

# СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПРЕЦЕССИИ ПЕРИГЕЛИЯ МЕРКУРИЯ

© 2011 Смольский И.И.

Институт Криосферы Земли СО РАН  
ул. Малыгина, 86, а.я. 1230, Тюмень, 625000, Россия  
E-mail: Jsmulsky@mail.ru

По данным наблюдения вычислена скорость вращения перигелия орбиты Меркурия относительно неподвижного пространства. Показано, что она совпадает с рассчитанной при ньютоновском взаимодействии планет и составной модели вращения Солнца.

## 1. Введение

В науке известен ряд явлений, понимание которых имеют решающее значение, и которые на протяжении десятилетий, а, некоторые и столетий, не получили окончательного объяснения. К одному из таких явлений относится прецессия перигелия орбиты Меркурия.

Табл. 1. Составляющие прецессии орбиты Меркурия согласно энциклопедии Wikipedia [1]

Источники прецессии перигелия Меркурия	
Величина (arcsec/юлианское столетие)	Причина
5028.83 ± 0.04	Координаты (прецессия равноденствия)
530	Гравитационное воздействие других планет
0.0254	Сплюснутость Солнца (квадрупольный момент)
42.98 ± 0.04	Общая теория относительности
5603.24	Суммарная
5599.7	Наблюдаемая
-3.54 (-0.0632%)	Расхождение

В энциклопедии Wikipedia размещена статья “Tests of general relativity” [1] с доказательствами подтверждения теории относительности (ОТО) результатами наблюдений. В частности, в табл. 1 даны подтверждения ОТО по перигелию Меркурия. Данные табл. 1 известны в теоретической физике. Однако некоторые строки этой таблицы непонятны, а некоторые являются некорректными. Поэтому рассмотрим вращение перигелия Меркурия во всех деталях.

## 2. Наблюдаемое движение точки весеннего равноденствия

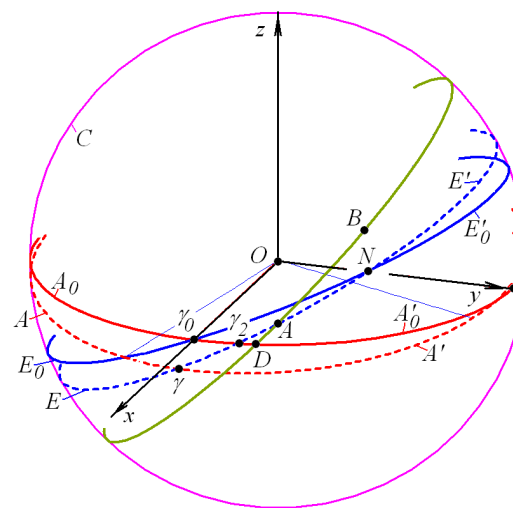


Рис. 1. Основные плоскости на небесной сфере  $C$ :  $A_0A_0'$  – неподвижная плоскость экватора Земли в эпоху  $T_S$ ;  $E_0E_0'$  – неподвижная плоскость орбиты Земли на эпоху  $T_S$  (плоскость неподвижной эклиптики);  $AA'$  – подвижная плоскость экватора Земли в эпоху  $T$ ;  $EE'$  – подвижная плоскость орбиты Земли в эпоху  $T$  (наклон для наглядности увеличен);  $\gamma_0$  – точка весеннего равноденствия эпохи  $T_S$ ;  $\gamma$

– точка на линии пересечения подвижного экватора в эпоху  $T$  с подвижной эклиптикой (точка весеннего равноденствия в эпоху  $T$ );  $DAB$  – плоскость орбиты Меркурия в эпоху  $T$ .

Вращение перигелия Меркурия можно определить в результате анализа изменений нескольких параметров орбит планет. Для этого рассмотрим, какие изменения происходят с орбитами планет и с точками, от которых осуществляется отсчет углов. На рис. 1 в гелиоцентрической экваториальной системе координат  $xyz$  плоскость орбиты планеты, в частности, Меркурия прочерчивает на небесной сфере дугу окружности

$DAB$ , а проекция перигелия орбиты отмечена точкой  $B$ . Неподвижные плоскости экватора  $A_0A_0'$  и эклиптики  $E_0E_0'$  зафиксированы на определенную эпоху  $T_5$ , например, 1950.0 г. или 2000.0 г. Остальные плоскости экватора  $AA'$ , эклиптики  $EE'$  и орбиты Меркурия  $DAB$  в эпоху  $T$  движутся в пространстве.

Углы между плоскостями представлены на рис. 2. Он соответствует рис. 26 работы [2], в которой результаты приведены для Марса, но они справедливы для любой планеты, включая Меркурий. Так как плоскости экватора Земли  $AA'$  и орбиты Земли  $EE'$  на рис. 2 перемещаются со временем в пространстве, поэтому точка весеннего равноденствия  $\gamma$  удаляется по дуге  $\gamma\gamma'$  от плоскости неподвижного экватора  $A_0A_0'$  со скоростью

$$p_c = 5025''.641 + 2''.223 T_t, \quad (1)$$

где  $p_c$  – скорость в arcsec/столетие (arcsec или '' – секунды дуги),  $T_t$  – время в тропических столетиях от эпохи 1900.0 г. Следует отметить, что в геоцентрической системе точку  $\gamma$  Солнце проходит весной, а в гелиоцентрической системе точку  $\gamma$  Земля проходит осенью.

Формула (1) получена С. Ньюкомбом [3] в результате аппроксимации данных наблюдения на интервале нескольких сот лет. Она даёт скорость удаления точки  $\gamma$  от неподвижной плоскости экватора  $A_0A_0'$  равную  $-5026.75$  arcsec/столетие для 1950.0 г. и  $-5027.86$  arcsec/столетие для 2000.0 г. Так как точка  $\gamma$  движется за стрелкой часов, поэтому скорость записана со знаком «-». Отметим, что в современной обработке данных наблюдения Дж. Л. Симоном и др. [4] скорость удаления точки  $\gamma$  равна  $-5028.82$  arcsec в столетие.

Итак, число  $5028.83$  arcsec в столетие на первой строке табл. 1 представляет движение точки весеннего равноденствия  $\gamma$  относительно неподвижного пространства.

### 3. Относительная скорость движения перигелия по наблюдениям

В астрономии перемещение точки перигелия  $B$  определяют долготой  $\pi_a$ , которую в результате аппроксимации данных наблюдения С. Ньюкомб [3] представляет в виде полинома третьей степени от времени:

$$\pi_a = 334^\circ 13' 05''.53 + 6626''.73 \cdot T_j + 0''.4675 \cdot T_j^2 - 0''.0043 \cdot T_j^3, \quad (2)$$

где  $T_j$  – время, отсчитываемое в юлианских столетиях по 36525 суток от фундаментальной эпохи 1900.0.

Величина  $\pi_a$  представляет собой сумму двух разных дуг (см. рис. 2)

$$\pi_a = \gamma A + AB, \quad (3)$$

где дуга  $\gamma A = \Omega_a$  называется долготой восходящего узла орбиты Меркурия.

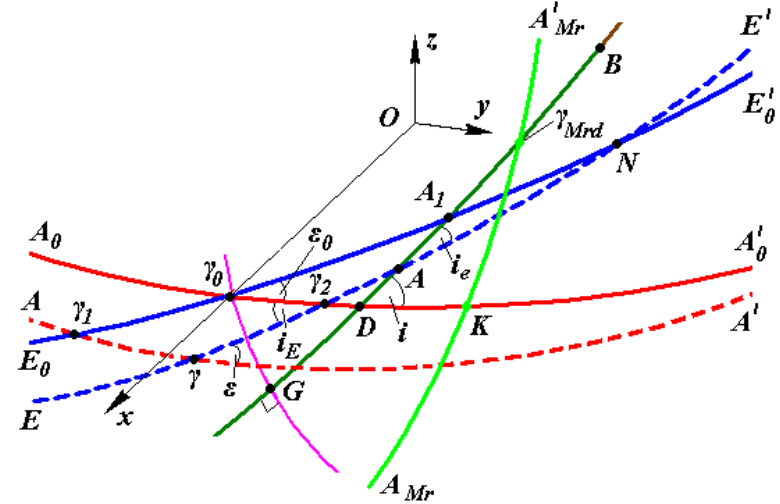


Рис. 2. Составляющие части вращения перигелия Меркурия на небесной сфере. Обозначения плоскостей дано на рис. 1;  $\gamma G$  – дуга большого круга, перпендикулярного плоскости орбиты Меркурия  $GDAB$ ;  $B$  – гелиоцентрическая проекция перигелия Меркурия на небесной сфере;  $A$  – восходящий узел орбиты Меркурия на подвижной эклиптике;  $D$  – восходящий узел орбиты Меркурия на неподвижном экваторе эпохи  $T_5$ ; параметры орбиты Меркурия в инерциальной экваториальной системе координат:  $\varphi_\Omega = \gamma D$ ;  $\varphi_p = DB$ ;  $i = \angle \gamma DG$ ;  $i_E$  – наклон подвижной орбиты Земли (подвижной эклиптики); и в подвижной эклиптической системе:  $\Omega_a = \gamma A$ ;  $\omega_a = AB$ ;  $\pi_a = \gamma A + AB = \Omega_a + \omega_a$ ;  $i_{ea} = i_e = \angle \gamma AG$ ; индекс « $e$ » – углы по отношению к подвижной эклиптике; индекс « $a$ » – по результатам аппроксимации данных наблюдения.

Согласно формуле (2) скорость вращения перигелия по сумме дуг  $\gamma A + AB$  равна  $5602.9$  arcsec/столетие для 1950.0 г. и  $5601.9$  arcsec/столетие для 2000.0 г. По параметрам Дж. Л. Симона и др. [4] она равна  $5603.0$  arcsec/столетие для 2000.0 г. Из рис. 2 видно, что при определении точки перигелия  $B$  величиной  $\pi_a$ , в скорость перемещения перигелия войдут: 1)

скорости движения точки  $\gamma$  по подвижной эклиптике  $EE'$ ; 2) скорость смещения точки  $A$  подвижной эклиптики  $EE'$  за счёт её вращения вокруг т.  $N$  и 3) скорость смещения восходящего узла  $A$  орбиты Меркурия  $GDAB$  по подвижной эклиптике  $EE'$ , вызванного вращением плоскости  $GDAB$ .

В 6-й строке табл. 1 число 5599.7 arcsec/столетие представляет скорость вращения перигелия от подвижной точки  $\gamma$  весеннего равноденствия. Она немного отличается от значений, рассчитанных по элементам С. Ньюкомба [3] и Дж. Л. Симона и др. [4]. Эта скорость является не абсолютной, а относительной. Кроме того, как показано выше, она включает скорости изменения эклиптики и орбиты Меркурия.

#### 4. Абсолютная скорость движения перигелия по наблюдениям

Чтобы скорости движения плоскостей эклиптики и орбиты Меркурия не оказывали влияния на скорость движения перигелия, необходимо последнюю отсчитывать от неподвижной точки. В качестве такой точки мы взяли точку  $G$ , которая находится на пересечении круга  $GDAB$  с перпендикулярным к ней кругом  $\gamma G$ . В работе [2] выведена формула (29) для дуги  $GB$ , которая зависит от параметров подвижных плоскостей орбит Земли ( $EE'$ ) и Меркурия ( $GDAB$ ) и имеет следующий вид:

$$\varphi_{p0}^a = GB = \pi_a - \Omega_a + \arcsin [\sin i_{Ea} \sin(\Omega_a - \gamma\gamma)/\sin i^a] + \arccos[\cos \varphi_{\Omega}^a / (1 - (\sin \varphi_{\Omega}^a \sin i^a)^{0.5})]. \quad (4)$$

Обозначения величин приведены в подрисунковой подписи к рис. 2. Для углов  $\varphi_{\Omega}^a$  и  $i_{Ea}$  в работе [2] приведены также формулы в зависимости от эклиптических углов орбит:  $\Omega_a$ ,  $i_{Ea}$  и др. В результате аппроксимации данных наблюдения С. Ньюкомб [3] представил эклиптические углы в виде полиномов третьей степени по времени, примером которой является формула (2). Дж. Л. Симон и др. [4] результаты С. Ньюкомба привели к 2000.0 г. и представили в виде полиномов 6-ой степени.

Как показано в работах [5] и [6], формула (4) даёт скорость вращения перигелия орбиты Меркурия относительно неподвижного пространства равную 582.05 arcsec/столетие для 1950.0 г. и 583.15 для 2000.0 г. По параметрам Дж. Л. Симона и др. [4] она равна 582.53 arcsec/столетие для 2000.0 г. Это абсолютная скорость вращения перигелия по данным наблюдения.

Итак, в табл. 1 не представлена скорость вращения перигелия по данным наблюдения. Как показано выше, относительно неподвижного пространства она равна  $582 \div 583$  arcsec в столетие.

## 5. Воздействие планет и Солнца на вращение перигелия Меркурия

**5.1. Гравитационное воздействие других планет.** Взаимодействие тел Солнечной системы по закону тяготения Ньютона приводит к изменению их орбит, в том числе к вращению перигелиев. Во многих наших работах, например [2] и [7], установлены периоды и амплитуды изменения элементов орбит планет на разных интервалах времени, включительно до 100 млн. лет. В этих вычислениях тела рассматриваются как материальные точки, которые взаимодействуют по закону тяготения Ньютона. Нами получено [5]- [6], что скорость движения перигелия Меркурия относительно неподвижной точки  $G$  на рис. 2 равна 529.86 arcsec/столетие. Эта величина совпадает со значением 530 arcsec/столетие во второй строчке табл. 1. Так как по данным наблюдения относительно неподвижной точки скорость перигелия составляет  $582 \div 583$  arcsec/столетие, то разница равна 53 arcsec/столетие.

Итак, расчет воздействия планет по закону тяготения Ньютона дает отличие от данных наблюдения 53 arcsec/столетие, а не 43 arcsec/столетие, как считалось ранее.

Для выяснения причины отличия рассчитанной по ньютоновскому взаимодействию и по данным наблюдения скорости вращения перигелия Меркурия мы провели разнообразные исследования. Во-первых, мы установили, что такое отличие скорости вращения перигелия имеется только для Меркурия, самой близкой планеты к Солнцу. Во-вторых, рассчитанные по закону тяготения Ньютона другие параметры орбиты Меркурия и скорости их изменения практически совпадают с данными наблюдения [5] - [6].

**5.2. Влияние конечной скорости распространения тяготения.** Мы исследовали влияние скорости тяготения на результаты взаимодействия двух тел. Общая теория относительности была создана для того, чтобы учесть конечную скорость тяготения. А. Эйнштейн основал её на уравнениях и результатах Пауля Гербера. Пауль Гербер придумал такой механизм распространения тяготения со скоростью света, чтобы он объяснял вращение перигелия величиной 43 arcsec/столетие [8]. Однако, как показано в статье [6], этот механизм ничем не обоснован и является ошибочным. Кроме того, отличие расчетов по ньютоновскому взаимодействию и наблюдениями равно не 43 arcsec/столетие, а 53 arcsec/столетие.

В природе известен только один механизм распространения воздействия со скоростью света – это механизм распространения электромагнитного воздействия. Из экспериментальных законов электромагнетизма

в работах [9] - [10] выведено выражение для силы взаимодействия двух наэлектризованных частиц:

$$\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{k(1 - \beta^2)\vec{r}}{\left\{r^2 - \left[\vec{\beta} \times \vec{r}\right]^2\right\}^{3/2}}, \quad (5)$$

где  $k = k_e = q_1 q_2 / \epsilon$ ,  $\vec{\beta} = \vec{v} / c_1$ ,  $r$  и  $v$  – расстояние и скорость одной частицы относительно другой;  $q_1$  и  $q_2$  – заряды частиц;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды между частицами, а  $c_1$  – скорость света в ней.

Как видно из (5), при не мгновенном взаимодействии сила зависит не только от расстояния между частицами  $r$ , но и от их относительной скорости  $v$ . Если для тяготения принять такой же механизм распространения воздействия, то формулой (5) будет определяться сила тяготения при  $k = k_G = -G \cdot m_1 \cdot m_2$ , где  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел, а  $G$  – гравитационная постоянная. В работах [10]-[13] при силе  $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$  рассчитаны траектории движения одного тела относительно другого при всех возможных изменениях эксцентриситета и скорости тела в перигелии. В случае эллиптической орбиты перигелий вращается и тем сильнее, чем больше скорость тела в перигелии. В такой орбите изменяется длина большой полуоси и период обращения по сравнению с орбитой, полученной при взаимодействии двух тел по закону тяготения Ньютона. Изменения полуоси и периода имеют такой же порядок как изменения угла перигелия.

Расчет вращения перигелия Меркурия при силе  $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$  дал величину скорости 0.23 arcsec/столетие [10], т.е. почти в 200 раз меньшую величину, чем объясняемая Паулем Гербером величина 43 arcsec/столетие [8] и принятая в ОТО.

Итак, из вышеизложенного следует, что излишек вращения перигелия в 53 arcsec/столетие не может объясняться механизмом распространения тяготения со скоростью света.

**5.3. Воздействие вращающегося тела на прецессию перигелия.** Объяснение излишка вращения перигелия сплюснутостью Солнца в настоящее время затруднено сложностями модели взаимодействия и отсутствием знаний о распределении плотности Солнца по радиусу и вдоль оси Солнца. Поэтому выполненные расчеты влияния сплюснутости Солнца, по всей видимости, являются недостоверными.

Если бы внутри орбиты Меркурия находилась планета определенной массы, то она могла бы произвести необходимое вращение перигелия

Меркурия и в то же время не оказать заметного влияния на другие планеты. Такой планеты нет. Но Солнце вращается вокруг своей оси, и движущиеся массы его вещества могут воздействовать на Меркурий так же, как и предложенная выше планета.

На протяжении двух столетий эти идеи выдвигались в разных формах. Однако удовлетворительных решений не было получено. В 2007 г. была точно решена задача осесимметричного гравитационного взаимодействия  $n$ -тел, которая представлена в работах [10] и [14]. До появления этого решения существовало только одно точное решение задачи взаимодействия тел, а именно для двух тел, его получил И. Ньютон 300 лет назад. В работах [10] и [14] получено точное решение для осесимметрично расположенных на плоскости тел для всех возможных случаев. Тела, как и в случае задачи 2-х тел, могут двигаться по окружности, эллипсу, параболе, гиперболы и прямолинейно. Это решение позволило создать составную модель вращения Земли (см. [7] и [15]), в которой часть массы Земли распределена между осесимметрично расположенными телами в плоскости ее экватора. Плоскость орбиты одного из этих тел моделирует эволюцию плоскости экватора Земли при воздействии на неё других тел Солнечной системы.

В составной модели вращения Солнца (см. [5], [6] и [16]) рассматривается обратная задача: к каким изменениям в движении планет приведет такая модель вращения Солнца? В работах [5] и [6] рассмотрены различные варианты воздействия составной модели вращения Солнца совместно с воздействием остальных тел Солнечной системы. При определенной массе периферийных тел модели может быть получена такая же скорость вращения перигелия Меркурия как и наблюдаемая, т.е. 582 arcsec/столетие. При этом скорость изменения остальных параметров орбиты Меркурия существенно не изменяется. Существенно не изменяется также скорость перигелия орбиты Венеры, а параметры планет более удаленных от Солнца изменяются еще в меньшей степени. Отметим, что составная модель вращения Солнца учитывает сплюснутость Солнца и вращение его масс.

Чтобы удостовериться в том, что дополнительное вращение перигелия обусловлено только составной моделью, было рассмотрено воздействие одной модели вращающегося Солнца (без планет) на Меркурий [16]. Численно проинтегрированы дифференциальные уравнения движения всех тел и исследована эволюция Меркурий за три тысячи лет. В этом случае получено вращение его орбиты 53 arcsec/столетие, т.е. именно тот

излишек, который имеется при совместном с планетами воздействии составной модели Солнца.

Табл. 2. Скорость вращения перигелия Меркурия по наблюдениям и по ньютоновскому взаимодействию. Для сравнения в скобках – по данным Wikipedia [1].

Количество (arcsec/столетие)	Объяснение
По данным наблюдения	
-5027.86 – Ncb -5028.82– Sim (5028.83 – Wikipedia)	Скорость движения точки весеннего равноденствия относительно неподвижного пространства (по форм. (1))
5601.9 – Ncb 5603.0 – Sim (5599.7 – Wikipedia)	Скорость вращения перигелия от подвижной точки увесенного равноденствия с включением скоростей изменения эклиптики и орбиты Меркурия (по форм. (2))
583.15 – Ncb 582.53 – Sim	Скорость вращения перигелия относительно неподвижного пространства (по форм. (4))
По результатам взаимодействия по закону тяготения Ньютона. Скорость вращения перигелия относительно неподвижного пространства	
530 (530– Wikipedia)	Планеты и Солнце взаимодействуют как материальные точки
582	Планеты взаимодействуют как материальные точки, а сплюснутость и вращение Солнца учитывается в виде составной модели

Рассмотренные выше составляющие вращения перигелия Меркурия записаны в табл. 2 в таком виде, чтобы их можно было сопоставить с данными Wikipedia [1]. Результаты по данным наблюдения мы приводим в табл. 2 для 2000.0 г. по элементам орбит С. Ньюкомба [3] (Ncb) и Дж.Л. Симоны и др [4] (Sim).

В этих исследованиях разнообразные вычисления выполнялись в среде MathCad и по авторским программам на Фортране. Были использованы численные интегрирования систем дифференциальных уравнений, разнообразные вычисления при геометрических преобразованиях, математические обработки временных рядов и др. компьютерные вычисления. Благодаря им было установлено, что составляющие вращения перигелия орбиты Меркурия могут быть объяснены корректным учетом силы тяготения Ньютона при взаимодействии небесных тел.

Материал этой статьи появился в результате обсуждения проблемы с Дэвидом Вебером. Многие вычисления в вышеупомянутых исследованиях выполнялись на суперкомпьютерах Сибирского Суперкомпьютерного Центра СО РАН.

## Выводы

1. Наблюдаемая скорость вращения перигелия Меркурия относительно неподвижного пространства равна 583 arcsec в столетие.
2. Скорость, обусловленная притяжением планет по закону тяготения Ньютона, равна 530 arcsec в столетие.
3. Ньютоновское воздействие планет и составной модели вращения Солнца дает наблюдаемое вращение перигелия орбиты Меркурия.

## Литература

1. Wikipedia. [http://en.wikipedia.org/wiki/Tests\\_of\\_general\\_relativity](http://en.wikipedia.org/wiki/Tests_of_general_relativity).
2. Гребеников Е.А., Смутьский И.И. Эволюция орбиты Марса на интервале времени в сто миллионов лет / Сообщения по прикладной математике. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. - 2007. 63 с. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvMa100m4t2.pdf>.
3. Newcomb S. The elements of the fourth inner planets and the fundamental constants of astronomy. Washington: Government printing office. 1895. –202 p.
4. Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J. et al. Numerical Expression for Precession Formulae and Mean Elements for the Moon and the Planets // Astron. Astrophys. – 1994, vol. 282, p. 663-683.
5. Смутьский И.И. Составная модель вращения Солнца и смещение перигелия Меркурия / Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы VI Всероссийской научной конференции, посвященной 130-летию Томского государственного университета и 40-летию НИИ Прикладной Математики и Механики Томского государственного университета. Томск, 30 сентября – 2 октября 2008 г. – 2008 г. – С. 433-434. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun51c.pdf>.
6. Smulsky J.J. Gravitation, Field and Rotation of Mercury Perihelion// Proceedings of the Natural Philosophy Alliance. 15th Annual Conference 7-11 April 2008 at the University of New Mexiko, Albuquerque, USA. Vol. 5, No. 2. Published by Space Time Analyses, Ltd. Arlington, MA, USA.– 2009. – Pp. 254-260. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/08Smulsky2c.pdf>.
7. Мельников В.П., Смутьский И.И. Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. - Новоси-

- бирск: Академическое изд-во "Гео", 2009. - 98 с. Книга на двух языках. С обратной стороны: Melnikov V.P., Smulsky J.J. Astronomical theory of ice ages: New approximations. Solutions and challenges. - Novosibirsk: Academic Publishing House "GEO", 2009. - 84 p..  
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>.
8. Gerber P. Die raumliche und zeitliche Aubreitung der Gravitation// Z. Math. Phys.-1898.- Vol. 43.- P. 93-104. <http://bourabai.narod.ru/articles/gerber/gerber.htm>.  
 (Translated into Russian by Johann Kern.  
<http://bourabai.narod.ru/articles/gerber/gerber-rus.htm>).
  9. Smulsky, J.J. 1994. "The New Approach and Superluminal Particle Production", Physics Essays. - Vol. 7. - No. 2. - P. 153 - 166.  
<http://www.smul1.newmail.ru/English1/FounPhisics/NAPSup.pdf>.
  10. Смутьский И. И. Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосибирского ун-та, НИЦ ОИГГМ СО РАН. - 1999. - 294с.  
[http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5\\_2.pdf](http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf).
  11. Смутьский И.И. Траектории при взаимодействии двух тел, зависящем от относительного расстояния и скорости//Математическое моделирование. - 1995. - Т.7. - №7. - С.117-126.  
<http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/FounPhisics/TrV2tl.pdf>.
  12. Smulsky J.J. The new Fundamental Trajectories: part 1 - Hyperbolic/Elliptic trajectories//Galilcan Electrodynamics. Vol. 13, No. 2, 2002, pp. 23-28.  
<http://www.smul1.newmail.ru/English1/FounPhisics/NFT.pdf>.
  13. Smulsky J.J. The new Fundamental Trajectories: part 2 - Parabolic/ Elliptic trajectories// Galilcan Electrodynamics. Vol. 13, No. 3, 2002, pp. 47-51.  
<http://www.smul1.newmail.ru/English1/FounPhisics/NFT.pdf>.
  14. Смутьский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел// Математическое моделирование. - 2003, т. 15, № 5, с. 27-36.  
<http://www.smul1.newmail.ru/Russian1\IntSunSyst\Osvnb4.doc>.
  15. Мельников В. П., Смутьский И.И., Смутьский Я.И. Составная модель вращения Земли и возможный механизм взаимодействия континентов // Геология и Геофизика, 2008, №11, с. 1129-1138.  
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/RGGRu190.pdf>.
  16. Смутьский И.И. Численное моделирование эволюции спутника вращающегося тела / В сб. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. - 2008. - С. 100-118.  
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun07c.pdf>.