывода, также совпадают.

Для расчета законов движения тел $x_{1i}(t)$, $y_{1i}(t)$, $z_{1i}(t)$ разработан алгоритм, в котором координаты тел определяются на основании наших решений о движении тел Солнечной системы в неподвижной барицентрической экваториальной системе координат.

Начальные условия для скоростей задаются на основании элементарной теории гироскопа. На рис. 1 представлена динамика оси Земли за 1 год под воздействием Солнца. Угол прецессии увеличивается по часовой стрелке, совершая колебания с периодом $T_2=0.5$ *года* и амплитудой $\psi_{a2}=5.98\cdot10^{-6}$ *рад* = 1232 *mas*. С таким же периодом T_2 и амплитудой $\theta_{a2}=2.70\cdot10^{-6}$ *рад* = 556.9 *mas* колеблется угол нутации вокруг некоторого среднего значения.

Рис. 1. Воздействие Солнца на параметры оси вращения Земли за 1 год.

На рис. 2 представлена динамика оси Земли под воздействием Венеры на интервале 100 лет.

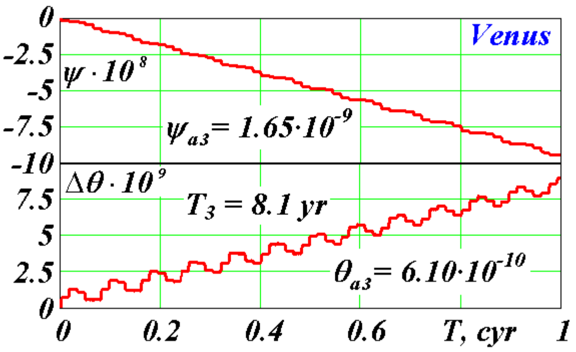

Рис. 2. Воздействие Венеры на параметры оси вращения Земли за 100 лет.

Графики воздействия других планет на вращательное движение Земли выглядят аналогично графикам для Солнца и Венеры. Наибольшее отличие проявляется для угла нутации θ.

Наибольшее воздействие на амплитуды и скорость прецессии вызывает Солнце. Из планет наибольшее воздействие оказывает Венера. Существует два вида колебаний. Один, с суточным периодом T_1=0. 993 дня, обусловлен вращательным движением Земли. При этом виде колебаний наибольшие амплитуды имеют скорости $\dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$. Второй вид колебаний обусловлен периодичностью обращения тел вокруг Земли. В этом случае наибольших амплитуд достигают углы ψ и θ.

Нами были сопоставлены наши амплитуды и периоды колебаний второго порядка оси Земли с результатами аналитических решений Бретаньона П. и др. (1997), а также сопоставлены и средние скорости прецессии и нутации, обусловленные воздействием Солнца и планет. Сопоставление показало, что они хорошо согласуются друг с другом. В точности характеристики колебаний совпадать не могут. В наших решениях выделяются реальные колебания, а в решениях Бретаньона приведенные гармоники являются главными в представленных в виде рядов зависимостях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миланкович М. Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. – М. -Л. : ГОНТИ ТТЛ. - 1939. – 207 с.
2. Вулард Э. Теория вращения Земли вокруг центра масс, 1963, М. : ГИФМЛ, 143с.
3. Смарт У.М. Небесная механика, 1965, Москва: Мир, 502с.
4. Bretagnon P., Francou G., Rocher P., Simon J. -L. 1998. SMART97: a new solution for the rotation of the rigid Earth. Astron. and Astrophys. , 1998, 329-338.
5. Шараф Ш. Г. и Будникова Н. А. О вековых изменениях элементов орбиты Земли, влияющих на климаты геологического прошлого. Бюллетень института теоретической астрономии, 1967, т. XI, №4.